



UNIVERSIDAD PRIVADA NORBERT WIENER

Escuela de Posgrado

Tesis

**EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA Y LOS PROCESOS COGNITIVOS EN
LA SOLUCIÓN DE TAREAS CON RAZONES TRIGONOMÉTRICAS EN LA
INSTITUCIÓN EDUCATIVA POMPILIO MARTÍNEZ DE CAJICÁ, COLOMBIA**

Para optar al grado académico de:

DOCTOR EN EDUCACIÓN

Presentada por:

Marta Lilia Romero Agudelo

2018

Tesis

**EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA Y LOS PROCESOS COGNITIVOS EN
LA SOLUCIÓN DE TAREAS CON RAZONES TRIGONOMÉTRICAS EN LA
INSTITUCIÓN EDUCATIVA POMPILIO MARTÍNEZ DE CAJICÁ, COLOMBIA**

Línea de Investigación

Evaluación Educativa

DEDICATORIA

A Elián y a Alexis, mis hijos, por su comprensión y apoyo. Son mi más grande motivación. Cada día doy lo mejor de mí para ser ejemplo en sus vidas.

Marta Lilia Romero Agudelo

AGRADECIMIENTO

A la Universidad Norbert Wiener, por darme la oportunidad de realizar mis estudios de doctorado y permitirme ser mejor profesional.

A la Institución Educativa Pompilio Martínez, por permitirme llevar a cabo la ejecución de mi trabajo de investigación.

A la doctora María José González, por sus sugerencias frente a la propuesta de proyecto, porque me permitieron mejorar el trabajo de investigación.

Al doctor Pedro Gómez, por sus orientaciones y aportes en la elaboración del proyecto de investigación.

A Magíster Stella Martínez Espitia, a la ingeniera Ana María Moyano Nieto, a magíster Sandra Yasmín Montaña, por sus aportes en la validación de expertos, fueron de gran utilidad para el trabajo investigación.

A mi hermana, Luz Nelly Romero, por asesoría y correcciones al informe de tesis.

ÍNDICE GENERAL

PORTADA	i
TÍTULO	ii
DEDICATORIA	III
AGRADECIMIENTO	IV
ÍNDICE GENERAL	19
ÍNDICE DE FIGURAS	19
ÍNDICE DE TABLAS	19
RESUMEN	19
ABSTRACT	19
RESUMO	19
INTRODUCCIÓN	19
CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	23
1.1. Descripción de la realidad problemática	23
1.2. Identificación y formulación del problema	28
1.2.1. Problema general	28
1.2.2. Problemas específicos	28

1.3. Objetivos de la investigación	29
1.3.1. Objetivo general	29
1.3.2. Objetivos específicos	30
1.4. Justificación y viabilidad de la investigación	30
1.5. Delimitación de la investigación	34
1.6. Limitaciones de la investigación	35
1.6.1. Limitaciones internas	35
1.6.2. Limitaciones externas	35
2.1. Antecedentes de la investigación	37
2.1.1. Antecedentes internacionales	37
2.1.2. Antecedentes nacionales	41
2.1.3. Normas internacionales	45
2.1.4. Normas nacionales	46
2.2. Bases teóricas	47
2.2.1. Aprendizaje de la matemática	48
2.2.2. Procesos cognitivos	54
2.2.3. Análisis didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática	64
2.2.4. Síntesis de las variables de estudio	73
2.3. Formulación de hipótesis	75
2.3.1. Hipótesis general	75
2.3.2. Hipótesis específica	76
2.4. Operacionalización de variables e indicadores	77

2.4.1. Dimensiones variables: procesos cognitivos	77
2.4.2. Dimensiones variables: razonamiento lógico-matemático	77
2.5. Definición de términos básicos	78
CAPÍTULO III: METODOLOGÍA	80
Tipo y nivel de investigación	80
3.1. Diseño de la investigación	81
3.2. Población y muestra	84
3.3. Método, técnicas e instrumentos de recolección de datos	87
3.3.1. Descripción de los instrumentos	89
3.3.2. Validación de los instrumentos	90
3.4. Técnicas de procesamiento y análisis de datos	92
CAPÍTULO IV: PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS	94
4.1. Procesamiento de datos: resultados	94
4.1.1. Resultados del cuestionario del aprendizaje de la matemática y los procesos cognitivos	95
4.1.2. Resultado de la implementación de una unidad didáctica	113
4.1.3. Resultados de la evaluación final de razones trigonométricas	120
4.2. Prueba de hipótesis	132
4.3. Discusión de resultados	135
CAPÍTULO V: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	140
5.1. Conclusiones	140
5.2. Recomendaciones	144

BIBLIOGRAFÍA	147
ANEXOS	151
Anexo 1: Matriz de consistencia de la investigación	152
Anexo 2: Matriz de operacionalización de variables	156
Anexo 3: Matriz del instrumento para la recolección de datos	157
Anexo 4: Data consolidada de resultados	166
Anexo 5: Cronograma del programa experimental	177
Anexo 6: Juicios de expertos	179
Anexo 7: Instrumentos para la toma de datos	183

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Rueda de Chicago.....	59
Figura 2. Síntesis de las variables de estudio.....	75
Figura 3. Población de estudio	85
Figura 4. Muestra.....	87
Figura 5. Resultados de la pregunta número 1.....	96
Figura 6. Resultados de la pregunta número 2.	97
Figura 7. Resultados de la pregunta número 3.	98
Figura 8. Pregunta número 4.....	99
Figura 9. Resultados de la pregunta número 4.	99
Figura 10. Pregunta número 5.....	100
Figura 11. Resultados de la pregunta número 5.	100
Figura 12. Pregunta número 6.....	101
Figura 13. Resultados de la pregunta número 6.	102
Figura 14. Pregunta número 7.....	103
Figura 15. Pregunta número 7.....	103
Figura 16. Resultados de la pregunta número 7.	103
Figura 17. Preguntas número 8, 9 y 10.	104
Figura 18. Pregunta número 8.....	105

Figura 19. Resultados de la pregunta número 8.	105
Figura 20. Pregunta número 9.....	106
Figura 21. Resultados de la pregunta número 9.	106
Figura 22. Pregunta número 10.....	107
Figura 23. Resultados de la pregunta número 10.	108
Figura 24: Resultados totales y promedio del cuestionario aprendizaje de la matemática y los procesos cognitivos.	109
Figura 25. Resultados de la tarea escalera.....	118
Figura 26. Resultados de la tarea características.....	119
Figura 27. Resultados de la tarea rueda de chicago.....	119
Figura 28. Resultados de la tarea canicas.....	120
Figura 29. Resultados de la tarea farol.....	121
Figura 30. Avenida para ir a la iglesia San Mateo.....	122
Figura 31. Resultados pregunta 1. Evaluación final de razones trigonométricas.....	123
Figura 32. Resultados pregunta 2. Evaluación final de razones trigonométricas.....	124
Figura 33. Resultados pregunta 3. Evaluación final de razones trigonométricas.....	126
Figura 34. Resultados pregunta 4. Evaluación final de razones trigonométricas.....	127
Figura 35. Resultados pregunta 5. Evaluación final de razones trigonométricas.....	128
Figura 36. Campo de futbol.....	129

Figura 37. Resultados pregunta 6. Evaluación final de razones trigonométricas.....	130
Figura 38. Resultados pregunta 7. Evaluación final de razones trigonométricas.....	132

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Operacionalización de variables e indicadores	77
Tabla 2. Dimensiones de la variable: razonamiento lógico-matemático	78
Tabla 3. Técnicas e instrumentos de recolección de datos.	88
Tabla 4. Intervalo e indicadores.	93
Tabla 5. Resultados globales del aprendizaje de la matemática y procesos cognitivos .	109
Tabla 6. Número de estudiantes por pregunta respondida correctamente.	110
Tabla 7. Calificación cuantitativa por número de estudiantes y porcentaje.	111
Tabla 8. Cuadro comparativo del estudio de caso.	112

RESUMEN

La presente investigación titulada “El aprendizaje de la matemática y los procesos cognitivos en la solución de tareas con razones trigonométricas en la institución Educativa Pompilio Martínez de Cajicá, Colombia” tuvo como objetivo establecer la relación que existe entre los procesos cognitivos y el aprendizaje de las matemáticas en estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa Pompilio Martínez de Cajicá, cuando resuelven tareas de razones trigonométricas, mediado por la planeación pedagógicas de unidades didácticas.

La investigación es cuantitativa, con un diseño cuasi experimental de tipo transaccional descriptivo. Se trabajó con una muestra de 299 estudiantes que representa el 22 % de la población; el muestreo se realizó en forma intencionada o estratificada. Inicialmente, para recolectar la información, se le proporcionó a cada estudiante un cuestionario de preguntas de selección múltiple con única respuesta verdadera. El nivel de validez y grado de confidencialidad se midió con test-retest y la validación de expertos. Luego para la implementación de la unidad didáctica de *Razones trigonométricas vistas a través de múltiples lentes* de la muestra se tomó un grupo experimental de treinta y tres estudiantes de grado décimo y en último lugar, para la evaluación final de razones trigonométricas se aplicó el cuestionario al grupo experimental y grupo control cada uno con treinta y tres estudiantes pertenecientes a la muestra.

Los resultados cuestionario aprendizaje de la matemática y procesos cognitivos, permiten afirmar que el 48 % los estudiantes de la muestra lograron poner de manifiesto las dimensiones del aprendizaje de la matemática y las dimensiones de los procesos cognitivos y el 52% de los estudiantes tienen dificultades para plantear y dar respuesta a cuestiones propias de las matemáticas.

Los resultados de la implementación de la unidad didáctica, mostraron que el 75% de los estudiantes aprendieron el tema de las razones trigonométricas y en todo el proceso del desarrollo de las tareas pusieron de manifiesto las dimensiones del aprendizaje de la matemática y los procesos cognitivos.

Los resultados de la evaluación final de razones trigonométricas, revelaron que el 74% de los estudiantes del grupo experimental aprendieron el tema de razones trigonométricas, mientras que, el grupo control solo el 49%, mostro aprendizaje del tema.

De la investigación se concluye que sí existe relación entre los procesos cognitivos y el aprendizaje de la matemática, cuando solucionan tareas con razones trigonométricas que son mediadas por la planeación pedagógica de unidades didácticas en los estudiantes de grado décimo de la institución educativa Pompilio Martínez de Cajicá, Colombia.

Palabras clave: aprendizaje de la matemática, procesos cognitivos, unidades didácticas, análisis didáctico y razones trigonométricas.

ABSTRACT

The present investigation entitled the "The learning of mathematics and cognitive processes in the solution of tasks with trigonometric ratios in the educational institution Pompilio Martínez de Cajicá, Colombia". The general objective was to establish the relationship between cognitive processes and the learning of mathematics in tenth grade students of the educational institute, Pompilio Martínez of Cajicá, when they solve tasks of trigonometric ratios, mediated by the pedagogical planning of didactic units.

The research is quantitative, with a quasi-experimental design of descriptive transactional type. We worked with a sample of 299 students representing 22% of the population of the school. To collect the information, each student was given a multiple-choice questionnaire with a single true answer. The level of validity and degree of confidentiality was measured with test-retest and expert validation. Then, for the implementation of the didactic unit of trigonometric reasons seen through multiple lenses of the sample, a group of thirty, tenth grade students was taken.

The results of the questionnaire allow to affirm that 48% of the students of the sample managed to highlight the dimensions of the learning of mathematics and the dimensions of the cognitive processes but 52% of the students have difficulties to raise and answer their own questions of mathematics.

The results of the final evaluation of trigonometric ratios, revealed that 74% of the students of the experimental group learned the subject of trigonometric reasons, while, the control group only 49%, showed learning of the subject.

From the research, it is concluded that there is a relationship between cognitive processes and the learning of mathematics, in tenth grade students of the educational institution, Pompilio Martínez, Cajica, Colombia; when they solve tasks with trigonometric ratios mediated by the pedagogical planning of didactic units.

Keywords: mathematics learning, cognitive processes, didactic units, didactic analysis and trigonometric ratios.

RESUMO

A presente investigação intitulada "A matemática de aprendizagem e processos cognitivos na resolução de tarefas com razões trigonométricas na escola Pompilio Martinez de Cajicá, Colômbia"; objetivo geral foi o de estabelecer a relação entre processos e aprendizagem da matemática cognitivas em alunos da escola Pompilio Martinez Cajicá série, quando a resolução de tarefas razões trigonométricas, mediadas planejando pedagogias da estratégia de unidades de ensino.

A pesquisa é quantitativa, com um desenho quase-experimental do tipo transacional descritivo. Trabalhamos com uma amostra de 299 alunos representando 22% da população; a amostragem foi realizada intencionalmente ou estratificada. Para coletar as informações, cada aluno recebeu um questionário de múltipla escolha com uma única resposta verdadeira. O nível de validade e grau de confiabilidade foi medido com testes retes e validação de especialistas. Então, para a implementação da unidade didática de motivos trigonométricos vista através de múltiplas lentes da amostra, foi realizado um grupo de trinta alunos da décima série.

Os resultados do questionário suportam a conclusão de que 48% dos estudantes da amostra foram capazes de mostrar as dimensões da matemática e dimensões dos processos cognitivos e 52% dos estudantes aprendendo achar que é difícil levantar e responder mesmo perguntas da matemática.

Os resultados da avaliação final das razões trigonométricas, revelaram que 74% dos alunos do grupo experimental aprenderam o assunto de razões trigonométricas, enquanto, o grupo controle apenas 49%, mostrou aprendizagem do assunto.

Pesquisa conclui que existe uma relação entre os processos e aprendizagem da matemática cognitivas, alunos da escola Pompilio Martinez de Cajica, Colômbia, quando a resolução de tarefas com funções trigonométricas mediadas planejando estratégia de ensino das unidades de ensino.

Palavras-chave: aprendizagem matemática, processos cognitivos, unidades didáticas, análise didática e relações trigonométricas.

INTRODUCCIÓN

El presente documento describe el proceso de la investigación denominada: “El aprendizaje de la Matemática y los procesos cognitivos en la solución de tareas con razones trigonométricas en la Institución Educativa Pompilio Martínez de Cajicá, Colombia”, esta investigación nace de la experiencia vivida en la práctica pedagógica como profesora del área de matemáticas y también como observadora analítica de los resultados de las diferentes pruebas tanto internas como externas en donde se evidencia que los estudiantes tienen dificultades para solucionar las situaciones problema que se les presentan.

La investigación consta de cinco capítulos cuyo contenido se describe a continuación. En el capítulo primero se menciona el planteamiento del problema, el cual se aborda a partir de los resultados de pruebas nacionales e internacionales (ICFES y PISA). A través del capítulo, se muestra que el estudio se centra en la población estudiantil perteneciente a una institución de básica secundaria y media técnica del municipio de Cajicá. La sección plantea como problema principal la necesidad de identificar ¿Cuál es la relación que existe entre los procesos cognitivos y el aprendizaje de la matemática en estudiantes de grado décimo de Pompilio Martínez del municipio de Cajicá, Colombia; cuando resuelven tareas de razones trigonométricas, mediado por la planeación pedagógicas de unidades didácticas? Este problema de investigación se complementa con las preguntas secundarias que se desarrollan a lo largo de la

investigación, presentado resultados y orientaciones importantes para el campo educativo.

El capítulo primero, también presenta los objetivos de la investigación, estos pretenden establecer la relación que existe entre los procesos cognitivos y el aprendizaje de las matemáticas en estudiantes de grado décimo de la institución educativa Pompilio Martínez de Cajicá, cuando resuelven tareas de razones trigonométricas, mediado por la planeación pedagógicas de unidades didácticas. Además, se justifica la importancia de la investigación en la formación de los jóvenes y se analiza qué dificultades o limitaciones se pueden presentar en el proceso investigativo.

En el capítulo segundo, se desarrolla el marco teórico y se señalan los antecedentes internacionales y nacionales, así como la fundamentación científica y teórica importante para el trabajo de investigación. Se detalla en este apartado la importancia, la pertinencia, lo novedoso, lo útil y lo necesario de la aplicación del trabajo de investigación, especificándose el aporte legal, científico y pedagógico. Dentro del capítulo segundo se encuentra también una hipótesis general y dos hipótesis específicas, mediante las cuales se estableció la relación entre las variables de estudio. Además, se detallan los conceptos, las características y los aspectos principales tanto de las variables independiente, los procesos cognitivos, como de la variable dependiente, el aprendizaje de la matemática y las dimensiones de cada una.

El capítulo tercero presenta los planteamientos metodológicos que sigue la investigación y destaca algunos aspectos como la ubicación de la institución educativa, la población estudiantil del colegio (1345 estudiantes aproximadamente), la muestra tomada (299 estudiantes de básica secundaria),

entre otros. Se presentan también las técnicas e instrumentos para la recolección de datos, la descripción, la validación del instrumento, los métodos de procesamiento y análisis de estos.

En el capítulo cuarto, se muestran y analizan los resultados utilizando la representación tabular y gráfica. En cada caso se hace una descripción de la información estadística presentada, para demostrar, de acuerdo con los resultados, la prueba de la hipótesis. En este capítulo también se encuentra la prueba de hipótesis y discusión de los resultados; donde se hace referencia a la validez y fiabilidad de los resultados y los respectivos análisis obtenidos en el trabajo de investigación.

En el capítulo quinto, se presentan las conclusiones y se sugieren algunas recomendaciones en las que se detallan varios aspectos para mejorar el razonamiento lógico-matemático de los estudiantes de una institución educación de básica secundaria de Cajicá y, finalmente, se proponen algunas consideraciones e implicaciones de la investigación que, a su vez, plantean líneas para futuras investigaciones.

Por último, se relacionan las referencias bibliográficas que dieron soporte teórico al presente trabajo de investigación y los anexos.

Declaración de autenticidad

Yo, Marta Lilia Romero Agudelo, identificada con cédula de ciudadanía número 20532421, de Fómeque- Cundinamarca, en Colombia declaro que la presente tesis: “El aprendizaje de la matemática y los procesos cognitivos en la institución de educativa Pompilio Martínez de Cajicá, Colombia en la solución de tareas con razones trigonométricas” ha sido realizada por mí, aplicando la literatura científica referente al tema y precisando referencias bibliográficas como sustento teórico, las cuales se citan al final del documento.



Marta Lilia Romero Agudelo

C.C. 20.532.421

CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

El desarrollo adecuado de procesos cognitivos es necesario en la formación integral de los estudiantes, pues son los facilitadores de la construcción del conocimiento. Dichos procesos operan directamente en el individuo llevándolo a que analice, proponga, argumente y procese información. Una vez el individuo tiene construido un conocimiento, se facilita la comprensión de los diferentes saberes y posteriormente puede utilizarlos donde los necesite, en su vida personal y profesional.

1.1. Descripción de la realidad problemática

El problema de investigación surge por una notoria falta de desarrollo de los procesos cognitivos y aprendizaje de la matemática de los individuos, situación que en un mundo globalizado limita las oportunidades de los estudiantes para acceder a becas, a educación superior, a universidades prestigiosas, a un empleo o a un reconocimiento en el ámbito regional e internacional. En este sentido, Scheleicher (2013), subdirector de la OCDE, afirmó que los “escolares colombianos carecen de algunos procesos cognitivos fundamentales tales como ser creativos, pensar en forma crítica, hacer juicios, resolver problemas, comunicarse, colaborar conectarse y competir [...] aprender esto es mucho más importante que llenarse de conocimientos específicos”. Además, afirmó que “a medida que Colombia se incorpore a la economía global, su éxito educativo se

medirá por un progreso de los estándares nacionales que permita que el desempeño de los niños colombianos iguale al de sus pares de todo el mundo” (Ocde, 2016). Los desafíos de mostrar mejor calidad académica y mejores desempeños de los estudiantes se ratifican en mayo de 2018 con la aceptación de Colombia, como el país miembro número 37 de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (Ocde)

En este sentido, el Programa Internacional de Evaluación para los Estudiantes (Pisa, en adelante, por su sigla en inglés), coordinado por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo (Ocde), y las pruebas nacionales del Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación (ICFES) muestran deficientes resultados en la formación matemática en Colombia. De esta manera, la falta de desarrollo de procesos cognitivos en la formación básica y media de Colombia se refleja en la desventaja que significa el aumento de cinco años de escolaridad, comparada con Shanghái (China), por ejemplo.

Es así como, los estudiantes continúan con bajas competencias básicas para desarrollar las actividades que exige la sociedad contemporánea. Esta problemática educativa trasciende al desarrollo social del país. En este sentido, el análisis que entrega las pruebas Pisa (2013) concluye con la siguiente reflexión: “promover la excelencia en matemáticas, lectura y ciencias es crucial para el desarrollo de una nación, en la medida en que sus estudiantes estarán a la vanguardia de una economía global basada en el conocimiento y la competitividad”.

El 2006 fue el primer año en el que Colombia participó en las pruebas Pisa y obtuvo 370 puntos, lo que la ubicó en el puesto 52 de 57, en el 2009 el puntaje fue de 381 puntos, puesto 52 de 57 países participantes; para el 2012 el país

ocupó el puesto 62 entre 65 países participantes (con 376 puntos) y, en el año 2015, Colombia ocupó el puesto 61 entre los 65 países evaluados. Los últimos resultados de Pisa muestran un aumento en matemáticas (se llegó a 390 puntos); sin embargo, el país sigue ocupando el puesto 62 entre 65 países participantes.

De igual manera, el Icfes (2015) realiza las pruebas Saber a nivel nacional cada año para los grados 3°, 5°, 9° y 11°. Los siguientes puntajes corresponden a los estudiantes del departamento de Cundinamarca en el área matemáticas para el grado noveno: en el año 2009 fue de 294 puntos en promedio, para el 2012 fue de 306 puntos, en el 2013 de 304, en el año 2014 de 306 puntos y en el 2015 de 303 puntos en promedio.

A propósito de lo anterior, la guía de interpretación de los resultados para estos grados dice que el rango insuficiente se ubica entre 100 y 264 puntos; mínimo entre 265 y 330 puntos, satisfactorio entre 331 y 396 puntos, y avanzado entre 397 y 500. Los grados 3°, 5° y 9° se ubicaron en un nivel mínimo; es decir que el estudiante promedio situado aquí utiliza operaciones básicas para solucionar situaciones problema, identifica información relacionada con la medición, hace recubrimientos y descomposiciones de figuras planas, organiza y clasifica información estadística (Icfes, 2015). Para grado 11° el puntaje promedio en los últimos cuatro años es de 45 a 67 y los rangos de análisis son bajo entre 0 y 30, medio entre 30 y 70 y alto 70 o más. Los estudiantes de Cundinamarca estuvieron en nivel medio que coincide también con el resultado nacional.

Por otra parte, el 25 de marzo de 2015 el Ministerio de Educación Nacional (MEN) estableció el Día de la Excelencia Educativa (Día E) (Colombia Aprende, 2016), que se realizará cada año en los colegios de educación preescolar, básica y media de carácter público y privado. El MEN entregó a cada institución un

reporte del índice sintético que evalúa los componentes de desempeño, progreso, eficiencia y ambiente escolar. Este espacio tiene como propósito realizar una reflexión nacional acerca de lo que se ha venido trabajando en los colegios, para establecer tareas conjuntas sobre tres aspectos clave: (i) reconocer metas y acciones para cada uno de los colegios en busca de la excelencia desde el Índice Sintético de Calidad Educativa (ISCE) y el Mejoramiento Mínimo Anual (MMA); (ii) crear y fortalecer estrategias pedagógicas propias y las ofrecidas por el Ministerio de Educación Nacional como apoyo a los colegios en el reconocimiento de fortalezas y dificultades; y (iii) analizar el ambiente de aula como parte del ambiente escolar que es parte fundamental del contexto de prácticas pedagógicas y aprendizajes de los estudiantes.

Los análisis de los anteriores resultados muestran que los estudiantes de una institución educativa de Cajicá tienen mejores resultados que el promedio nacional, pero también se concluye que la mayoría de los estudiantes colombianos no están desarrollando de manera adecuada procesos cognitivos para mejorar el razonamiento lógico-matemático, aspecto necesario para tomar decisiones en su vida y para iniciar una carrera profesional y laboral.

Por ejemplo, la mayoría de los estudiantes que presentaron la prueba Pisa se ubicaron por debajo del nivel 1. Estar ubicados ese nivel significa que los resultados obtenidos son insuficientes para acceder a estudios superiores y para las actividades que exige la vida en la sociedad del conocimiento.

En esta misma línea, se puede afirmar que una de las causas que genera estos resultados y que muestra la falta de una buena formación matemática en los educandos es la cantidad de contenidos que se planean para desarrollar durante el año escolar. Esto lleva a que no se profundice el saber a través de la práctica

(saber hacer), sino que se lleve más a un proceso algorítmico y repetitivo. En el informe *El bachillerato información sin información*, Vélez (2011) examina este problema (el inmenso volumen de los temas enseñados) y otros que se dan en el bachillerato colombiano, como la desactualización de los contenidos y la metodología seguida en la enseñanza. Así mismo, el informe señala que hay temas no incluidos en los programas regulares, pero que en el mundo actual se han vuelto de importancia capital.

De acuerdo con lo anterior, se puede decir que en la actualidad se plantean temas que los estudiantes no necesitan y que además no aportan ni desarrollan procesos cognitivos que permitan mejorar el aprendizaje de la matemática. Para llegar a dar soluciones consecuentes y concretas a estos problemas se hace necesario que las investigaciones lleguen a las instituciones educativas, que los docentes se apropien de estas y que reflexionen sobre los resultados que les sirven para mejorar e innovar su práctica pedagógica.

Es fundamental que los docentes produzcan investigaciones, ya que tienen los conocimientos que han adquirido en su desempeño docente. Kilpatrick, J. (citado por Gómez, 2000) señaló que una buena parte de la investigación en didáctica de las matemáticas afecta a la enseñanza, porque la investigación se encuentra aislada de esta y con baja calidad; además, muestra una carencia de soporte teórico y una ausencia de profesores implicados en ella.

Ocampo (2014) manifestó que, si bien los resultados de las pruebas Pisa no pueden ser entendidas como un fracaso de las políticas del Gobierno para este sector, sí deben significar un alto en el camino para analizar los procesos que se están desarrollando, para continuar con las iniciativas exitosas y replantear las que no están dando resultados (Linares, 2013). De otra parte, según un estudio

financiero de la Fundación Compartir (García, 2014), expertos en el tema señalaron que la baja calidad de los maestros, la poca inversión, factores socioeconómicos, prácticas pedagógicas pobres y falta de renovación docente son las razones detrás del bajo desempeño de Colombia en las pruebas Pisa.

1.2. Identificación y formulación del problema

La presente investigación está motivada por la necesidad de reconocer la relación entre el aprendizaje de la matemática y los procesos cognitivos en el contexto de estudiantes de grado décimo, cuando son mediados por la planeación pedagógica de unidades didácticas.

1.2.1. Problema general

A partir de lo anterior, el problema general de investigación lleva a preguntar: ¿Cuál es la relación que existe entre el aprendizaje de la matemática y los procesos cognitivos en la solución de tareas con razones trigonométricas en la Institución Educativa Pompilio Martínez de Cajicá Colombia, cuando es mediado por la planeación pedagógicas de unidades didácticas?

1.2.2. Problemas específicos

Para dar respuesta a la pregunta problematizadora se plantearon las siguientes preguntas específicas:

¿Qué incidencia tiene el nivel de desarrollo de los procesos cognitivos en el aprendizaje de la matemática, cuando los estudiantes de la institución educativa Pompilio Martínez en el municipio de Cajicá, Colombia de grado décimo se enfrenta a la solución de tareas de que implican el uso de razones trigonométricas?

¿Qué nivel de desempeño tienen los estudiantes de la institución educativa Pompilio Martínez de grado décimo en el municipio de Cajicá, Colombia, frente al aprendizaje de la matemática a través del manejo de contenidos, procesos y contextos cuando solucionan tareas de razones trigonométricas?

¿La unidad didáctica de razones trigonométricas, como planeación pedagógica aporta al aprendizaje de la matemática en los estudiantes de la institución educativa Pompilio Martínez de grado décimo en el municipio de Cajicá, Colombia?

1.3. Objetivos de la investigación

1.3.1. Objetivo general

Establecer la relación que existe entre los procesos cognitivos y el aprendizaje de las matemáticas cuando solucionan tareas con razones trigonométricas los estudiantes de grado décimo de la institución educativa Pompilio Martínez de Cajicá, mediado por la planeación pedagógicas de unidades didácticas.

1.3.2. Objetivos específicos

Se abordó el objetivo general a través de los siguientes objetivos específicos:

Reconocer el desempeño de los estudiantes de la institución educativa Pompilio Martínez de grado décimo el municipio de Cajicá, Colombia.; frente a los procesos cognitivos que intervienen en el aprendizaje de la matemática cuando se enfrenta a la solución de tareas de razones trigonométricas.

Identificar el nivel de desempeño de los estudiantes de la institución educativa Pompilio Martínez de grado décimo en el municipio de Cajicá, Colombia, frente al aprendizaje de la matemática a través del manejo de contenidos, procesos y contextos cuando solucionan tareas de razones trigonométricas.

Determina el aporte de la unidad didáctica de razones trigonométrica, como planeación pedagógica para mediar el aprendizaje de la matemática en los estudiantes de grado décimo de la institución educativa Pompilio Martínez en el municipio de Cajicá, Colombia.

1.4. Justificación y viabilidad de la investigación

La Constitución Política de Colombia (2015), en el artículo 67, línea 16 señala que “corresponde al Estado regular y ejercer la suprema inspección de la educación con el fin de velar por su calidad, por cumplimiento de sus fines y por la mejor formación moral, intelectual y física de los educandos” (p.19). Esta ley

compromete a los educadores a ofrecer educación de calidad, pues son los que directamente se relacionan con los educandos.

En la Ley General de Educación, Ley 115 (1996), artículo 5, numeral 9 — Fines de la educación— se afirma que:

El desarrollo de la capacidad crítica, reflexiva y analítica que fortalezca el avance científico y tecnológico nacional, orientado con prioridad al mejoramiento cultural y de la calidad de vida de la población, a la participación en la búsqueda de alternativas de solución de problemas y al progreso social y económico del país (p.7).

En relación con lo anterior, la comunidad de educadores de matemáticas, en los Lineamientos Curriculares expedidos por el MEN, hace reflexiones como esta:

Reconocer que el conocimiento matemático, así como todas las formas de conocimiento, representa las experiencias de personas que interactúan en entornos, culturas y períodos históricos particulares y que además, es en el sistema escolar donde tiene lugar gran parte de la formación matemática de las nuevas generaciones y por ello la escuela debe promover las condiciones para que ellas lleven a cabo la construcción de los conceptos matemáticos mediante la elaboración de significados simbólicos compartidos (Ministerio de Educación Nacional, 1998).

Esta reflexión invita a pensar en una práctica pedagógica bien planeada, implementada y evaluada con el fin de contribuir al desarrollo de procesos necesarios para que los estudiantes tengan un aprendizaje significativo de la matemática.

Dentro de la revisión de literatura sobre el tema, se encontró que en el *Aprendizaje en matemáticas Flores (2003)* las formas efectivas y actuales para considerar el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes son: a través de experiencias concretas, de situaciones significativas para los alumnos, de procesos de abstracción que requieren modelos, el aprendizaje por descubrimiento y también hay que considerar que no hay un único estilo de aprendizaje matemático para todos los aprendices.

Además el *Estudio del razonamiento lógico-matemático desde el modelo de las inteligencias múltiples Ferrándiz (2008)* concluye que al utilizar el modelo de evaluación de las IM (inteligencias múltiples) estas y el razonamiento lógico-matemático se valoran con pruebas contextualizadas, con materiales ricos y evocadores, que incluyen un amplio conjunto de dominios y actividades más abiertas que las recogidas en las evaluaciones psicométricas y que, además, son menos prescriptivas.

Teniendo en cuenta las razones expuestas anteriormente, se hace necesario investigar e identificar la formación matemática que reciben los estudiantes colombianos en básica y media, con el fin de realizar las mejoras que son factibles y deseables en el desarrollo de las competencias matemáticas en los estudiantes. La información obtenida le servirá al Gobierno para que diseñe e implemente políticas que optimicen la formación de los docentes del área de matemáticas para que así ellos se apropien de los resultados y reflexionen sobre los posibles progresos e innovaciones en su práctica pedagógica, y, al mismo tiempo, diseñen e implementen unidades didácticas que promuevan el aprendizaje de la matemática y el desarrollo de habilidades cognitivas para mejorar el razonamiento lógico-matemático de los estudiantes.

La primera parte de la investigación empezó tomando documentación de diferentes fuentes, como por ejemplo el Ministerio de Educación Superior (MEN). Se tuvieron en cuenta documentos que mencionan la formación docente en matemáticas, como los Estándares y los Lineamientos Curriculares de Matemáticas, los cuales se compararon con la implementación realizada en las instituciones y la interpretación que les dan los docentes a estos documentos. También se tuvieron en cuenta los resultados de las pruebas Saber, investigaciones y artículos relacionados con el tema.

En segundo lugar, se realizaron encuestas con información sobre algunos interrogantes como por ejemplo ¿qué formación deben recibir los docentes para que promuevan el desarrollo de habilidades cognitivas y así tener estudiantes con buenos razonamientos lógico-matemáticos?, ¿por qué se siguen planeando numerosos temas?, ¿son todos necesarios?, ¿todavía se sigue enseñando de la forma tradicional?, ¿qué competencias se desarrollan?, ¿hasta dónde ha trascendido la formación de docentes?, ¿hacen aplicaciones de lo aprendido?. En general, son muchos los interrogantes que surgen alrededor de esta temática y, por consiguiente, generan nuevos temas para investigar.

Los resultados obtenidos pueden reorientar las acciones de los diferentes entes interesados en mejorar el aprendizaje de las matemáticas y permiten realizar acciones concretas frente a la problemática que se está presentado en esta labor. También en hechos y tiempos reales ofrece la posibilidad de medir el alcance de las metas propuestas para tal fin.

Esta investigación aporta información útil y puede ayudar a mejorar la educación matemática en el país.

1.5. Delimitación de la investigación

En la presente investigación se abordan sustentos teóricos relacionados con la variable: “procesos cognitivas”. El término se refiere específicamente a las destrezas que el cerebro puede realizar para dar solución a un problema o situación que se le presente. También se identificó qué implica el aprendizaje de la matemática y la dependencia del aprendizaje de la matemática de los procesos cognitivos.

El problema corresponde a una situación nacional, y para obtener los resultados de la investigación se tomó como grupo muestra la Institución Educativa Departamental Pompilio Martínez de Cajicá. Esta institución educativa oficial, como cualquier otra del país, se rige por políticas nacionales contempladas en los estándares, lineamientos curriculares y documentos que especifican aspectos de la evaluación, como es el caso del Decreto 1290 del Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2009). Con este Decreto se promueve, como política nacional, el involucrar a los estudiantes en pruebas internacionales, lo que constituye una de las razones para indagar en pruebas como las planteadas por el Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes (Pisa) y por el Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias (TIMSS), entre otras, con el objeto de analizar dichos resultados.

La investigación se inició en el segundo semestre de 2014 y se culminó finalizando el primer semestre de 2018. La aplicación de técnicas en la recolección de datos se realizó con estudiantes de básica secundaria. Además, se contó con la autorización de las directivas y de los padres de familia para aplicar los instrumentos de investigación en la muestra escogida. Así mismo, es

importante mencionar que la institución facilitó los espacios y el tiempo requerido para la implementación de dichos instrumentos.

1.6. Limitaciones de la investigación

1.6.1. Limitaciones internas

El diseño de la presente investigación limita los resultados en la medida que los datos obtenidos son válidos sola para la muestra de estudio. Sus resultados son exclusivamente válidos para el tiempo y lugar en que efectuaron su estudio (Hernández, R., Fernandez, C. & Bapptista, L., 2014). Aunque es viable aplicar los instrumentos en otras instituciones educativas, la investigación se centró en la institución educativa Pompilio Martínez del municipio de Cajicá.

1.6.2. Limitaciones externas

Una de las limitaciones externas que se evidenciaron a lo largo de la presente investigación, fue el estado emocional de los estudiantes, situación que no hace parte de la misma debido a que no fue susceptible de controlar.

CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

Es importante mencionar que la identificación de investigaciones y referencias bibliográficas que se indagaron para establecer la relación que existe entre los procesos cognitivos y el aprendizaje de la matemática fue dispendiosa. Lo anterior evidencia que existen pocos estudios con el tema, en especial en Colombia, o que probablemente no se han realizado las respectivas publicaciones que permitan al lector interesado tener acceso a ellas.

No obstante, las fuentes identificadas fueron muy importantes para la realización de este trabajo, ya que aportaron aspectos fundamentales para el avance en la nueva investigación. Además, contribuyeron en forma significativa a la claridad y alcance que esta puede tener, debido a que es un tema de gran interés en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

A este respecto, la Universidad de los Andes (2009), en el sitio web Funes aporta información relevante para cualquier estudiante, docente o investigador del área de las matemáticas, que contiene diversos materiales como tesis, artículos, presentaciones, entre otros, con importantes hallazgos sobre el tema de investigación; además, ofrece la posibilidad de publicar los trabajos que se realicen. De esta manera, la página web de la Universidad de los Andes es un destacado referente de consultas de resultados de investigaciones en el área de matemáticas. El objetivo de Funes es contribuir a la mejora de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Iberoamérica.

2.1. Antecedentes de la investigación

A lo largo de la historia de la educación en el mundo se ha reconocido la importancia del desarrollo de las habilidades cognitivas para tener un buen aprendizaje; desde hace tres décadas, la comunidad colombiana de educadores matemáticos viene investigando, reflexionando y debatiendo sobre la formación matemática de los de los educandos y sobre la manera como esta se debe orientar para lograr el desarrollo de habilidades cognitivas necesarias para un buen aprendizaje de la matemática (Ministerio de Educación Nacional, 2006). El alcance de los procesos cognitivos puede contribuir más eficazmente a las grandes metas y propósitos de la educación actual y de esta manera responder a nuevos avances y demandas a nivel global y nacional. A continuación, se describen algunas investigaciones tanto internacionales como nacionales que se han interesado en este tema.

2.1.1. Antecedentes internacionales

Para este apartado se toman tres antecedentes internacionales; el primero es un estudio sobre las competencias matemáticas desde una perspectiva curricular; el segundo antecedente es una investigación sobre habilidades de razonamiento matemático que adquieren los estudiantes mexicanos que egresan del bachillerato y que aspiran a ingresar a universidades públicas mexicanas y el tercer antecedente, es el desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria.

El primer antecedente de los estudios internacionales sobre competencias matemáticas se encuentra el realizado por Gómez, Rico y Lupiáñez (2009) sobre competencias matemáticas desde una perspectiva curricular. En el capítulo cinco de este libro se presenta uno de estos estudios, dando especial atención a Pisa,

que describe las expectativas de aprendizaje y centra su atención en el desarrollo de ciertos procesos cognitivos y capacidades que los estudiantes deben afrontar para la resolución de problemas matemáticos en diferentes contextos.

De este modo, algunos de los procesos o competencias cognitivas que trabaja Pisa son: pensar y razonar, argumentar, comunicar, modelizar, plantear y resolver problemas, representar, utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico, y las operaciones; emplear soporte y herramientas tecnológicas. En consecuencia, el estudio de estas competencias o procesos ayuda a concretar los procesos cognitivos o habilidades cognitivas necesarias para que se dé un buen aprendizaje de la matemática. Además, permite entender qué es tener un buen aprendizaje matemático.

De acuerdo con este informe, se puede decir que un estudiante tiene buen aprendizaje matemático cuando al abordar una tarea (situación, problema, actividad) pone de manifiesto el contenido matemático que enmarca la tarea y que se debe utilizar para resolver el problema, además identifica el contexto en el que se ubica el problema y activa las competencias o procesos para conectar el mundo real, donde surge el problema, con las matemáticas y resuelve la cuestión planteada. A este proceso, Pisa lo llama la *matematización*.

Por otra parte, el estudio sobre competencias matemáticas desde una perspectiva curricular aporta a la presente investigación sobre las variables de estudio (procesos cognitivos y aprendizaje de la matemática) y sobre las dimensiones de las mismas variables. De esta forma, permite ir concretando cada una de estas variables y dimensiones que comprende la investigación.

El segundo antecedente es el texto titulado *Habilidades de razonamiento matemático de estudiantes* de Larrazolo, Backhoff, y Tirado, F. (2013), quienes

establecieron como objetivo “investigar las habilidades de razonamiento matemático que adquieren los estudiantes mexicanos que egresan del bachillerato y que aspiran a ingresar a universidades públicas mexicanas” (Larrazolo, N., Backhoff, E., y Tirado, F., 2013).

Los mencionados autores analizaron los resultados de 45 competencias matemáticas, basándose en los resultados del “Examen de Habilidades y Conocimientos Básicos (Exhcoba)”, utilizado en los procesos de admisión de 2006 y 2007. Los resultados obtenidos permitieron confirmar y a la vez afirmar que:

las hipótesis establecidas, que los estudiantes tienen un aprovechamiento bajo de los conocimientos matemáticos orientados en primaria, secundaria y básica secundaria; no comprenden los conceptos básicos de matemáticas, no tienen las habilidades para solucionar problemas numéricos de mediana complejidad, y los conocimientos adquiridos se relacionan con la memorización de algoritmos (p.2).

Esta investigación ratifica la importancia que tiene para los individuos y para un país la formación en matemáticas, lo cual implica al sistema educativo mexicano esforzarse para mejorar sustancialmente la educación matemática. En esta investigación se puede notar que, tanto en México como en Colombia, son comunes los bajos resultados obtenidos por los estudiantes en pruebas que implican manejo de conocimientos matemáticos en la solución de problemas.

El tercer antecedente titulado *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria* de Gómez, P. (2007). Este trabajo se despliega dentro del contexto de estas cuatro preguntas generales: ¿Qué caracteriza la actuación eficaz y eficiente del profesor en el aula de matemáticas?, ¿Cuáles deben ser los conocimientos, capacidades y actitudes

de un profesor que actúa eficaz y eficientemente? , ¿Cómo se deben diseñar e implantar los programas de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria de tal forma que se apoye y fomente el desarrollo de estos conocimientos, capacidades y actitudes? y ¿Qué caracteriza los procesos de aprendizaje de los futuros profesores de matemáticas de secundaria que participan en este tipo de programas de formación inicial?

En el capítulo dos, sobre Análisis didáctico, empieza dando respuesta parcial a la primera pregunta; una de las actuaciones eficaces y eficiente del profesor en el aula de matemáticas está basada en saber desarrollar la estructura con base en el análisis didáctico. El análisis didáctico lo configura alrededor de cuatro análisis que conforman un ciclo: de contenido, cognitivo, de instrucción y de actuación.

Esta planificación que el profesor realiza alrededor de una temática, para llevar a la práctica y evaluarla; Gómez, las nombra como unidades didácticas. Las unidades didácticas, permite avanzar en la verificación y el conocimiento de la complejidad inherente a las matemáticas en los estudiantes. Incluso, permite identificar y constituir los múltiples significados de un tema en estudio, hacer una conjetura de las acciones de los estudiantes al emprender tareas, elegir las tareas que pueden ayudar al logro de los objetivos de aprendizaje y evaluar la relevancia y eficacia de la planificación realizada. Con base en esta ejercitación, los profesores tendrán la oportunidad de complementar y profundizar en el conocimiento didáctico necesario para la planificación, puesta en práctica y evaluación de unidades didácticas.

Es así como la presente investigación, al igual que los dos estudios anteriores, muestra la importancia de realizar una adecuada planificación para

obtener una buena formación en la enseñanza y aprendizaje de la matemática. Las investigaciones aportan al estudio de las dos variables, los procesos cognitivos y el aprendizaje de la matemática cuya asignatura tiene como propósito el razonamiento matemático y la resolución de problemas y este aprendizaje puede ser mediado por el aporte de las unidades didácticas como un procedimiento para organizar la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.

2.1.2. Antecedentes nacionales

A continuación, se presentan tres antecedentes nacionales relacionados con la investigación. El primer antecedente se titula *Contribución de la enseñanza de conceptos al razonamiento matemático*, el segundo *Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos: los procesos matemáticos de ordenar y razonar en la Universidad Pedagógica Nacional de Colombia*, y el último antecedente es *Una visión de las teorías del desarrollo cognitivo desde la educación* (Segura, C., Alarcón, J., Ariza, M., Astoiza, D., De Bermúdez, M., Malaver, M. & Rodríguez, M., 2000).

El primer antecedente nacional se basa en la investigación de Olaya (2011) titulada *Contribución de la enseñanza de conceptos al razonamiento matemático, una mirada desde tres perspectivas cognitivas*. Proponen como objetivo mostrar la forma y los resultados de aplicar estrategias cognitivas en la enseñanza de conceptos matemáticos, y analizan cómo estas posibilidades de enseñanza mejoran los niveles de razonamiento matemático y por ende las posibilidades de racionalizar problemas de las matemáticas, de otras ciencias y de la vida cotidiana.

Presentan el marco teórico basándose en el cognitivismo como fundamento del desarrollo del pensamiento y los enfoques cubanos de la elaboración de

conceptos, la enseñanza para la comprensión y la pedagogía conceptual. El razonamiento se ha definido como el desarrollo de los procesos de pensamiento aplicados a problemas matemáticos y los conceptos como construcciones abstractas de los sujetos.

En la investigación, muestran las tres intervenciones realizadas en la Institución Educativa Normal Superior de Medellín de manera general, en uno de los dos conceptos trabajados. Los resultados permiten determinar que el razonamiento matemático puede ser mejorado, si las formas de trabajo en el aula están acordes con la manera como los estudiantes aprenden.

Las anteriores investigaciones en general afirman que la enseñanza no se centra en el desarrollo de contenidos, sino que usa los contenidos como campo de acción para el trabajo con los procesos de pensamiento y de esta forma avanzan en el aprendizaje con buenos razonamientos. La mejora en los procesos cognitivos reduce de manera significativa las barreras que el estudiante tiene para aprender, lo mismo para solucionar situaciones que se le presentan en el entorno. Al mejorar en los procesos necesarios para aprender, al estudiante se le facilita el procesamiento de la información.

El diseño e implementación de las actividades de enseñanza a partir de los enfoques cognitivos y de manera sistemática activan cada uno de los procesos requeridos para favorecer el aprendizaje y por lo tanto el ordenamiento de las ideas que le llevan a tener un buen razonamiento. Los sustentos teóricos seleccionados sirven de soporte a la presente a la investigación, porque enfatizan en la dependencia que hay entre los procesos cognitivos y el aprendizaje de las matemáticas; mediados por procedimientos que organicen la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.

El segundo antecedente nacional se realizó durante los años 2007 y 2008 la investigación de actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos: los procesos matemáticos de ordenar y razonar en la Universidad Pedagógica Nacional de Colombia por Soler (2010) en la línea de investigación denominada “Currículo en Matemáticas” para la formación de profesores. El objetivo principal de esta investigación fue diseñar actividades para orientar el desarrollo de los procesos de razonar y ordenar en estudiantes de quinto semestre de la Licenciatura en Matemáticas.

Teniendo como referencia la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau y como metodología la ingeniería didáctica, se diseñaron situaciones para ser abordadas por los estudiantes en el aula, en las cuales están implicados los procesos mencionados. Los talleres tuvieron como propósito recrear algunas de las situaciones propuestas en la investigación mencionada. El trabajo es importante para el diseño de las pruebas a aplicar a los estudiantes sobre el razonamiento lógico-matemático, porque muestra tipos de preguntas que llevan a los estudiantes a aplicar los procesos cognitivos. Además, las preguntas planteadas deben contener las dimensiones de cada una de las variables y establecer la dependencia que hay entre las variables de estudio.

El último antecedente se titula *Una visión de las teorías del desarrollo cognitivo desde la educación* (Segura, C., Alarcón, J., Ariza, M., Astoiza, D., De Bermúdez, M., Malaver, M. & Rodríguez, M., 2000), quienes realizan las siguientes reflexiones:

Si la sociedad de hoy está exigiendo mentes creativas e innovadoras, le compete a la educación buscar que cada persona acceda a la etapa superior del desarrollo intelectual de acuerdo con sus necesidades y condiciones, brindado a todas las

oportunidades para que cada uno desarrolle y sepa utilizar sus capacidades intelectuales. En la formación que se le brinda desde cada una de las áreas y en especial en el área de matemáticas, se puede potenciar el desarrollo de estos procesos cognitivos (p.146).

De las teorías utilizadas para la investigación se establece un comparativo que los lleva a la siguiente reflexión: “Según Piaget, el educador debe generar situaciones de aprendizaje que le permita al estudiante tener variedad de experiencias con el entorno y de interactuar socialmente”. Para Vygotsky y Bruner, el maestro, más que un generador, es quien ayuda al estudiante a desarrollar sus capacidades mentales. Para ello, Gardner plantea la necesidad de descubrir el potencial de cada uno de los alumnos para estimular sus múltiples inteligencias y lograr así los fines vocacionales o profesionales acordes con sus competencias. Stenberg, por su parte, discrepa con el enfoque de Gardner y afirma que el maestro debe beneficiar con su práctica a todos los estudiantes según su patrón de habilidades sin dar mayor énfasis a una forma de pensamiento que otra.

En síntesis, en lo que estos teóricos están de acuerdo es que el docente es quien plantea y facilita el proceso de aprendizaje a partir de sus propias didácticas y de la creación de ambientes estimulantes y de experiencias que facilitan involucrar las estructuras cognitivas superiores del estudiante, anticipándose a los esquemas de aprendizaje que este va utilizar. Como lo señala Romero (2016), la “motivación intrínseca, el buen rendimiento académico y los estilos de aprendizaje son recursos que todo profesor necesita tener siempre presente” (p.76). Por consiguiente, la planificación de una clase requiere involucrar recursos y materiales que motiven y favorezcan el aprendizaje de los estudiantes desde

desarrollo de los procesos cognitivos para que tengan buen aprendizaje de la matemática.

De los antecedentes expuestos se puede concluir que es importante identificar los procesos cognitivos necesarios a desarrollar en los estudiantes para que tengan un buen aprendizaje de la matemática. El aprendizaje de la matemática implica el manejo y la relación de contenidos matemáticos, identificación de contextos y activar procesos cognitivos. Cada uno de estos antecedentes aporta información valiosa y necesaria para las variables de estudio y las dimensiones que comprende cada una de ellas.

2.1.3. Normas internacionales

En el prólogo de la obra original, *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM, 2000), el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (Gómez & Lupiáñez, 2005) se presenta como una organización profesional internacional comprometida con la excelencia de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para todos los estudiantes. Esta organización fue fundada en 1920, y en la actualidad tiene más de 100 000 miembros. Los principios curriculares que propone el NCTM son: la igualdad, una buena educación matemática requiere igualdad, es decir, altas expectativas y una base potente para todos los estudiantes. Un currículo es más allá que una colección de actividades: debe ser coherente, centrado en matemáticas importantes para la vida de los estudiantes y el desarrollo de un país, y bien articulado en grados que tenga secuencialidad. La enseñanza efectiva de las matemáticas requiere comprender que los estudiantes saben y necesitan aprender y, entonces, retándolos y desafiándolos aprenderán bien. Los estudiantes deben aprender matemáticas, que las comprendas, que construyan activamente nuevo

conocimiento desde la experiencia y el conocimiento previo. La evaluación debería apoyar el aprendizaje de las matemáticas importantes y aprovechar esta información poderosa tanto para alumnos como para profesores, la evaluación no debe ser un castigo si una oportunidad para mejorar. El uso de la tecnología es esencial en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; permiten crear conocimiento, motivan, influyen y refuerzan el aprendizaje.

2.1.4. Normas nacionales

La Constitución Política de Colombia (Constituyente, 1991) en el artículo 67, línea 16 dice que corresponde al estado regular y ejercer la suprema inspección de la educación con el fin de velar por su calidad, por cumplimiento de sus fines y por la mejor formación moral, intelectual y física de los educandos. Esta ley compromete a los educadores a ofrecer educación de calidad, pues son los que directamente se relacionan con los educados. En la Ley General de Educación (ley 115 de 1994) se dice que hay que promover el desarrollo de la capacidad crítica, reflexiva y analítica que fortalezca el avance científico y tecnológico nacional, orientado con prioridad al mejoramiento cultural y de la calidad de vida de la población, a la participación en la búsqueda de alternativas de solución de problemas y al progreso social y económico del país.

Es así como la comunidad de educadores de matemáticas en los Lineamientos Curriculares (Ministerio de Educación Nacional , 1998) afirmó que:

reconocer que el conocimiento matemático, así como todas las formas de conocimiento, representan las experiencias de personas que interactúan en entornos, culturas y períodos históricos particulares y que, además, es en el sistema escolar donde tiene lugar gran parte de la formación matemática de las nuevas generaciones (p.14).

Por ello la escuela debe promover las condiciones para que ellas lleven a cabo la construcción de los conceptos matemáticos mediante la elaboración de significados simbólicos compartidos, reflexión para hacer una práctica bien planeada que contribuya al desarrollo de procesos necesarios para tener un buen razonamiento lógico-matemático.

Otro documento legal que sustenta esta investigación y por el cual se rigen las instituciones educativas para elaborar los planes de área son los estándares básicos de competencias en matemáticas (MEN, 1998). El documento dice que la educación matemática debe responder a nuevas demandas globales y nacionales, como las relacionadas con una educación para todos, la atención a la diversidad y a la interculturalidad y la formación de ciudadanos y ciudadanas con las competencias necesarias para el ejercicio de sus derechos y deberes democráticos. Sin duda alguna, la contribución de la formación matemática a los fines generales de la educación, son clave por su relación con el desarrollo de las capacidades de razonamiento lógico, por el ejercicio de la abstracción, el rigor y la precisión, y por su aporte al desarrollo de la ciencia y la tecnología en el país. Así mismo, El Decreto 1290 de 2008, por el cual se reglamenta la evaluación del aprendizaje y promoción de los estudiantes de los niveles de educación básica y media, es fundamental para el diseño y la valoración de los instrumentos, pues permite establecer los criterios de evaluación para el diseño de estos y se tiene en cuenta para la valoración la escala nacional.

2.2. Bases teóricas

La estructura que despliega las bases teóricas parte de cada una de las variables de estudio; procesos cognitivos y aprendizaje de la matemática. En cada una de ellas estudia las dimensiones que le comprenden y la relación que hay

tanto en variables y dimensiones. De igual forma para la mediación del aprendizaje de la matemática y los procesos cognitivos se vale de la estrategia unidades didácticas.

2.2.1. Aprendizaje de la matemática

El estudio Aprendizaje en matemática Flores, P. (2015) señala que se han presentado dos enfoques principales, el primero es un enfoque conductual; el aprendizaje como cambio de conducta y el segundo es un enfoque con una base cognitiva; considera que aprender es alterar las estructuras mentales.

El aprendizaje con enfoque conductual es llamado aprendizaje asociacionista (Flores, 2015) una de las teorías asociacionistas más significativas en relación con el aprendizaje de las matemáticas es la de Gagné. El autor intenta presentar Jerarquías de aprendizaje. En otras palabras, trata de organizar un tema de acuerdo con la dificultad de las tareas; por ejemplo, el tema de la división va aumentando las cifras del divisor. Gagné llama secuencia de instrucción a una serie de capacidades o destrezas ligadas a la capacidad superior que se quiere lograr. Esta cadena, comienza con prerrequisitos y continúa delimitando los conceptos y, al final, las destrezas que se van a ejercitar. Insiste en habilidades de cálculo y dividen estas habilidades en pequeños pasos para que mediante el aprendizaje de destrezas o habilidades simples se llegue a aprender secuencias de destrezas más complejas.

En cambio, para los estructuralistas o aprendizaje con enfoque cognitivo (Flores, 2015); aprender es agregar las características de los nuevos conceptos aprendidos en sus estructuras mentales anteriores (conocimientos previos), creando una nueva estructura que encaje estas propiedades, o sea, que vuelva a estar en equilibrio, pero en la que contengan las nuevas propiedades y conceptos.

Dentro los teóricos estructuralistas (Flores, 2015) destaca a Brunner y Ausubel; Brunner hace énfasis en que el aprendizaje debe ser significativo para el que aprende y para poder llevar a cabo un aprendizaje significativo Ausubel propone la enseñanza por descubrimiento.

Hoy por hoy, la manera de pensar el aprendizaje matemático es de tipo estructuralista, estos cambios o alteraciones no se producen por medio de procesos simples, sino que se realizan de manera general. Algunas características de este tipo de aprendizaje son basadas en los principios de quienes para el aprendizaje de las matemáticas (Flores, 2015): se realiza a través de experiencias concretas, la forma en que los aprendices puedan llegar a incorporar el concepto a su estructura mental es mediante un proceso de abstracción que requiere de modelos, el aprendizaje. Tiene que iniciar de una situación significativa para los estudiantes y una de las formas de conseguir que el aprendizaje sea significativo es mediante el aprendizaje por descubrimiento.

Igualmente, es importante considerar diversas componentes descritas por Fandiño, M. (2010) en el aprendizaje de la matemática; aprendizaje conceptual (noética), aprendizaje algorítmico (calcular, operar, efectuar, solucionar,...), aprendizaje de estrategias (resolver, conjeturar, deducir, inducir,..), aprendizaje y gestión de las representaciones semióticas (tratar, convertir, traducir, representar, interpretar,...). Cada una de estas componentes se conecta, se refuerzan una con la otra y garantizan el aprendizaje de la matemática de la forma estructuralista.

2.2.1.1. Dimensiones que dan cuenta del aprendizaje de la matemática

En la presente investigación se toma como referencia a las competencias de Pisa (Rico, 2007) para establecer las dimensiones que dan cuenta del

aprendizaje de la matemática y estas dimensiones son: el contenido matemático, los procesos matemáticos y los contextos, las cuales dan muestra si los estudiantes son competentes en las matemáticas.

2.2.1.1.1.El contenido matemático

La dimensión del contenido matemático es importante para los ciudadanos en el mundo de la globalización. Para resolver problemas e interpretar situaciones en contextos personales, ocupacionales, sociales y científicos, hay que hacer uso de conocimiento y comprensión matemáticos.

Pisa utilizará cuatro categorías que caracterizan el rango de contenido matemático: cambio y relaciones, espacio y forma, cantidad e incertidumbre., implica una comprensión de los tipos fundamentales de cambio y el reconocimiento de cuándo ocurren para así utilizar modelos matemáticos adecuados y describir y predecir el cambio. En matemáticas, es modelar situaciones, es crear, interpretar y traducir entre representaciones simbólicas, representaciones gráficas, numérica tabular y establecer relaciones entre cada una de las representaciones.

En cuanto a espacio y forma, la geometría ofrece fundamentos esenciales del espacio y de la forma, pero la categoría se extiende más allá de la geometría tradicional (contenido), significado y método, utilizando elementos de otras áreas matemáticas como la visualización espacial, las mediciones y el álgebra. El espacio y forma involucra un rango de actividades como la creación y lectura de mapas, la transformación de formas haciendo uso de la tecnología, la interpretación de puntos, de vista de escenas tridimensionales desde varias perspectivas, y la construcción de representaciones de las formas.

La cantidad hace referencia a la cuantificación de los atributos de los objetos, relaciones, situaciones y entidades en el mundo, la comprensión de varias representaciones de esas cuantificaciones y la evaluación de las interpretaciones y de los argumentos basados en las cantidades. Aspectos del razonamiento cuantitativo, como el sentido de los números, representaciones múltiples de los números, elegancia en el cómputo, cálculo mental, estimación y evaluación de la racionalidad de los resultados, son la esencia de la alfabetización matemática en relación con la cantidad.

Finalmente, incertidumbre incluye el reconocimiento del lugar de la variación, reconociendo la incertidumbre y el error en la medición, y el conocimiento en los procesos, con un sentido de la cuantificación y explicación de la de la casualidad. También incluye formar, interpretar y evaluar las conclusiones que se sacan en situaciones en las que la incertidumbre es central. La presentación e interpretación de los datos son también conceptos claves de esta categoría.

2.2.1.1.2. Las competencias o procesos en el aprendizaje de la matemática

El proyecto Pisa da a conocer que, para la resolución de los problemas, los estudiantes deben poner en práctica un conjunto de procesos, esto es, manifestar su dominio en un conjunto de competencias matemáticas generales. Estas competencias dan cuenta de la forma en que los estudiantes deben proceder cuando hacen matemáticas, es decir, los procesos a cuyo dominio está orientada la formación.

Las competencias o procesos generales elegidos por el proyecto Pisa (OECD, 2004, p. 40), son: pensar y razonar, argumentar, comunicar, modelar,

plantear y resolver problemas, representar, utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones y usar herramientas y recursos.

El proyecto Pisa sostiene que el objetivo básico para los estudiantes es aprender a matematizar. Matematizar consiste en la capacidad de las personas de reconocer e identificar oportunidades para utilizar las matemáticas, esto es, traducir un problema en un contexto natural a una forma matemática. Incluyen actividades como las siguientes:

- Identificar los aspectos matemáticos de un problema situado en un contexto del mundo real e identificar las variables significativas.
- Reconocer la estructura matemática (incluyendo las irregularidades, relaciones y patrones) en problemas y situaciones.
- Simplificar una situación o problema para hacerlo susceptible de análisis matemático.
- Identificar las restricciones y suposiciones detrás de cualquier modelo matemático y las simplificaciones deducidas del contexto.
- Representar una situación matemáticamente, utilizar variables apropiadas, símbolos, diagramas y modelos.
- Representar un problema de forma diferente de acuerdo con conceptos matemáticos y hacer suposiciones apropiadas.
- Entender las relaciones entre el lenguaje del contexto específico de un problema y el lenguaje simbólico y formal necesario para representarlo matemáticamente.
- Traducir un problema al lenguaje matemático o a una representación matemática, es decir, a un modelo matemático.

- Reconocer aspectos de un problema que corresponden a problemas o conceptos, hechos o procedimientos matemáticos conocidos.
- Usar la tecnología para presentar la relación matemática inherente en un problema contextualizado.
- Aplicar conceptos, hechos, procedimientos y razonamientos matemáticos para resolver problemas formulados matemáticamente.

2.2.1.1.3.Los contextos

Los contextos se clasifican en cuatro categorías: personal, ocupacional, social y científico. El personal se ubica en actividades propias del estudiante, de la familia o de un grupo de compañeros. Los contextos personales involucran la preparación de la comida, las compras, los juegos, salud personal, transporte personal, deportes, viajes y planeación, programación de las finanzas personales y el tiempo personal.

El contexto ocupacional se centra en el mundo del trabajo, implican asuntos como medir, costos y pedidos de materiales para la construcción, control de calidad, programación/inventario, diseño/arquitectura y toma de decisiones relacionadas con el trabajo.

En el contexto social, los problemas se ubican en la comunidad. Pueden involucrar aspectos como los sistemas de votación, el transporte público, el Gobierno, las políticas públicas, la demografía, publicidad, las estadísticas nacionales y economía.

En los contextos científicos, los problemas se relacionan con la aplicación de las matemáticas en el mundo natural y los problemas y temas relacionados con la ciencia y la tecnología. Los contextos particulares incluyen áreas como el

tiempo o el clima, la ecología, medicina, ciencia espacial, genética y las mediciones (Icfes, 2015).

2.2.2. Procesos cognitivos

El término cognición lo describe Navarro (2008) como lo que entraña procesos de adquisición, transformación, organización, retención, recuperación y uso de la información. Un estudiante en su proceso de aprendizaje puede extraer información del entorno y procesarla, asociarla y usarla para un nuevo conocimiento.

Así pues, se entiende como proceso, una serie de operaciones mediante las cuales una cosa se transforma en otra (Navarro, 2008). Por ejemplo, si un estudiante observa el lanzamiento de un balón de basquetbol, puede procesar esta información visual realizando una descripción del movimiento como una línea curva.

Los procesos cognitivos que realiza una persona le dan significado a un nuevo conocimiento, los procesos que se describen a continuación son *la atención, percepción y la memoria*. Las descripciones de estos procesos cognitivos se ha basado en las ideas del documento Procesos cognitivos y aprendizaje significativo (Navarro, 2008)

2.2.2.1. Dimensiones que dan cuenta de los procesos cognitivos

En la actual investigación se toma como referencia Procesos cognitivos y aprendizaje significativo (Navarro, 2008) para establecer las dimensiones que dan cuenta de los procesos cognitivos y estas dimensiones son: la atención, percepción y adquisición, memoria y decisión, las cuales dan muestra si los estudiantes son competentes en las matemáticas.

2.2.2.2. La atención

La atención, (Navarro, 2008) implica concentración en una actividad mental, esta opera como una especie de filtro, seleccionando determinados estímulos entre la multiplicidad de los que inciden paralelamente en los órganos sensoriales, restringiéndolos a los que permite la capacidad o recursos mentales disponibles. La investigación científica presta interés a la atención, porque resulta determinante para los demás procesos cognitivos, como la percepción y la memoria.

A la mente humana le llega variados estímulos como auditivos y visuales y esta realiza una selección de determinados estímulos excluyendo todos los demás que no les son interesantes o importantes. La selección de un estímulo, demuestra una capacidad limitada del sistema cognitivo, no es posible atender, de manera eficiente, diferentes cosas al mismo tiempo, véase Navarro (2008).

La atención (Navarro, 2008), es factor importante en las tareas como la solución de problemas o la toma de decisiones. Al leer el enunciado de un problema, se requiere elegir y prestar atención a determinada información, desatendiendo la información que no tiene trascendencia o interés.

Veamos un problema de la matemática, que le implica al estudiante prestar atención y selección de la información para dar solución a la situación planteada. El problema, se plantea para grado décimo según la estructura curricular de matemáticas de la institución educativa Pompilio Martínez de Cajicá en la unidad didáctica razones trigonométricas vistas a través de múltiples lentes (González, J., Mora, F., Nieto, E., Polania, D. & Romero, M. 2014)

Enunciado de la situación:

La siguiente figura muestra un dibujo de la atracción mecánica Rueda de Chicago en un parque de diversiones. Suponga que una persona se encuentra en la canastilla 1 de la atracción.

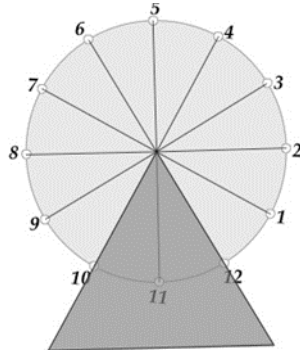


Figura 1. Rueda de Chicago. En “Razones trigonométricas vistas a través de múltiples lentes. Bogotá. Ediciones Unidades” por González, J., Mora, F., Nieto, E., Polania, D. & Romero, M. (2014) .

1. Transcurrido un tiempo, la persona se encuentra en la posición de la canastilla 3. Si el brazo que sostiene cada canastilla es de 20 m, ¿Cuántos metros ha recorrido la persona en dicha canastilla?
2. Y si la persona se encuentra en la posición 6, ¿Cuántos metros habrá recorrido?
3. Ahora, si la rueda girara en el sentido de las manecillas del reloj, ¿Cuál debe ser el ángulo que forma el brazo de la canastilla 1, con el brazo de la nueva posición para que la distancia recorrida sea la misma a las mencionadas en las preguntas 1 y 2?
4. Si está en la posición 1, ¿Qué ángulo debe recorrer para que quede en la posición de la canastilla 3?
5. ¿Cuál es la distancia de la canastilla 3 al brazo de la canastilla 1?
6. ¿Cuál es la distancia de la canastilla 3 al brazo de la canastilla 4?

La solución a la situación planteada, implica al estudiante concentración en la lectura del enunciado, en la observación de la figura y las preguntas. El estudiante puede hacer una selección de la información que le brinda el dibujo

que representa la Rueda de Chicago, esta imagen le produce un estímulo visual que le ayuda a la comprensión del enunciado. También, puede excluir información como “en un parque de diversiones” pues, no es una información relevante en la solución del problema.

Cuando el estudiante centra la atención en el problema, involucra la activación de los procesos cognitivos como el procesamiento y selección de la información, además recuerda conceptos de la matemática (memoria), que le serán de gran utilidad en la solución del problema.

En otras palabras, La *activación* cognitiva es una función primaria de la atención, donde el sistema nervioso central se pone alerta o vigilante y determina una atención aguda y duradera de acuerdo al nivel de atención prestada (Navarro 2008).

Particularmente, al plantear el problema anterior a un grupo de estudiantes, puede suceder que la atención, en algunos se dé con mayor intensidad, en otros con menor intensidad y cierto número de estudiantes no se dé. Es decir, la intensidad muestra el nivel atención manifestada por los estudiantes en el problema.

Otro aspecto a considerar en el proceso cognitivo de la atención es la persistencia o la atención sostenida, se refiere a la duración o continuidad de la atención en el objeto o la tarea. Cuando es temporal, con cambios frecuentes, indica una atención oscilatoria, superficial y difusa que afecta el aprendizaje significativo (navarro 2008).

Es así como, en la situación expuesta “Rueda de Chicago” se puede observar que algunos estudiantes persisten hasta dar respuesta a cada una de las preguntas propuesta; pero también, puede suceder que unos respondan

algunas de las preguntas o ninguna de ellas. La persistencia o constancia de la atención del estudiante, es un factor transcendental en cualquier situación de aprendizaje, en especial en el aprendizaje de la matemática.

Para que se dé la persistencia de la atención en los estudiantes debe tener expectativas o interés por aprender. Las expectativas es factor importante en la función activadora y selectiva de la atención. Cuando el estudiante le encuentra significado y sentido a la tarea se mantiene la atención y es constante la concentración. Por el contrario, la atención del estudiante se dispersa respecto a los contenidos carentes de significado, que no comprende, o tareas de las que no le encuentra sentido (Navarro, 2008). Para crear mayor expectativa frente al problema de la Rueda de Chicago, se le puede presentar al estudiante la construcción del modelo en un software dinámico, que tenga la función *aprendizaje por descubrimiento* (Acosta, 2010) para llegar a la solución del problema.

2.2.2.3. La percepción

En virtud de la percepción, como proceso cognitivo, se dice que a través de los sentidos las personas se informan de modo inmediato y permanente de las cosas del entorno, adquiriendo conocimiento acerca de los hechos, objetos, propiedades y estructura de estos (Navarro, 2008). Esta afirmación de la percepción lleva a considerar que: si no hay atención no puede haber percepción; esto implica la activación de los órganos de los sentidos para recibir el estímulo y hacer el proceso perceptivo.

Goldstein (2006), afirmo que cuando se enfoca la atención a un área del entorno, mediante los órganos de los sentidos, como receptores sensoriales, se detecta el estímulo o configuración de los estímulos que inicia el proceso

perceptivo. (Navarro, 2008). Es así como, llevando esta concepción de percepción al problema expuesto anteriormente “Rueda de Chicago”; se puede considerar; cuando el estudiante centra su atención en la lectura del enunciado y observa el dibujo recibe un estímulo visual de la representación, tanto verbal como gráfica que le permite obtener información cuyo resultado es la representación mental.

También, es importante considerar una distinción entre un estímulo distal (distante) y un estímulo proximal (próximo). El estímulo distal (distante), es el objeto real que se encuentra en el ambiente físico: el árbol. El estímulo proximal, (próximo) es la información registrada por los receptores sensoriales: la imagen del árbol en la retina del ojo (Navarro, 2008).

En el caso, la rueda de Chicago el objeto real que se encuentra en el ambiente físico es un parque de atracciones y una persona en una de las canastillas; es un estímulo distal. El estímulo proximal, (próximo) es la información registrada por los receptores sensoriales: la imagen de la rueda de Chicago en el parque de atracciones y una persona en una de las canastillas, imagen en la retina del ojo. El estímulo proximal, como imagen de entrada, es perceptivamente procesado resultando la correspondiente representación mental del objeto.

Además, es importante considerar en el proceso de la percepción las experiencias o conocimientos previos que le permiten a la persona interpretar cada uno de los estímulos que los sentidos pueden registrar (Navarro, 2008). Para interpretar la situación de la rueda de Chicago, se puede considerar las experiencias previas de los estudiantes; ya sea que vivieron la experiencia de estar en el juego de atracción, también una imagen, un video. Pero, la situación también requiere de conocimientos previos específicos como: circunferencia,

elementos de la circunferencia, medias de ángulos en grados y radianes, longitud de arco, etc.

Por consiguiente, un estudiante que tenga insuficiencias en experiencias o conocimientos previos necesarios para dar solución a la situación propuesta, no va a centrar su atención y por tanto no hay proceso de percepción. Fácilmente abandona la actividad o tarea propuesta. Navarro (2008), afirmó que la insuficiencia de experiencias previas o conocimientos específicos puede ser la causa de determinadas dificultades en el aprendizaje significativo y no las capacidades o nivel intelectual, como, a veces, indebidamente se supone como factor exclusivo. Asimismo, el problema tampoco estará estrictamente en la técnica metodológica o los medios didácticos.

Las interacciones del sujeto con el entorno, físico y social, extrae información y alcanza la comprensión, construyendo estructuras mentales y esquemas significativos. Los preceptos, como resultado de la percepción, constituyen la base de los conceptos

De acuerdo a lo expuesto anteriormente en el proceso cognitivo de la percepción, se constituye como un proceso activo, básico en el aprendizaje de los estudiantes; puesto que, el resultado del proceso perceptivo se deriva de datos sensoriales suministrados por los sentidos, así como experiencias y conocimientos previos del sujeto dando lugar a la interpretación de hechos, situaciones, problemas, etc. El significado, que encuentra y extrae el estudiante, a través de la percepción hace que adquiera conocimiento acerca de las cosas.

2.2.2.4. La memoria

El proceso cognitivo de la memoria, se considera como un proceso independiente, consistente en el almacenamiento o retención de sílabas,

palabras, etc. En esa concepción se encuadran las rigurosas investigaciones del alemán Herman Ebbinghaus (1885). Pero en el paradigma cognitivo del procesamiento de la información, los procesos de la memoria son centrales en la cognición y el aprendizaje en general.

En el ambiente educativo, se considera al proceso cognitivo de la memoria únicamente como el oficio de adquisición, retención, recuperación y reproducción literal, en un momento dado, de contenidos verbales, sin ser, a veces, entendidos por el estudiante. Sin embargo, los resultados de las diferentes investigaciones han puesto de manifiesto las estructuras y los procesos que establecen el funcionamiento de la memoria en el proceso cognitivo. La memoria es un sistema complejo, compuesto por subsistemas con una dependencia recíproca, que actúan en el procesamiento de la información (Navarro, 2008).

La teoría expuesta por Navarro (2008), lleva a pensar que en el ámbito educativo la comprensión de la memoria de los estudiantes no se puede limitar al análisis de la precisión y duración de la retención de información. Esto sin desconocer que estos procesos de la memoria también son importantes. Pero, que es más significativo analizar sus formas, función en el procesamiento de la información y la función el proceso del aprendizaje.

Según modelo modal de Atkinson y Shiffrin (1968), se distinguen principalmente unas propiedades estructurales pertenecientes al sistema de la memoria humana formado por tres almacenes interrelacionados; como son registros sensoriales (memoria sensorial), almacén a corto plazo (memoria operativa) y almacén a largo plazo (memoria permanente). La memoria sensorial corresponde a la retención de los estímulos registrados por los sentidos; se da en

un tiempo muy limitado y es determinante en el proceso cognitivo de la percepción.

La memoria operativa o memoria a corto plazo tiene retención algo más prolongada que la memoria sensorial, puede aumentar la conservación de la información por medio de la repetición. En esta memoria, la información se mantiene activa durante su proceso con operaciones de interpretación, extracción de información y transformación, por lo que será considerada como memoria operativa o memoria de trabajo.

La memoria a largo plazo, consiste en la acumulación organizada de la información, para su posterior recuperación, influyendo a la memoria operativa, para luego ser utilizada en procesos cognitivos de elaboración de nuevo conocimiento y en la acción humana. Es considerada como memoria permanente, en sus versiones de memoria declarativa (episódica y semántica) y memoria procedimental (Navarro, 2008).

Así, por ejemplo, en la tarea de *la Rueda de Chicago*, se dan las propiedades estructurales de la memoria. La memoria sensorial; cuando percibe de forma verbal y gráfica la situación, este registro sensorial se trasfiere a la memoria a corto plazo; donde se mantiene activa la información del problema durante los procedimientos necesarios para su solución, por eso se considera memoria operativa. De la memoria operativa o de trabajo se acumula o retiene conocimientos que viene hacer parte de la memoria a largo plazo.

Es así como, estos conocimientos pueden ser declarativos o procedimentales: los primeros se refieren a conceptos como circunferencia, radio, diámetro, longitud de arco y hechos como el giro de una circunferencia es de 360°, o datos. En los conocimientos procedimentales; se puede considerar la

aplicaciones de la expresión matemática para determinar la longitud de arco ($s = r\theta$).

En consecuencia, la memoria humana difiere mucho de reducirse a solo retención de información, pues los estudiantes también aprenden, retienen y recuerdan conceptos, proposiciones, esquemas mentales, teorías, hipótesis, etc. que forman parte de los contenidos de la memoria, recordados y utilizados en la elaboración de nuevos conocimientos, en el razonamiento, la resolución de problemas, la toma de decisiones y la acción humana en general.

De otra parte, Chadwick y Rivera, (2011) refieren que los procesos cognitivos son las habilidades cognitivas que forman un conjunto de operaciones mentales que buscan que el alumno integre la información adquirida a través de los sentidos, en una estructura de conocimiento que tenga sentido para este. El estudiante no solo adquiere los contenidos mismos, sino que también aprende el proceso que usó para hacerlo. Los procesos de experimentación facilitan la comprensión de un saber o conocimiento.

De esta manera se puede afirmar que los procesos cognitivos son las facilitadoras del conocimiento, aquellas que operan directamente sobre la información, realizando un proceso de recogida, análisis, comprensión de proceso y guardando la información en la memoria, para que más adelante pueda recuperarla y utilizarla dónde, cuándo y cómo la necesite.

Según Merino (2013), los procesos cognitivos son los siguientes:

- Atención: Exploración, fragmentación, selección y contra distractoras.
- Comprensión (técnicas o habilidades de trabajo intelectual): Captación de ideas, subrayado, traducción a lenguaje propio y resumen, gráficos,

redes, esquemas y mapas conceptuales. A través del manejo del lenguaje oral y escrito (velocidad, exactitud, comprensión).

- Elaboración: Preguntas, metáforas, analogías, organizadores, apuntes y mnemotecnias.
- Memorización/Recuperación (técnicas o habilidades de estudio): Codificación y generación de respuestas. Como ejemplo clásico y básico, el método 3R: Leer, recitar y revisar (*read, recite, review*).

Para la presente investigación el trabajo se centrará en los procesos cognitivos que describe Navarro. Cada uno de estos procesos serán las dimensiones que van a permitir diseñar los instrumentos para la recolección de la información de la variable en estudio.

Recapitulado, en el ámbito educativo, se deben diseñar actividades que promuevan y desarrollen las habilidades cognitivas en los estudiantes para el aprendizaje de la matemática. Para el diseño de dichas actividades se puede seguir la teoría del aprendizaje por adaptación (Acosta, 2010) y el diseño, implementación y evaluación de unidades didácticas (Gómez, 2007). De esta última teoría, a continuación se presenta una descripción que será de gran utilidad para lograr el aprendizaje de la matemática y los procesos cognitivos.

2.2.3. Análisis y planeación didáctica para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática

En la investigación titulada “Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria” (Gómez, 2007), especifica el análisis didáctico como el procedimiento ideal que el profesor puede utilizar para diseñar, implementar y evaluar unidades didácticas y concreta la idea de conocimiento didáctico, como el conocimiento necesario para realizar el

análisis didáctico; un procedimiento para organizar la enseñanza de las matemáticas. El autor describe y caracteriza el desarrollo de una unidad didáctica basado en cuatro análisis: El análisis de contenido, el análisis cognitivo, el análisis de instrucción y el análisis de actuación. A continuación, se describen y ejemplifican cada uno de los análisis que caracterizan la unidad didáctica; tomando como ejemplo la unidad didáctica de razones trigonométricas vistas a través de múltiples lentes (González, J., Mora, F., Nieto, E., Polania, D. & Romero, M. 2014).

2.2.3.1. El análisis de contenido

El análisis de contenido (Gómez, 2007), es el primero de los análisis que componen el análisis didáctico; lo define como el procedimiento en cual el profesor identifica y organiza la multiplicidad de significados de un concepto. En el análisis de contenido, se centra en el tema matemático; el propósito consiste en reconocer y establecer la diversidad de significados que pueden asociarse con el tema. Así que, los organizadores que utiliza para el análisis de contenido es la estructura conceptual, los sistemas de representación y la fenomenología.

Para la estructura conceptual del tema; razones trigonométricas; identifican cuatro conceptos que son los focos de contenido: ángulos, triángulo rectángulo, razones trigonométricas, circunferencia y razones. A cada concepto le corresponde unos hechos. Por ejemplo, al concepto de ángulo se le asocian términos como ángulo en posición normal, mediadas de ángulos, congruencia, ángulos notables, suplementarios, complementarios, entre otros. También, los hechos tiene convenios, como el sentido de un ángulo (+,-), el símbolo de grado ($^{\circ}$), radian (π), el lenguaje matemático de las razones trigonométricas

($\sin x$, $\cos x$, $\tan x$, $\csc x$, $\sec x$, $\cot x$), entre otras más notaciones de las matemáticas y que son específicas del tema.

Con cada uno de los demás conceptos o focos de contenido se realiza el mismo tratamiento para identificar y delimitar el concepto de estudio; de acuerdo al nivel de enseñanza y los estándares de matemáticas nacionales.

Dentro de la estructura conceptual se identifican las representaciones asociadas al tema de estudio, llamados sistemas de representación. Estos sistemas, contienen las diferentes formas en las que se puede representar el tema y sus relaciones con los conceptos que lo conforman. Para el caso de las razones trigonométricas los sistemas de representación identificados son gráfico sin sistema de coordenadas, gráfico con sistema de coordenadas, lenguaje simbólico, manipulativo tangible, manipulativo software, tabular y verbal. Como ejemplo de los sistemas mencionados se describen tres de ellos, para el sistema de representación gráfico sin sistema de coordenadas, hace referencia a las figuras geométricas y en especial al triángulo rectángulo, la representación gráfica con sistema de coordenadas consiste en una circunferencia de radio uno ubicada en un plano cartesiano, donde los puntos que pertenecen a la circunferencia y que determinan los ángulos corresponden a las medias de las razones trigonométricas y el sistema de representación manipulativo tangible; para este caso, el tema de las razones trigonométricas se utilizan los goniómetros, estos por si solos no son un sistema de representación; hay que hacer su aplicación en el objeto de estudio para que cobre sentido y sirva de ayuda a la comprensión del tema (González, J., Mora, F., Nieto, E., Polania, D. & Romero, M. 2014).

Finalmente, el organizador de la fenomenología que hace parte del análisis de contenido y su propósito es identificar los contextos, situaciones y

subestructuras del tema. Para las razones trigonométricas; los contextos identificados son los relacionados con medidas, posición, simplificación de procesos; la subestructura está identificadas desde la estructura conceptual la cual corresponde a la circunferencia, el triángulo rectángulo y ángulos. Las situaciones, están dadas a los ámbitos en los que se encuentran los fenómenos, puede ser una situación personal, educativa, cultural, científica, etc.

Una de las situaciones que exponen para las razones trigonométricas, es una situación de tipo personal. Le implica al estudiante determinar la altura de un árbol, conociendo la distancia que hay entre un estudiante y un árbol, y conociendo el ángulo de elevación; determinado por el estudiante cuando observa la copa del árbol. Aquí se presenta una relación entre fenómenos, subestructura, situaciones y contextos (González, J., Mora, F., Nieto, E., Polania, D. & Romero, M. 2014).

2.2.3.2. Análisis cognitivo

El análisis cognitivo, se centra en el aprendizaje del estudiante. En el análisis cognitivo el profesor describe su hipótesis acerca de cómo los estudiantes pueden avanzar en la construcción de un conocimiento sobre el concepto cuando se enfrenta a las tareas que conforman las actividades de enseñanza aprendizaje (Gómez, 2007).

Para el caso de las razones trigonométricas, el análisis cognitivo está establecido por dos tipos de expectativas de aprendizaje; las capacidades y objetivos, algunas limitaciones que se puede dar en el aprendizaje y las hipótesis de aprendizaje.

Cada uno de estos aspectos se desarrollan de acuerdo al análisis de contenido; así, por ejemplo, para el concepto de triángulo rectángulo una de las

capacidades dice: *C1: Identifica los elementos del triángulo rectángulo*. En total describen un conjunto de veintiséis capacidades, que les permite ir dando cuenta si el estudiante está obteniendo un aprendizaje del concepto a medida que va desarrollando las tareas. En cuanto a los objetivos, establecieron dos; uno de ellos dice: identificar las razones trigonométricas en un triángulo rectángulo y en la circunferencia unitaria, y utilizarlas para hallar las mediantes de lados y ángulos en las situaciones propuestas (González, J., Mora, F., Nieto, E., Polania, D. & Romero, M. 2014). Como se puede observar las capacidades son más específicas, mencionan cada uno de los elementos de la estructura conceptual; mientras que el objetivo está planteado a un nivel más general, las intenciones que se espera realice el estudiante con el tema de razones trigonométricas.

Dentro del análisis cognitivo, analizan las limitaciones que puede presentarse en el aprendizaje de las razones trigonométricas, estas limitaciones se establecieron a partir de las capacidades planteadas; y las clasificaron en dificultades y errores. Por ejemplo: *D1: Dificultad; para utilizar las unidades de medida grados y radianes*, el error; *E1: asignar erróneamente una unidad de medida que no corresponde a la magnitud que se pregunta*. Para esta unidad didáctica establecieron siete posibles dificultades y doce errores que se puede dar en el aprendizaje del tema.

Así mismo, dentro del análisis cognitivo esta las hipótesis de aprendizaje; estas, se crearon de acuerdo a cada una de las posibles tareas a desarrollar por los estudiantes en la unidad didáctica. Las tareas propuestas se llamaron: Escalera, características, Rueda de Chicago, canicas y altura de un árbol. Para cada una de ellas establecieron un camino de aprendizaje. El camino de aprendizaje se da con las capacidades que tiene que activar el estudiante al

solucionar una tarea. Por ejemplo, para la tarea de características; tienen que activar seis capacidades de las veintiséis planteadas. Entonces, las hipótesis se centran en la secuencia de capacidades, denominadas caminos de aprendizaje que los estudiantes podrían activar al resolver las tareas (posibles caminos de aprendizaje).

2.2.3.3. Análisis de instrucción

En el análisis de instrucción, el profesor diseña, analiza y selecciona las tareas que conformaran las actividades de enseñanza y aprendizaje para lograr las expectativas previstas (Gómez; 2007).

Para el caso de la unidad didáctica de razones trigonométricas, describen los organizadores del currículo que utilizaron para caracterizar cada una de las tareas propuestas con el fin de lograr las expectativas de aprendizaje previstas. Las tareas propuestas para la unidad didáctica son las mismas cinco mencionadas en el análisis cognitivo: Escalera, características, Rueda de Chicago, canicas y altura de un árbol. La secuencia de las tareas tiene un inicio que corresponde a los conceptos previos, un desarrollo que corresponde a las tareas principales del tema y un cierre para clarificar el aprendizaje del tema.

De las cinco tareas propuestas, se describe altura del farol, esta es la última, tarea de cierre. Con esta tarea plantearon como expectativa que los estudiantes hallen la altura de un farol usando razones trigonométricas, sin mediciones directas. La tarea abarca contenidos conceptuales que se refieren a elementos y propiedades de los triángulos rectángulos y razones trigonométricas. Además, implica los siguientes contenidos procedimentales: (a) identificación de regularidades y patrones, (b) planteamiento de ecuaciones, (c) utilización del lenguaje funcional de las razones trigonométricas y (d) resolución de situaciones.

Describen los materiales necesarios para el desarrollo de la tarea: guías de trabajo (está incluida dentro del diseño de la unidad didáctica), goniómetros elaborados con escuadras de 45° y 60° , transportador, calculadora y cinta métrica. La tarea la ubican dentro de una situación de tipo personal. Hacen claridad de que la tarea está diseñada para ser desarrollada en grupos (proponen máximo cuatro estudiantes).

Previo al desarrollo de las fases que conforman las tareas, sugieren que el profesor explique a los estudiantes el manejo de los goniómetros. Luego, en la primera fase, profesor debe indicar a los estudiantes que vayan al lugar del colegio donde se encuentra el farol (pueden ubicar un objeto diferente para determinar la altura; en caso de que el colegio no tenga faroles) y, con el instrumento asignado, calculen la altura. Según la descripción de la tarea, con el desarrollo de esta fase lo que pretenden las autoras es que los estudiantes identifiquen el uso de las razones trigonométricas para situaciones que involucran distancias que no se pueden medir directamente y que asocien los elementos de los instrumentos con los de la situación particular para representar y dar solución a esta.

También, ponen de manifiesto que es importante que los estudiantes vayan registrando sus observaciones en las guías de trabajo; considerando los pasos que siguieron para calcular la longitud pedida, una representación gráfica y los procedimientos realizados. Y para finalizar, los estudiantes elaboran una cartelera que utilizarán para la socialización.

2.2.3.4. Análisis de actuación

El análisis de actuación, es el proceso en el que el profesor determina las capacidades que los estudiantes han desarrollado y las dificultades que pueden haber presentado o manifestado hasta ese momento (Gómez, 2007).

Para las autoras de la unidad didáctica de las razones trigonométricas, el énfasis del análisis de actuación es la evaluación con una visión formativa. Su interés se centró en la planificación del seguimiento del aprendizaje de los estudiantes y del propio proceso de enseñanza durante la implementación de lo planificado en el análisis de instrucción para la unidad didáctica. El análisis de actuación para esta unidad consta de la planificación del análisis, el análisis a lo largo de la implementación y el análisis a después de su implementación.

Es importante recordar que una visión formativa en el proceso de evaluación implica un aprovechamiento de esta para el fomento del aprendizaje del estudiante y para el reconocimiento por parte del docente de lo que se puede mejorar en términos de enseñanza. Es este proceso de evaluación formativa, permite tener en cuenta que no solo evalúa el profesor, sino que también debe hacerlo el estudiante, al reflexionar sobre su manera de aprender. La evaluación no consiste solamente en asignar una valoración numérica, sino una descripción del proceso. La valoración descriptiva, es la que se necesita los estudiantes para que reconozcan sus fortalezas y debilidades. Se enfoca más allá de los contenidos, en otras habilidades, como la comunicación y la actitud. El proceso de evaluación formativa no debe dejarse solo para el final, pues toda la tarea arroja información sobre qué tan efectivas son, en términos de aprendizaje.

Además, proporciona información valiosa para crear ayudas que permitan a los estudiantes desarrollar las expectativas propuestas.

Para la unidad didáctica de las razones trigonométricas los instrumentos de evaluación siguieron la perspectiva de la evaluación formativa, dentro de los instrumentos que consideraron, algunos son empleados en todas las clases, que los denominaron cotidianos, y otros solo son utilizados en momentos puntuales del aprendizaje, que llamaron específicos. Dentro de los primeros están el diario del estudiante, la parrilla de observación y el diario del docente. Dentro de los específicos se encuentran la prueba diagnóstica, los entregables de cada tarea o guías de trabajo, el cuestionario de evaluación y el examen.

En consecuencia, una unidad de programación y actuación docente está constituida por un conjunto de actividades que se desarrollan en un tiempo determinado para la consecución de unos objetivos específicos”²⁵ (Segovia y Rico, 2001 p. 87). Por lo tanto, el contenido matemático que es objeto de la instrucción es una estructura matemática específica o uno o más aspectos de una estructura matemática para la que hay unos objetivos de aprendizaje determinados. El periodo de tiempo en el que tiene lugar la instrucción es limitado y la especificidad del contenido permite profundizar en sus múltiples significados. Esta visión local de la enseñanza es similar a la adoptada por Simón (1995a), quien también se centra en las actividades que conciernen un periodo limitado de tiempo y un contenido matemático específico, y constituye una reflexión curricular diferente de aquella que corresponde a la planificación global para los profesores.

2.2.3.5. Supuestos básicos

Zerpa (2011) en su documento *Habilidades de pensamiento matemático en alumnos de educación básica* cita a (Nickerson 1987), mencionando que la teoría de Piaget plantea que el desarrollo mental general se produce mediante un juego constante de procesos que lleva al sujeto de un estadio de conocimiento más

simple a otro más complejo, traduciéndose en cambios cualitativos en sus estructuras cognoscitivas. Estos cambios en el desarrollo mental permitirían distinguir etapas potenciales de aprendizaje que sugieren especial interés para los programas de escolaridad en matemática, pues el conocer las características de cada estadio podrá guiar la organización de ideas que pretenden medir la evolución de los procesos del pensamiento en alumnos con edades comprendidas entre siete y trece años que cursan el nivel de educación básica.

Esta concepción lleva al docente de matemática a considerar el aprendizaje como un proceso continuo e individual de conocimientos, y en consecuencia su rol pedagógico es el de facilitador, de orientador de las condiciones que inducen al proceso de maduración mental y a la manifestación eficaz de competencias cuantitativas.

Por tal razón, es importante que la ayuda pedagógica en matemática esté presente de manera efectiva y eficaz para que el estudiante logre comprender y explicar su percepción individual y social de mundo matemáticamente. De allí la necesidad de que el docente de matemática se preocupe por diseñar unidades didácticas que le permita manejar recursos, que tenga los conocimientos y habilidades de enseñanza para lograr la presencia de la relación asimilación-acomodación de saberes matemáticos en diferentes niveles según la edad y por consiguiente apesarse, en la medida que lo permitan cada uno de los estudiantes, la evolución intelectual hacia la etapa de las operaciones formales (Zerpa, 2011).

2.2.4. Síntesis de las variables de estudio

De acuerdo con las teorías mencionadas anteriormente se puede hacer una síntesis de la relación que hay entre los procesos cognitivos y el aprendizaje de la matemática cuando son mediados por las unidades didácticas.

Si, el profesor realiza un análisis didáctico para la enseñanza de un contenido matemático específico, realiza un análisis del contenido a trabajar, y con base en ellos identifica las capacidades que pretende desarrollar en los estudiantes. Además, con esta información el profesor diseña las tareas que serán desarrolladas y simultáneamente va realizando un análisis de la actuación de los estudiantes; una evaluación del proceso de aprendizaje, para determinar la comprensión del contenido y hacer los ajustes necesarios.

Entonces, de esta forma se logra en los educandos un aprendizaje bien estructurado de la matemática en un contenido específico. Por consiguiente, la planeación didáctica busca incentivar al estudiante en el aprendizaje de la matemática por medio de tareas ricas, evocadoras y contextualizadas que lo conduzcan a la adquisición del conocimiento.

Por consiguiente, cuando, las tareas son motivadoras el estudiante centra la atención en el desarrollo, pone de manifiesto la percepción y la memoria; procesos cognitivos necesarios en el aprendizaje. El aprendizaje de la matemática involucra contenidos, contextos y las competencias o procesos como pensar, razonar, comunicar, etc. El aprendizaje implica actividad de los procesos cognitivos. La relación que hay entre el aprendizaje de la matemática y los procesos cognitivos dan lugar al diseño y la planeación de unidades didácticas

Finalmente, se puede esquematizar en una triada, una relación de transitividad entre los procesos cognitivos y el aprendizaje de la matemática; siendo las unidades didácticas medidoras entre las dos variables. Se toma como variable de estudio los procesos cognitivos y el aprendizaje de la matemática. Como se muestra en la figura 1..

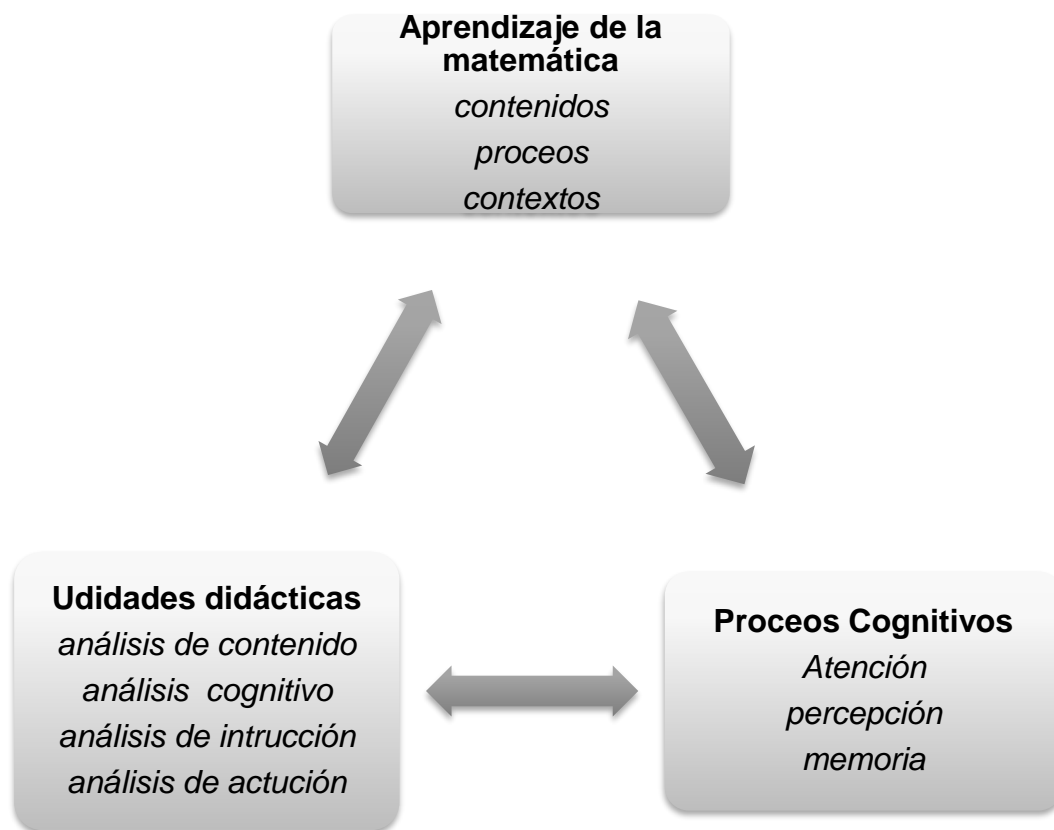


Figura 2. Síntesis de las variables de estudio

2.3. Formulación de hipótesis

A partir del diseño de las preguntas de investigación y de acuerdo a la revisión de los sustentos teóricos más importantes sobre los procesos cognitivos y el aprendizaje de la matemática, se puede llegar a extraer conclusiones relevantes para enunciar las siguientes hipótesis que sustentan el trabajo de investigación.

2.3.1. Hipótesis general

El aprendizaje de la matemática se relaciona directamente con los procesos cognitivos, cuando son mediados por la planeación de la unidad didáctica de razones trigonométricas, en los estudiantes de grado décimo de la institución educativa Pompilio Martínez de Cajicá, Colombia.

2.3.1.1. Hipótesis Nula-Ho1

No existe una diferencia estadísticamente significativa, en el rendimiento académico promedio obtenido por los estudiantes que recibieron el aprendizaje de las razones trigonométricas por medio de la planeación de la unidad didáctica (grupo experimental), con respecto a los estudiantes del mismo grado (grupo control) que recibieron el aprendizaje de las razones trigonométricas de forma conductual.

2.3.1.2. Hipótesis Alterna- Ha1

Existe una diferencia significativa, en el rendimiento académico promedio obtenido por los estudiantes que recibieron el aprendizaje de las razones trigonométricas por medio de la planeación de la unidad didáctica (grupo experimental), con respecto a los estudiantes del mismo grado (grupo control) que recibieron el aprendizaje de las razones trigonométricas de forma conductual.

2.3.2. Hipótesis específica

Los procesos cognitivos intervienen en el aprendizaje de la matemática, cuando solucionan tareas de razones trigonométricas los estudiantes de grado décimo de la institución educativa Pompilio Martínez del municipio de Cajicá, Colombia.

El aprendizaje de la matemática se da a través del manejo de contenidos, procesos y contexto, cuando solucionan tareas de razones trigonométricas los estudiantes de grado décimo de la institución educativa Pompilio Martínez del municipio de Cajicá, Colombia.

Las unidades didácticas sirven como planeación pedagógica para mediar el aprendizaje de la matemática, cuando soluciona tareas de

razones trigonométricas los estudiantes de grado décimo de la institución educativa Pompilio Martínez del municipio de Cajicá, Colombia.

2.4. Operacionalización de variables e indicadores

En este apartado se define conceptual y operacionalmente cada una de las variables: procesos cognitivos (tabla n. ° 1) y aprendizaje de la matemática (tabla n. ° 2). También se escribe las dimensiones e indicadores que se seleccionaron para cada variable.

2.4.1. Dimensiones variable: procesos cognitivos

En la tabla 1 se puede ver la descripción de la variable uno: procesos cognitivos y para esta se tiene en cuenta tres dimensiones. Se define la variable y para cada una de las dimensiones y se describen los indicadores que permite dar cuenta de su aplicación (Navarro, 2008).

Tabla 1. Operacionalización de variables e indicadores

Variable	Definición conceptual	Definición operacional	Dimensiones	Indicadores
Procesos cognitivos	Los procesos cognitivos son un conjunto de operaciones mentales cuyo objetivo es que el alumno integre la información adquirida básicamente a través de los sentidos, en una estructura de conocimiento que tenga sentido para él (Segura, C., Alarcón, J., Ariza, M., Astoiza, D., De Bermúdez, M., Malaver, M. & Rodríguez, M., 2000).	Los procesos cognitivos se dan en una persona en este caso estudiante, cuando hay operaciones mentales como la memorización, la percepción y la atención. .	Memoria	Que el estudiante retenga y recuerden conceptos, proposiciones, esquemas mentales, teorías, hipótesis reconozca información, y aprendan.
			Atención	Que el estudiante tenga la capacidad de concentración en una actividad mental.
			Percepción	Que el estudiante use los sentidos para adquirir conocimiento y destrezas adquiridas en nuevas situaciones.

2.4.2. Dimensiones variable: aprendizaje de la matemática

En la tabla 2 se define la variable dos: aprendizaje de la matemática y se da a conocer cada una de las dimensiones de esta variable con los indicadores (Rico, 2007).

Tabla 2. Dimensiones de la variable: razonamiento lógico-matemático

Variable	Definición conceptual	Definición operacional	Dimensiones	Indicadores
Aprendizaje de la matemática	Implica adquisición de conocimiento y construcción de significados. El aprendizaje implica actividad cognitiva.	Capacidad que tiene la persona en este caso un estudiante para identificar, analizar, validar una, información, un hecho, un procedimiento.	Contenido matemático	Comprende los contenidos matemáticos y los aplica en la solución de problemas.
			Los procesos matemáticos	Es capaz de reconocer e identificar oportunidades para utilizar las matemáticas. Hace uso de las competencias de pensar, razonar, argumentar, modelar, plantear y resolver problemas, representar y utilizar el lenguaje simbólico formal y técnico, operaciones, herramienta y recurso.
			Contextual	Identifica el contexto de un problema.

Se puede concluir que, para resolver una prueba de la matemática, es necesario utilizar las dimensiones de los procesos cognitivos; las dimensiones del aprendizaje de la matemática que incluyen estos procesos. En síntesis, se puede afirmar que no hay aprendizaje de las matemáticas si no hay procesos cognitivos, y los procesos cognitivos se dan en situaciones que implican razonamiento matemático.

2.5. Definición de términos básicos

A continuación, se definen los términos básicos que sitúa el problema de la investigación.

Procesos cognitivos: El término cognición lo describe Navarro (2008) como lo que entraña procesos de adquisición, transformación, organización, retención, recuperación y uso de la información.

Aprendizaje de la matemática: Aprender matemáticas es agregar las características de los nuevos conceptos aprendidos en sus estructuras mentales

anteriores (conocimientos previos), creando una nueva estructura que encaje estas propiedades, o sea, que vuelva a estar en equilibrio, pero en la que contengan las nuevas propiedades y conceptos (Flores, 2015).

Unidades didácticas: La unidad didáctica es una forma de planificar el proceso de enseñanza-aprendizaje alrededor de un elemento de contenido que se convierte en eje integrador del proceso, aportándole consistencia y significatividad. Esta forma de organizar conocimientos y experiencias debe considerar la diversidad de elementos que contextualizan el proceso (nivel de desarrollo del alumno, medio sociocultural y familiar, Proyecto Curricular, recursos disponibles) para regular la práctica de los contenidos, seleccionar los objetivos básicos que pretende conseguir, las pautas metodológicas con las que trabajará, las experiencias de enseñanza-aprendizaje necesarios para perfeccionar dicho proceso (Escamilla, 1993, 39).

Análisis didáctico: Conceptualización de las actividades que el profesor de matemáticas debería realizar para diseñar, llevar a la práctica y evaluar unidades didácticas (Gómez, 2007).

Razones trigonométricas: Las razones trigonométricas son relaciones entre los lados del triángulo y sólo dependen de los ángulos de éste. Las razones trigonométricas básicas son tres: seno, coseno y tangente (Bada, 2018).

CAPÍTULO III: METODOLOGÍA

Tipo y nivel de investigación

Se entiende por investigación la actividad sistemática encaminada a la solución de problemas o preguntas científicas, o aquella llevada a cabo para explicar observaciones específicas en un campo. Las actividades realizadas durante el proceso de investigación pretenden producir el conocimiento necesario para dar solución al problema planteado o, en el caso de estudios descriptivos, se pretende caracterizar un hecho o un fenómeno —individual o grupal—, para determinar su estructura o comportamiento. En el caso particular de este trabajo, se espera puntualizar sobre cuál es la relación entre el nivel de aprendizaje de la matemática y el desarrollo de los procesos cognitivos, cuando es mediado por la planeación pedagógica de las unidades didácticas.

Si se tiene en cuenta la naturaleza compleja de los fenómenos estudiados en el ámbito investigativo, generalmente, es necesario emplear diferentes tipos de investigación, de hecho, es común hallar investigaciones que son paralelamente descriptivas y transversales, entre otras. El trabajo expuesto aquí es un ejemplo de la simultaneidad que se puede presentar a la hora de estructurar un marco metodológico.

A continuación, se exponen **el tipo y el nivel** metodológico planteados para dar cuenta del comportamiento del fenómeno estudiado.

La presente investigación **es cuantitativa**, debido a que este enfoque permite buscar las explicaciones de los fenómenos a partir del establecimiento de regularidades. De acuerdo con Hernández, Fernández y Baptista (2014), la investigación cuantitativa se caracteriza por “usar la recolección de datos para probar hipótesis con base en la medición numérica y el análisis estadístico, para establecer patrones de comportamiento y probar teorías” (p.5).

En ese orden de ideas, el análisis estadístico, generado a partir del cuestionario de preguntas de selección múltiple con única respuesta válida, y los resultados de la implementación *de la unidad didáctica razones trigonométricas vistas a través* de múltiples lentes permite probar la hipótesis propuesta dentro del trabajo de investigación.

En ese orden de ideas, el presente estudio reúne las condiciones de una investigación de *tipo aplicada*, porque pretende usar los resultados y el conocimiento generado aquí para producir en el corto plazo aplicaciones útiles para la solución del problema identificado en la Institución. A propósito de esto,

Keit Satanovich (2007), citado en *El Pensante* (2016), enuncia que “el principal objetivo de la Investigación Científica Aplicada es predecir el comportamiento específico de una determinada configuración, a fin de poner en práctica el conocimiento teórico y ser capaz de proyectarlo e idear la mejor forma de aplicarlo a la vida real, en aras de mejorar el bienestar humano, a través de productos útiles, hechos con base en sistemas eficientes” (Párr. 6).

3.1. Diseño de la investigación

La presente investigación sigue un diseño cuantitativo - cuasiexperimental de tipo transaccional descriptivo que, de acuerdo con Hernández *et al.* (2014), consiste en un estudio que no se tiene garantizada la equivalencia inicial porque

no hay asignado aleatoria ni emparejamiento, los grupos están formados antes del experimento: son grupos intactos.

Desde esta perspectiva, el diseño cuasi experimental tiene el propósito de probar la existencia de una relación causal entre dos o más variables.

Para complementar lo anterior, y siguiendo de nuevo a Hernández *et al.* (2014), los diseños transeccionales descriptivos tienen como objetivo analizar la incidencia y los valores en que se manifiestan una o más variables. El modo en que se realiza consiste en medir en un grupo de personas u objetos, una, o generalmente más variables, y suministrar su descripción. Las hipótesis que se establecen en este tipo de investigaciones también son descriptivas.

Dentro de la presente investigación, para probar la existencia de una relación causal entre las variables de procesos cognitivos y aprendizaje de las matemáticas medidas por la unidad didáctica de razones trigonométricas se realizó en tres momentos, así:

Primer momento: Se aplicó el instrumento de cuestionario del aprendizaje de la matemática y los procesos cognitivo; a los 299 estudiantes de la muestra, sin que ellos repasaran este tipo de preguntas ni tampoco los contenidos necesarios para su solución. Se realizó de esta manera, para que las regularidades y datos hallados fueran más cercanos a la realidad estudiantil. Además, el instrumento se aplicó en un solo momento a cada estudiante.

Segundo momento: Por tratarse de una investigación cuasi experimental fue necesario un muestreo probabilístico aleatorio simple, de tal forma que de los 299 estudiantes de la muestra se tomó como grupo experimental el grado 1002 décimo; con 33 estudiantes y como grupo control el grado 1001, al cual se realizó la implementación de la unidad didáctica; siguiendo el diseño propuesto. En

consecuencia, el aprendizaje del tema se daba con el desarrollo de las cinco tareas de la unidad didáctica de razones trigonométricas.

Este grupo experimental, grado 1002, que de acuerdo con Hernández et al. (2014), consiste en una situación de control en la cual se manipulan, de manera intencional, una o más variables independientes (causas) para analizar las consecuencias de tal manipulación sobre una o más variables dependientes (efecto).

Tercer momento: Se aplicó la evaluación final del tema razones trigonométricas a los dos grupos de grado décimo: al grupo experimental (1002) y al grupo control o grupo testigo (1001), cada uno con 33 estudiantes pertenecientes de la muestra tomada para la investigación. Como ya se indicó, para el grupo 1002 el aprendizaje del tema razones trigonométricas siguió el diseño metodológico de la unidad didáctica de razones trigonométricas visitas a través de múltiples lentes; metodología estructuralista (Flores, 2015).

En consecuencia, el grupo control los estudiantes del grado 1001 que de acuerdo con Hernández et al. (2014), “consiste en el grupo de participantes que no son sometidos a la situación experimental y cuyos resultados sirven como base de comparación para evaluar los resultados del grupo experimental”. Al grupo 1001, se aplicó la metodología tradicional- “conductista” (Flores, 2015), para la enseñanza del tema razones trigonométricas.

A través de una revisión de los resultados del cuestionario, los resultados de las tareas de la unidad didáctica y la evaluación final se elaboraron las descripciones de las regularidades y de datos relevantes hallados y se analizó la presencia de las relaciones establecidas hipotéticamente entre el desarrollo de

procesos cognitivos y el aprendizaje de la matemática, mediados por las unidades didácticas.

3.2. Población y muestra

De acuerdo con Hernández et al. (2014), la población o universo es el conjunto de todos los casos que concuerdan con determinadas especificaciones, y la muestra es el subgrupo de la población del cual se recolectan los datos, este debe ser representativo de dicha población (p.236-239). Para complementar, todas las personas u objetos dentro de una determinada población, generalmente, tienen una característica o rasgo en común. La descripción de la población y las características comunes de sus miembros son las mismas. A continuación, se presenta la descripción de la población elegida para hacer el estudio.

Población: El estudio se desarrolló en una institución educativa del municipio de Cajicá en el departamento de Cundinamarca, ubicado en la zona urbana del municipio. La población estudiantil de la Institución pertenece en su mayoría al sector urbano.

Para el año 2015, se matricularon 1345 estudiantes de estratos 0,1, 2 y 3, desde preescolar, hasta la media técnica, distribuidos así: preescolar, 98 estudiantes; básica primaria, 664 estudiantes; básica secundaria, 443 estudiantes y media técnica, 140 estudiantes. La planta docente de la institución cuenta con 52 docentes; 3 son coordinadores y una rectora. Por su ubicación, se convierte en un punto estratégico del municipio y, adicionalmente, en el único centro educativo oficial en el casco urbano. La institución brinda cobertura a los hijos de trabajadores de la agroindustria del municipio, especialmente la de flores, textiles y lácteos que residen en la cabecera municipal.

En la figura 4 se observa el resumen de la población de estudio descrita anteriormente:

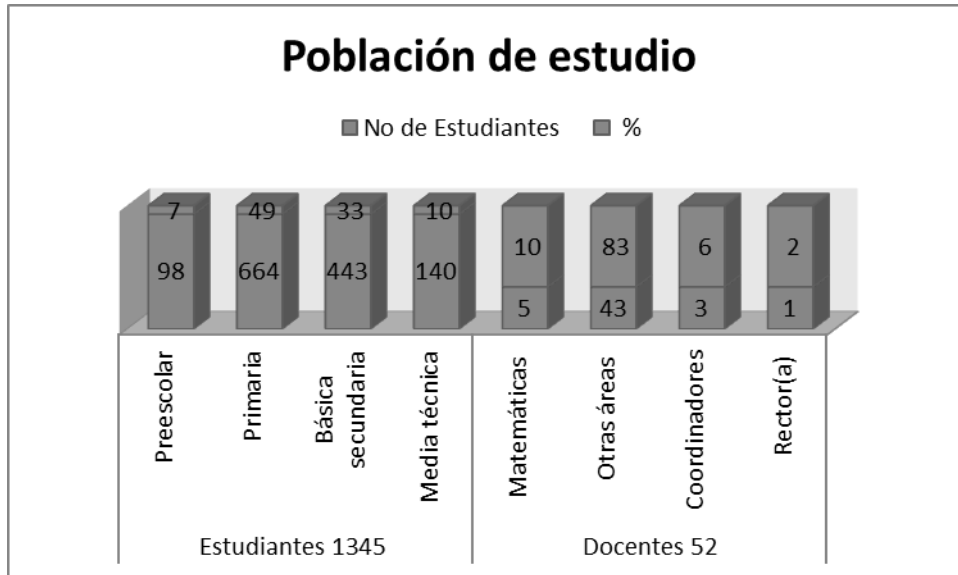


Figura 4. Población de estudio.

Muestra

La muestra, de acuerdo con Hernández et al. (2014) es un subconjunto que tiene en cuenta la representatividad del universo o población. Para determinar el tamaño de muestra, se consideraron los siguientes criterios:

Nivel de confiabilidad 95 % ($Z = 1.96$).

Margen de error + 5 % (e).

Probabilidad de ocurrencia del fenómeno 50 % (P).

Tamaño de la población de 1345 (N).

$$n = \frac{N z_{\alpha/2}^2 P(1-P)}{(N-1)e^2 + z_{\alpha/2}^2 P(1-P)}$$

$$n = \frac{1345((1,96)^2) + 0.5(1 - 0.5)}{(1345 - 1)(0.05)^2 + ((1,96)^2)0.5(1 - 0.5)} = 299$$

Para este caso, la muestra de tamaño n es de 299 estudiantes de la población de N= 1345.

$$ksh = \frac{n}{N} = \frac{299}{1345} = 0,22 = 22,2 \% \cong 22 \%$$

La muestra corresponde a 299 estudiantes de básica secundaria y media técnica que son equivalentes al 22 % de la población de estudio. A la muestra se le aplicó el cuestionario aprendizaje de la matemática y procesos cognitivos:

En seguida, para el *experimento* o implementación de la *unidad didáctica de razones trigonométricas vistas a través de múltiples lentes*, se toma un grupo de 33 estudiantes del grado décimo donde se estudia trigonometría, este grupo pertenece a la muestra.

Por último, se aplica el cuestionario evaluación final de razones trigonométricas a 66 estudiantes de la muestra. Los 33 estudiantes del grupo experimental y 33 de grupo control; también pertenecientes a la muestra.

El muestreo se realizó en forma intencionada o estratificada en la población mencionada anteriormente y se determinó a partir de tres razones: (i) estudiantes a quienes ya se les han realizado pruebas externas (pruebas Saber); (ii) facilidad de acceso a la población, ya que la investigadora es docente de matemáticas de la institución. (iii). Se contó con la autorización de la rectora para realizar la investigación en la institución educativa Pompilio Martínez de Cajicá-Colombia. (Ver anexo, 8).

En la figura 4 se observa la muestra que se tomó para obtención de los resultados.

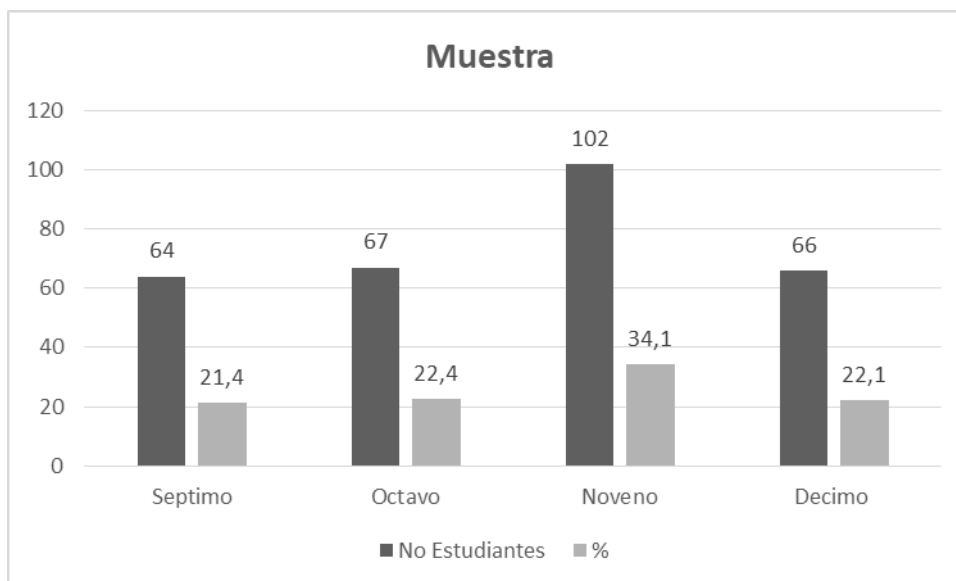


Figura 5. Muestra.

3.3. Método, técnicas e instrumentos de recolección de datos

Para comenzar, se define el método, la técnica y el instrumento de muestreo que se tomó para la investigación con base en los objetivos de la tesis, así:

El método: *La encuesta;* de acuerdo con Giroux y Tremblay (2004) el método de la encuesta de investigación consiste en “medir comportamientos, pensamientos o condiciones objetivas de la existencia de los participantes en una investigación a fin de establecer una o varias relaciones de asociación entre un fenómeno y sus determinantes” (p. 98).

La técnica: *Sondeo;* teniendo en cuenta a, Giroux y Tremblay (2004), es una técnica de encuesta que consiste en “interrogar a una parte de la población por medio de un cuestionario para obtener información acerca de toda la población” (p, 98).

El Instrumento de recolección de datos: *Cuestionario;* como afirma; Hernández *et al.* (2014) un cuestionario consiste en un conjunto de preguntas respecto a una o varias variables a medir (p.310).

Con los cuestionarios, se buscó identificar si los estudiantes utilizan las dimensiones necesarias para el aprendizaje de la matemática, y las dimensiones de los procesos cognitivos; para llegar a establecer la relación que existe entre las dos variables. Además, con la aplicación de las tareas de la unidad didáctica razones trigonométricas vistas a través de múltiples lentes, se buscaba la mediación que tenía entre el aprendizaje de las matemáticas y los procesos cognitivos.

Tabla 3. Método, técnicas e instrumentos de recolección de datos.

Objetivo general	Establecer la relación que existe entre los procesos cognitivos y el aprendizaje de las matemáticas cuando solucionan tareas con razones trigonométricas los estudiantes de grado décimo de la institución educativa Pompilio Martínez de Cajicá, mediado por la estrategia pedagógicas de unidades didácticas.				
Objetivos específicos	Preguntas	Variables	Instrumento	Técnica	Población
Reconocer el desempeño de los estudiantes de la institución educativa Pompilio Martínez de grado décimo el municipio de Cajicá, Colombia.; frente a los procesos cognitivos que intervienen en el aprendizaje de la matemática cuando se enfrenta a la solución de tareas de razones trigonométricas.	¿Tienen desarrollados los procesos cognitivos los estudiantes de una institución educativa Cajicá, Colombia?	Procesos cognitivos	Cuestionario	Sondeo: por medio de: Encuesta en línea Google Drive (cuestionario de aprendizaje de la matemática y procesos cognitivo). Cuestionario de tareas (fotocopia). Cuestionario de evaluación final (fotocopia).	Estudiantes de básica secundaria y media técnica.
Identificar el nivel de desempeño de los estudiantes de la institución educativa Pompilio Martínez de grado décimo en el municipio de Cajicá, Colombia,	¿Usan las dimensiones del aprendizaje de la matemática en los estudiantes de la institución educativa de Cajicá, Colombia, para solucionar situaciones	Aprendizaje de la matemática.	Cuestionario	Sondeo: Por medio de: Encuesta en línea Google Drive (cuestionario de aprendizaje de la matemática y procesos cognitivo). Cuestionario de tareas (fotocopia).	Estudiantes básica y secundaria.

frente al aprendizaje de la matemática a través del manejo de contenidos, procesos y contextos cuando solucionan tareas de razones trigonométricas.	que se les presentan?			Cuestionario de evaluación final (fotocopia).	
Determina el aporte de la unidad didáctica de razones trigonométricas, como estrategia pedagógica para mediar el aprendizaje de la matemática en los estudiantes de grado décimo de la institución educativa Pompilio Martínez en el municipio de Cajicá, Colombia.	¿Las unidades didácticas aportan al aprendizaje de la matemática y al desarrollo de los procesos cognitivos?	aprendizaje de la matemática y procesos cognitivos	cuestionario	Sondeo por medio de: Encuesta en línea Google Drive (cuestionario de aprendizaje de la matemática y procesos cognitivo). Cuestionario de tareas (fotocopia). Cuestionario de evaluación final (fotocopia).	Estudiantes básica y secundaria

3.3.1. Descripción de los instrumentos

El cuestionario de aprendizaje de la matemática y procesos cognitivos; fue el primer instrumento implementado para la recolección de datos en la presente investigación. Se aplicó a la muestra de 299 estudiantes, de grado séptimo, octavo, noveno y décimo. Los estudiantes no se seleccionaron previamente; el instrumento se aplicó a los grupos por completo hasta que se completó la muestra. Para la recogida de la información, se editó las diez preguntas de selección múltiple en una aplicación en la nube. (Google drive), y luego cada estudiante lo respondía, se publicó el enlace en las aulas.

La institución facilitó el tiempo, los espacios y los equipos para la aplicación. Se realizó durante los días, 9, 10, 13, 14,15 y 16 de abril de 2015. Es importante mencionar que todo el proceso de recolección lo realizó la autora de esta investigación.

En un segundo momento, se realizó la implementación de *los cuestionarios de las tareas de la unidad didáctica razones trigonométricas vistas a través de múltiples lentes*. Se aplicó a treinta y tres estudiantes de grado decimo grupo 1002, los trabajos se desarrollaron aproximadamente en dos meses. La unidad didáctica tiene cinco tareas y cada tarea tiene su cuestionario, (González, J., Mora, F., Nieto, E., Polania, D. & Romero, M. 2014).

El tercer cuestionario aplicado, fue el *cuestionario de evaluación final de razones trigonométricas*. Este cuestionario de aplico a dos grupos de 33 estudiantes cada uno (grupo, 1001 y grupo 1002); el grupo control grado 1001 recibió el aprendizaje de las razones trigonométricos de forma conductual, y se desarrolló en un mes. Mientras que, en el grupo experimental grado 1002, se utilizó el aprendizaje estructural de acuerdo a las tareas establecidas en la unidad didáctica de razones trigonométricas.

El cuestionario de la evaluación final tiene dos partes; la primera parte corresponde a una prueba escrita compuesta por preguntas de selección múltiple con única respuesta y algunas preguntas abiertas y la segunda parte es una actividad para realizar extra clase.

3.3.2. Validación de los instrumentos

La validación de los instrumentos de medición, se sustentan en tres juicios relacionados con: la validez del contenido, validez de criterio y validez de

constructo. Además, los instrumentos se sometieron a confiabilidad y objetividad; estos, se trataron simultáneamente con la validez de los instrumentos.

En consecuencia, el nivel de validez y el grado de confiabilidad para los instrumentos se midió con test-retest y la validación de expertos.

Para el test-retest se siguió a Hernández, Fernández y Baptista (2006), que mide la confiabilidad de un instrumento de medición el cual refiere que de acuerdo con el grado de repetición al mismo sujeto u objeto produce resultados iguales (consistentes y coherentes)

La validez de expertos de acuerdo con Hernández-Sampieri; hace mención al grado en que aparentemente un instrumento de medición mide la variable en cuestión, de acuerdo con expertos en el tema. Los resultados de validación del instrumento por parte de los expertos se ubicaron en un rango del 61 % al 100 % que en categorías corresponde a Muy Bueno y Excelente.

Para el instrumento de cuestionario de aprendizaje de la matemática y procesos cognitivos se replantearon las preguntas, teniendo en cuenta las sugerencias de los expertos, había algunas que no correspondían a la edad y al nivel de los estudiantes. Se analizaron los estándares curriculares y algunas preguntas tenían contenidos que de acuerdo al plan de estudio no habían visto. La prueba piloto mostró que había preguntas que los estudiantes en su gran mayoría no podían responder. Se incluyeron en el cuestionario preguntas que estuvieran al nivel de los estudiantes.

La aplicación de una prueba piloto a estudiantes, permitió observar que aplicar las pruebas en papel, generaba demasiado gasto económico y ecológico porque el alto consumo de papel y mayor tiempo para el procesamiento de los datos (obtención de resultados). Por estas razones, se decidió trabajarlas en la

nueve a través de Drive, lo que representó un importante ahorro en tiempo, papel y dinero. Además, el procesamiento de los datos se pudo realizar en forma ágil y rápida.

Para los cuestionarios entregables (tareas) y el examen final de la unidad didáctica *razones trigonométricas vistas a través de múltiples lentes*, se contaba con la validación de los instrumentos de la implementación por parte del grupo que diseñó la unidad (González, J., Mora, F., Nieto, E., Polania, D. & Romero, M. 2014). Estos instrumentos están disponibles en el repositorio de funes.uniandes.edu.co; y son referentes teóricos dentro de la investigación. Los instrumentos de la unidad didáctica demuestran confiabilidad, validez y objetividad para la investigación. En consecuencia, son aplicables al planteamiento del problema y los propósitos de la investigación, para las recolecciones de datos. Además, se adecuan, al contexto y a la muestra seleccionada. Estas consideraciones, para la selección de los instrumentos se toman desde la posición de Hernández-Sampieri.

3.4. Técnicas de procesamiento y análisis de datos

De acuerdo con Hernández *et al.* (2014), el procedimiento que se sigue para analizar cuantitativamente los datos, una vez que los datos se han codificado, transferido a una matriz, guardado en un archivo y “limpio” de errores, el investigador procede a analizarlos. El dato se lleva a cabo por computador y se realiza la interpretación de los resultados siguiendo los métodos de análisis cuantitativo.

Se asignó a cada uno de los sujetos de la muestra un código para facilitar la organización. A los cuestionarios, se le asignó una calificación así: si acertaba la respuesta, esta equivalía a uno; si no la acertaba a cero. Luego se suman el

número de estudiantes que marcaron la respuesta correcta en cada una de las preguntas, para cada uno de los cuestionarios. Para cada uno de ellos se determina el porcentaje de acuerdo con la muestra. Con estos resultados de determina el porcentaje total de la muestra, aplicando promedio.

Por ejemplo:

$$\bar{x} = (E * 100) / 299$$

E= Número de estudiantes que marcaron la opción correcta.

Para darle una valoración a cada estudiante, por cada uno de los cuestionarios; se tuvo en cuenta la escala de valoración del Decreto 1290. Es decir, una calificación de 1.0 a 5.0.

En tabla número 8 se presenta un análisis por intervalos y con su respectivo indicador que permite por grupos determinar el alcance o no de los procesos cognitivos en el aprendizaje de la matemática. Además, comparar con el sistema de evaluación de la institución.

Tabla 4. Intervalo e indicadores.

Intervalos	Indicadores	Valoración
$1 \% \leq \bar{x} \leq 20 \%$	Procesos Cognitivos insuficientes para el aprendizaje de la matemática.	Poco [1.0 ,2]
$21 \% \leq \bar{x} \leq 50 \%$	Procesos cognitivos mínimos para para el aprendizaje de la matemática.	Regular [2.1 ,3]
$51 \% \leq \bar{x} \leq 75 \%$	Procesos cognitivos satisfactorios para el aprendizaje de la matemática.	Aceptable [3.1, 4]
$76 \% \leq \bar{x} \leq 100 \%$	Procesos cognitivos avanzados para el aprendizaje de la matemática.	Completamente [4.1, 5]

CAPÍTULO IV: PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Este capítulo contiene los resultados y el análisis con base al desarrollo de los objetivos presentados en la investigación realizada en institución educativa Pompilio Martínez de Cajicá-Colombia con el fin de mostrar los datos alcanzados en la investigación, dando respuestas a los problemas planteados en el presente estudio.

Para establecer la relación que existe entre los procesos cognitivos y el aprendizaje de las matemáticas cuando solucionan tareas con razones trigonométricas los estudiantes de grado décimo de la institución educativa Pompilio Martínez de Cajicá, mediado por la planeación pedagógicas de unidades didácticas, se analizó si los educandos utilizaron las dimensiones de las dos variables para dar solución correcta a las situaciones planteadas

4.1. Procesamiento de datos: resultados

A continuación, se muestran y describen los resultados que se obtuvieron en cada uno de los instrumentos: el cuestionario aprendizaje de la matemática y procesos cognitivos; en los cuestionarios de las tareas de la unidad didáctica razones trigonométricas vistas a través de múltiples lentes y la evaluación final de razones trigonométricas.

4.1.1. Resultados del cuestionario del aprendizaje de la matemática y los procesos cognitivos

A continuación, se presentan los resultados del cuestionario de aprendizaje de la matemática y procesos cognitivos, que comprenden las dos variables de estudio independiente y dependiente (procesos cognitivos y aprendizaje de la matemática). El cuestionario consta de 10 preguntas de selección múltiple con única opción de respuesta. Cada una de ellas contiene las dimensiones del aprendizaje de la matemática, las cuales son: el contenido matemático, los procesos o competencias matemáticos y los contextos. A su vez, en el cuestionario se puede evidenciar el uso de los procesos cognitivos, el uso de la percepción, de la atención y la memoria; la información se presenta en diagrama circular.

El cuestionario se aplicó a la muestra; 299 estudiantes de básica secundaria y media técnica de la institución educativa Pompilio Martínez.

Resultado de la pregunta 1

Daniel necesita construir el modelo de un nevado (figura2) para su maqueta de ciencias, con la forma y medidas que aparecen en la figura 2.1 Para ello, cortó un molde como el que se muestra en la figura 2.2.

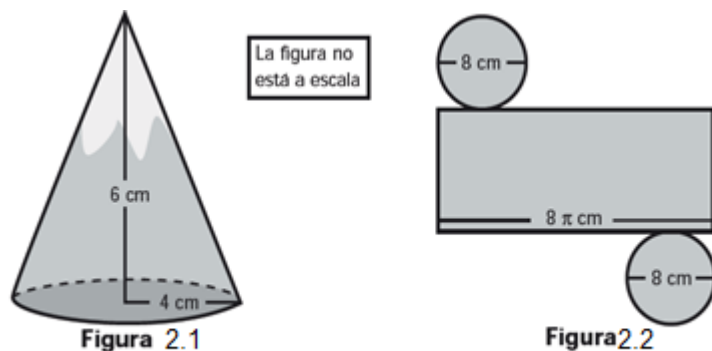


Figura 5. Pregunta número 1.

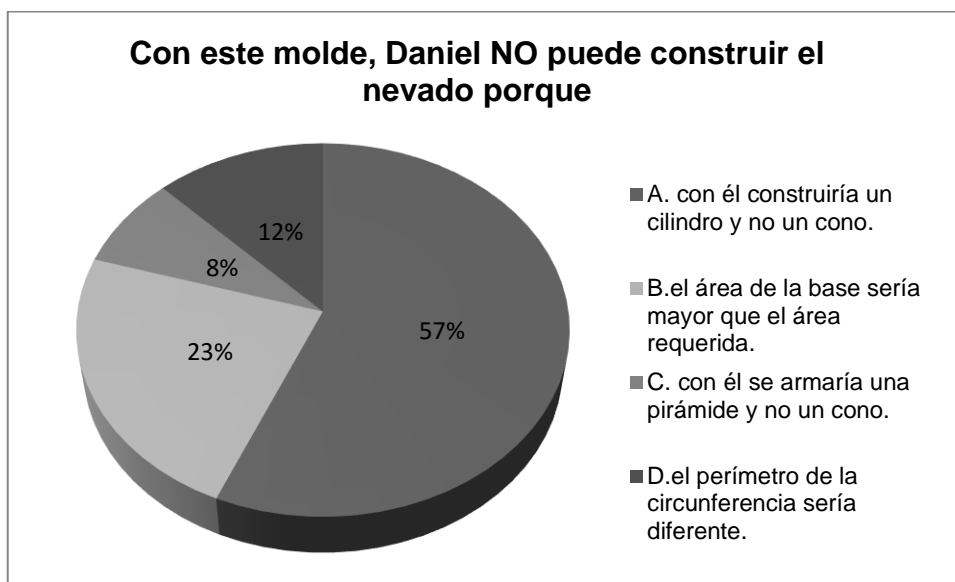


Figura 6. Resultados de la pregunta número 1.

Del gráfico se puede observar que el 57 % de los estudiantes marcaron la opción correcta A. El 23 % marcó la opción B, 8 % marcó la opción C, y el 12 % marco la opción D. El estudiante en esta pregunta debe analizar la validez o invalidez de usar procedimientos para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas. El 57 % de los estudiantes utilizaron los procesos cognitivos como el análisis, la comprensión y la validación de la información para dar una solución acertada ala pregunta.

Resultado de la pregunta 2

2. Una marca de calzado ofrece 144 diseños diferentes. El número de diseños de calzado deportivo es el doble del número de diseños de calzado formal.

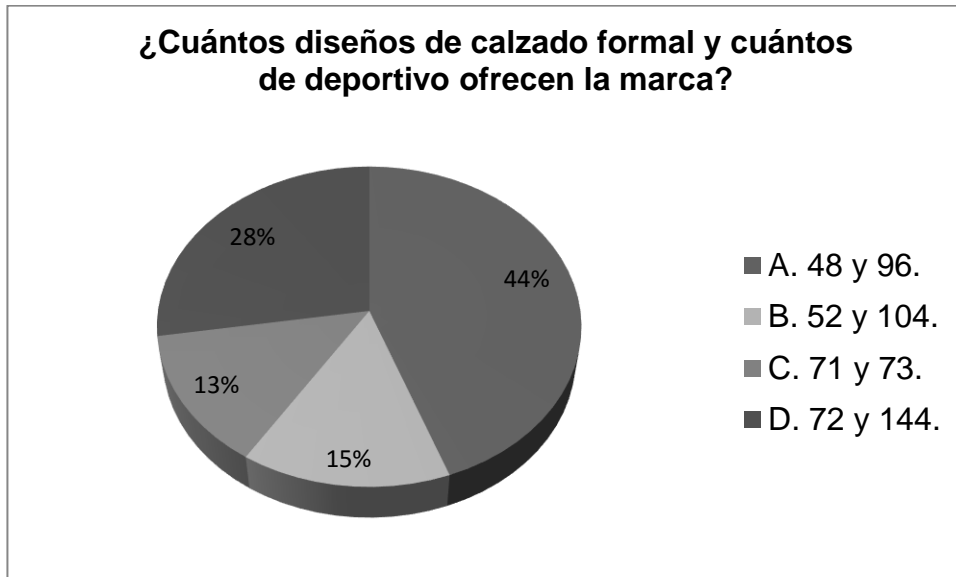


Figura 7. Resultados de la pregunta número 2.

Del gráfico se puede observar que el 44 % de los estudiantes marcaron la opción correcta A, el 15 % marcaron la opción B, el 13 % marcaron la opción C y el 28 % marcaron la opción D. Para esta pregunta los estudiantes tenían que resolver el problema planteando ecuaciones sencillas (de primer grado). Los procesos como la memoria: recordar contenidos matemáticos, la comprensión del enunciado, el análisis del enunciado y evaluar la información. Los procedimientos necesarios los activaron el 44 % de los estudiantes.

Resultado de la pregunta 3

Don Rodrigo fue a la tienda a comprar ocho kilos y medio de arroz. Solamente encontró bolsas de 3 kilos, 1 kilo y $\frac{1}{2}$ kilo.

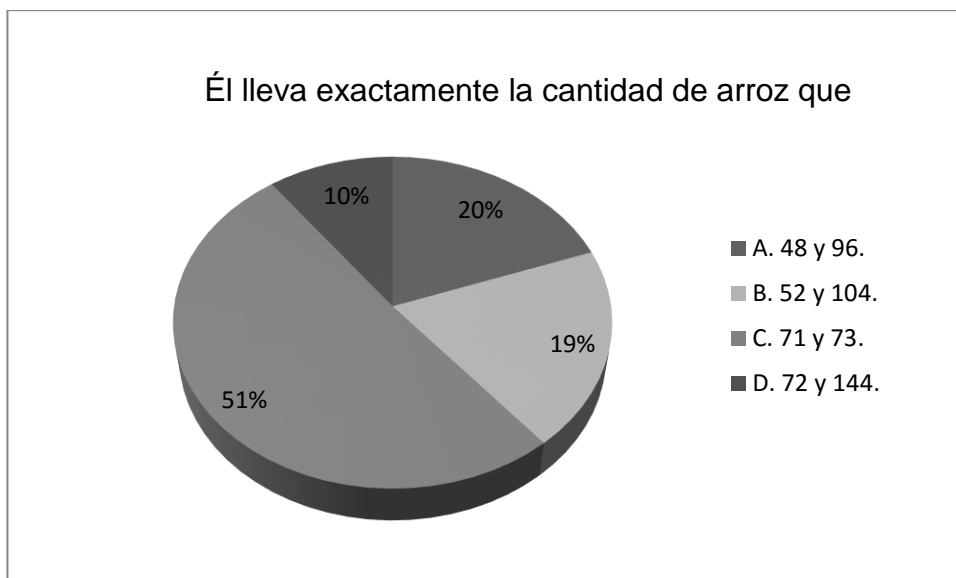


Figura 7. Resultados de la pregunta número 3.

Como se puede observar el 51 % marcó la opción C, que es la opción correcta. El 20 % marcaron la opción A, el 19 % marcó la opción B y el 10 % marcó la opción D. Con esta pregunta se busca que el estudiante resuelva problemas en situaciones aditivas y multiplicativas en el conjunto de los números reales. Los procedimientos necesarios en esta pregunta son: la memoriza (contenido matemático números reales), la comprensión del enunciado y opciones de respuestas, el análisis y evaluar las respuestas dadas. El 51 % de los estudiantes activo estos procedimientos.

Resultado de la pregunta 4

Observa las figuras dibujadas sobre la cuadrícula.

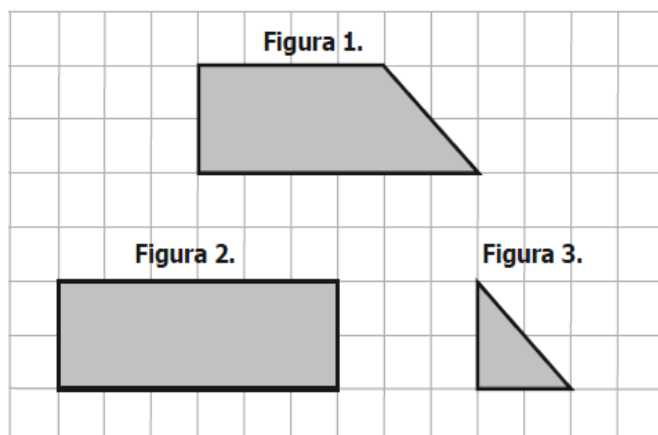


Figura 8. Pregunta número 4.

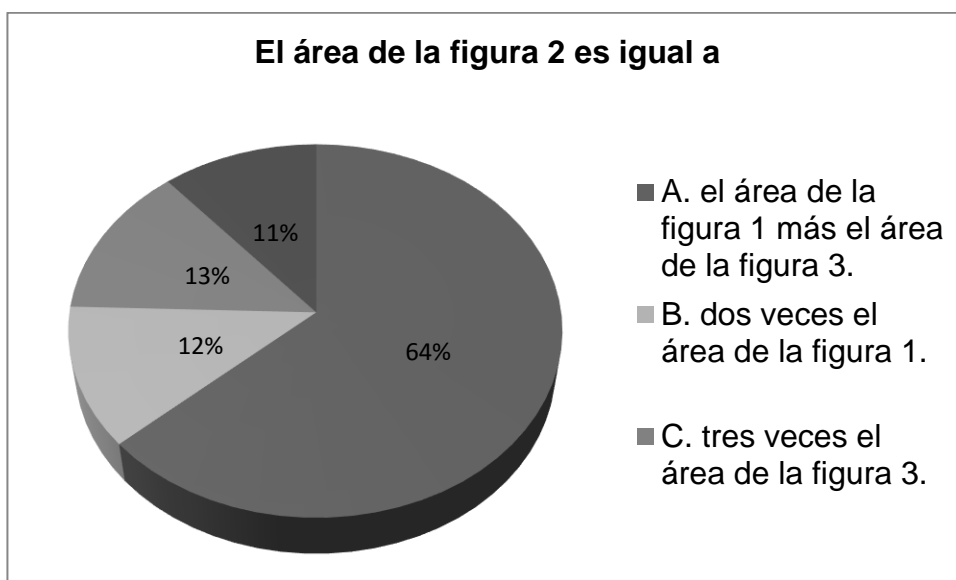


Figura9. Resultados de la pregunta número 4.

De la gráfica se puede observar que el 64 % de los estudiantes marcaron la opción A, que corresponde a la correcta. El 12 % marcó la opción B, el 13 % marcó la opción C y el 11 % marcó la opción D. Con la situación propuesta se busca que el estudiante generalice procedimientos de cálculo para encontrar el área de figuras planas. El 64 % de los estudiantes colocaron en juego los procedimientos necesarios para dar una solución acertada a la pregunta; estos

procedimientos son: memoria, comprensión, aplicación de contenidos matemáticos necesarios, analizar, evaluar y crear.

Resultado de la pregunta 5

La gráfica muestra información sobre los ingresos en millones de pesos de una empresa en los últimos 5 años.

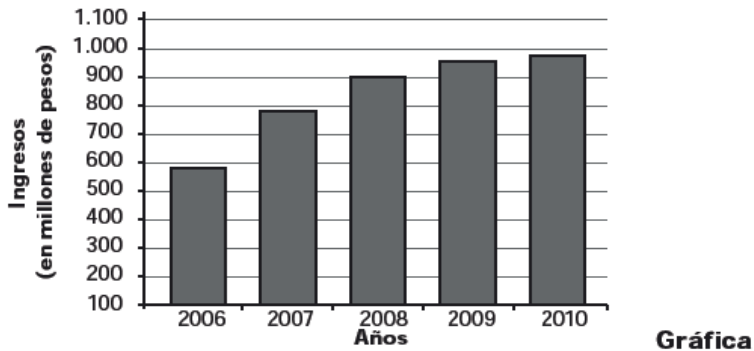


Figura 10. Pregunta número 5.

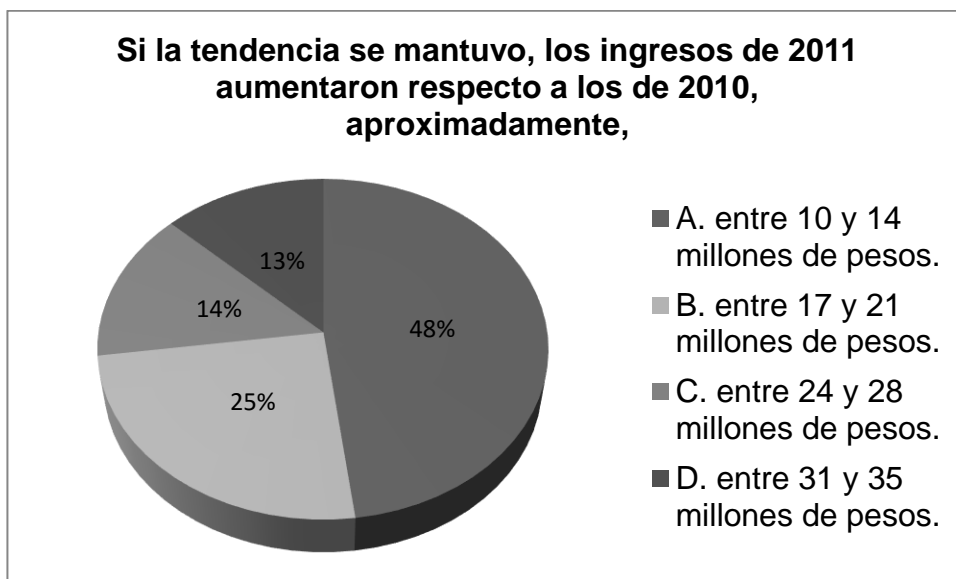


Figura 11. Resultados de la pregunta número 5.

En la pregunta número. 5 menos de la mitad acertó con la opción correcta 48 %, opción A, el 25 % de los estudiantes marcó la opción B, el 14 % marcó la opción C, 13 % marcó la opción D. Al solucionar esta pregunta el estudiante debe

tener la capacidad para formular inferencias y justificar razonamientos y conclusiones a partir del análisis de información estadística. Los procesos cognitivos que debe utilizar los estudiantes son: memoria, comprende, aplica, analiza, evalúa y crea. El 48 % de los estudiantes activaron estos procesos.

Resultado de la pregunta 6

Se realizaron unas pruebas con esferas de un metal experimental. Se descubrió que si se deja caer a una determinada altura una esfera de volumen V se divide en dos esferas de volumen $V/2$ y luego estas esferas, al caer desde la misma altura, se dividen en cuatro esferas de volumen $V/4$ y así sucesivamente. A continuación, se muestra un dibujo que representa la prueba planteada: Grafico

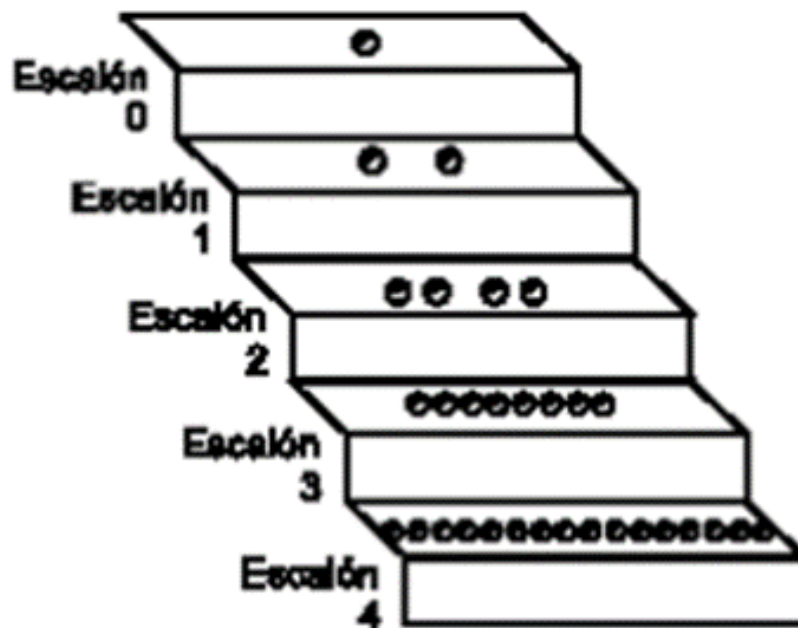


Figura 12. Pregunta número 6.

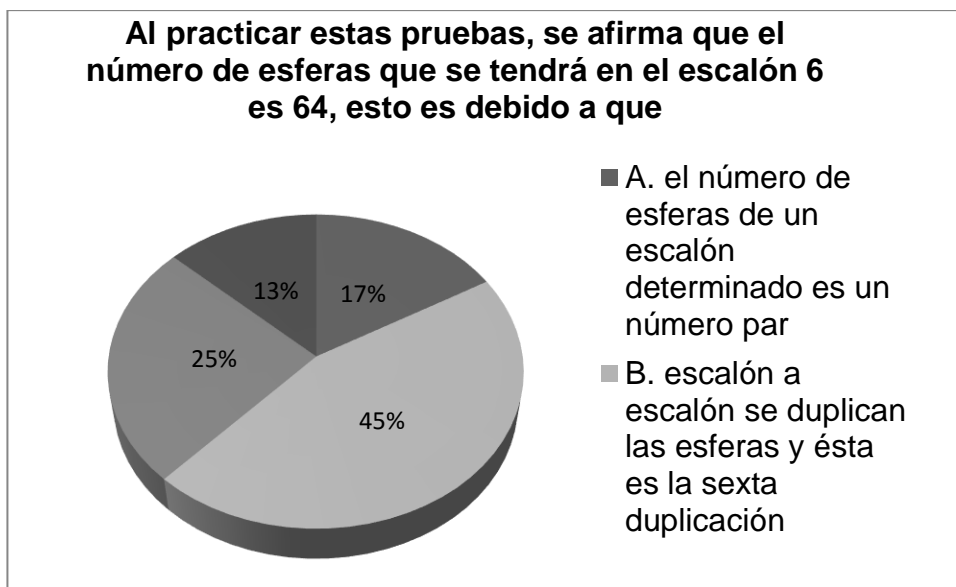


Figura 13. Resultados de la pregunta número 6.

Para la pregunta número 6 de razonamiento lógico-matemático se puede observar que el 17 % marcó la opción A, el 45 % marcó la opción B, el 25 % marcó la opción C y el 13 % marcó la opción D. En esta situación las cuatro opciones son verdaderas, pero las opciones de respuesta que tienen mayor validez son la B y C. Además, de acuerdo con los niveles en que se aplicó este cuestionario, los estudiantes estarían en capacidad de interpretar estas opciones. Los procesos cognitivos a utilizar memoria, comprensión del enunciado, aplicar contenidos matemáticos, analizar la situación, evaluar las opciones de respuesta y crear estrategias de solución.

Resultado de la pregunta 7

En la ilustración se presentan tres balanzas E, F y G. E y F están en equilibrio, pero G no lo está.

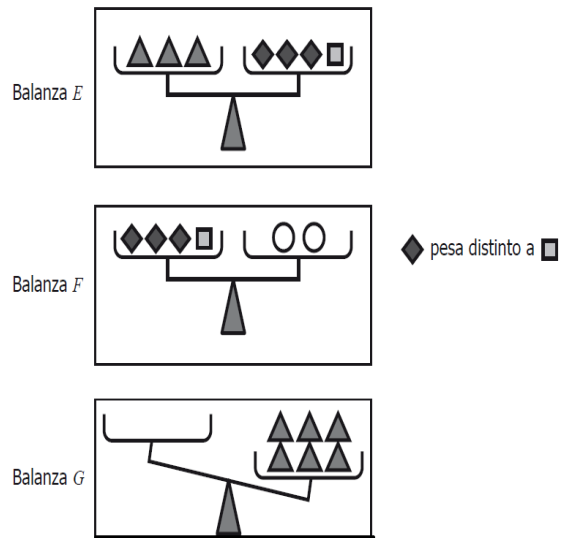


Figura 14. Pregunta número 7.

¿Cuáles de los siguientes grupos de pesas se pueden ubicar en el plato desocupado de la balanza G para que quede en equilibrio?

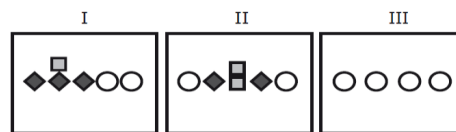


Figura 15. Pregunta número 7.

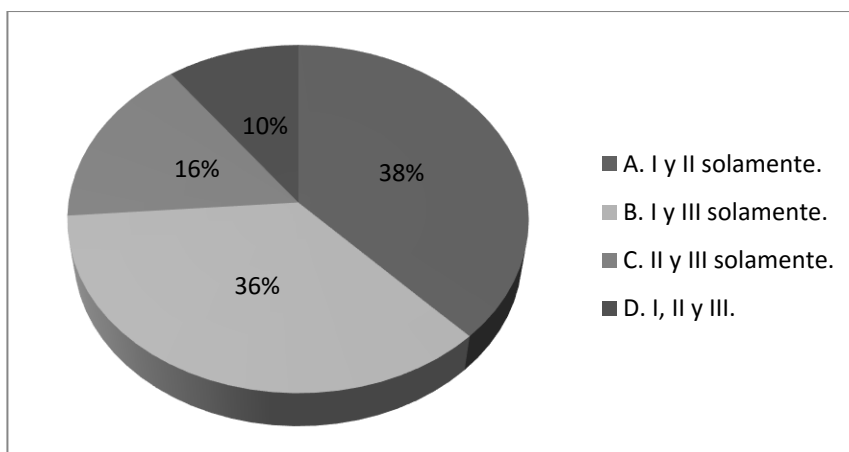


Figura 1 Resultados de la pregunta número 7.

Para la pregunta número 7, se obtuvo los siguientes resultados de selección: el 38 % marcó la opción A, el 36 % marcó la opción B (opción correcta), el 16 % marcó la opción C y el 10 % marcó la opción D. Con esta pregunta se espera que el estudiante resuelva problemas de medición utilizando de manera pertinente instrumentos y unidades de medida. Que identifique y describa efectos de transformaciones aplicadas a figuras planas. Los procedimientos cognitivos por utilizar son la memoria, la comprensión, la aplicación de conocimientos, el análisis, evaluar las opciones de respuesta y crear estrategias de solución. El 36 % de los estudiantes de la muestra utilizaron los procedimientos adecuados para la solución de la situación propuesta.

Responde las preguntas 8, 9 y 10 de acuerdo con la siguiente información:

Observa las figuras 1, 2, 3 y 4 que están ubicadas en el plano cartesiano.

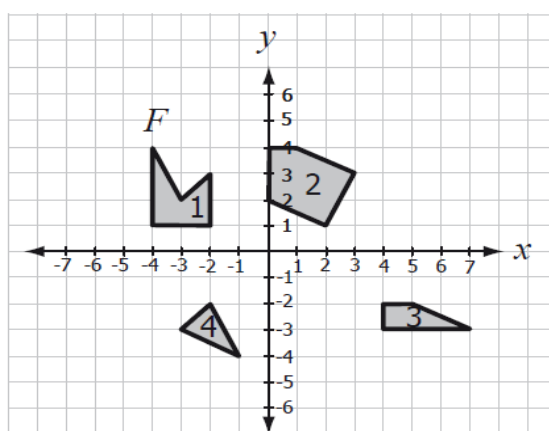


Figura 27. Preguntas número 8, 9 y 10.

Resultado de la pregunta 8

8. Luego de aplicar dos traslaciones a la figura 2, esta quedó ubicada en la posición que se observa a continuación.

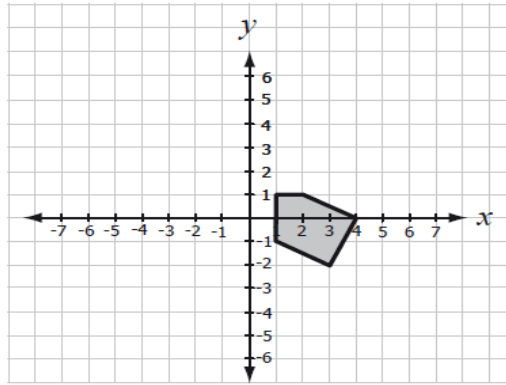


Figura 18. Pregunta número 8.

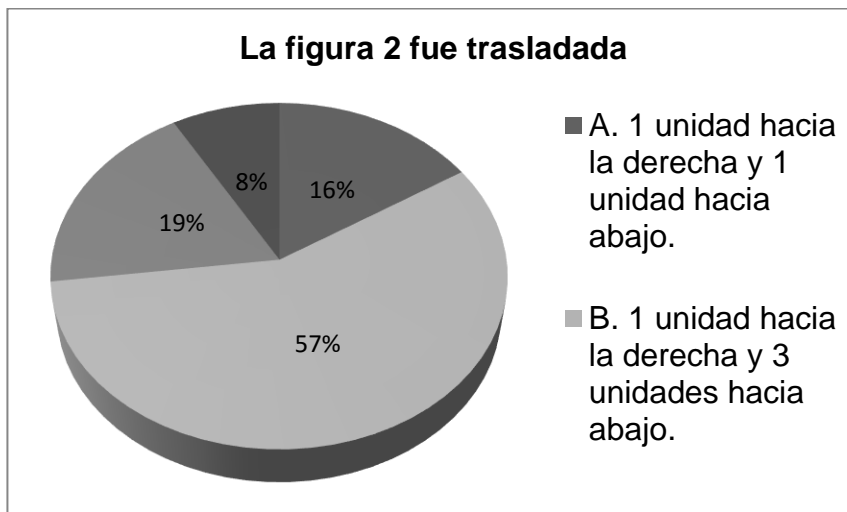


Figura 19. Resultados de la pregunta número 8.

Pregunta número 8, el 57 % marcó la opción B (correcta), el 17 % marcó la opción C, el 16 % marcó la opción A y el 8 % marcó la opción D. El estudiante debe identificar y describir efectos de transformaciones aplicadas a figuras planas, utilizando procesos cognitivos como el análisis, la memoria, la comprensión, aplica contenidos matemáticos necesarios para su solución, evalúa cada una de las opciones de respuesta y crea estrategias de solución. El 57 % de los estudiantes activan los procesos cognitivos para dar solución a la pregunta.

Resultado de la pregunta 9

9. La figura 1 se rota 180° en sentido contrario al movimiento de las manecillas del reloj, teniendo como punto fijo a F. ¿Cuál es la posición de la figura 1 luego de la rotación?

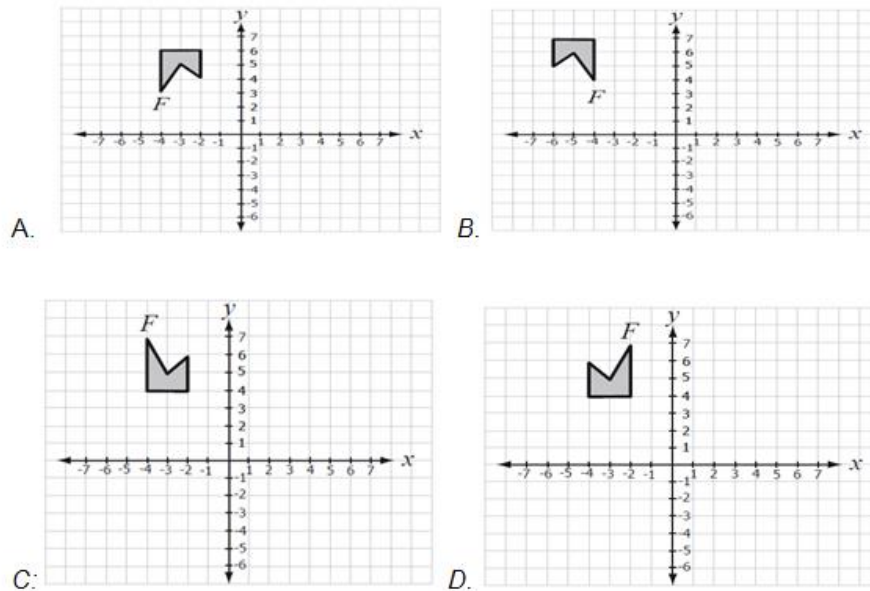


Figura 20. Pregunta número 9.

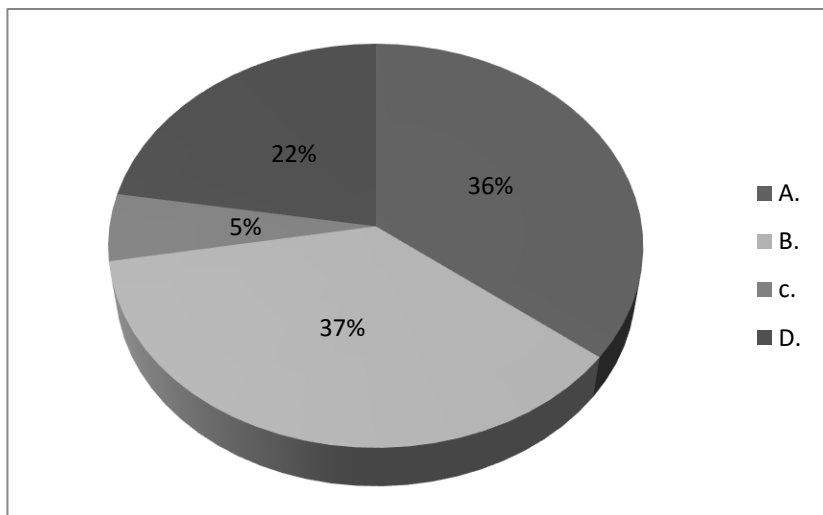


Figura 21. Resultados de la pregunta número 9.

Pregunta número 9, el 37 % marcó la opción B (correcta), el 36 % marcó la opción A, el 22 % marcó la opción D y el 5 % marcó la opción C. Los procesos necesarios para la solución de esta pregunta son: memoria, comprensión, aplicar contenidos matemáticos necesarios, analizar la situación propuesta, evaluar cada una de las opciones de respuesta y crear estrategias de solución. El 37 % de los estudiantes hacen uso de los procesos cognitivos necesario para su solución.

Resultado de la pregunta 10

Las figuras 1, 2, 3 y 4 se reflejan respecto al eje y . ¿Cuál de las siguientes ilustraciones muestra las figuras reflejadas?

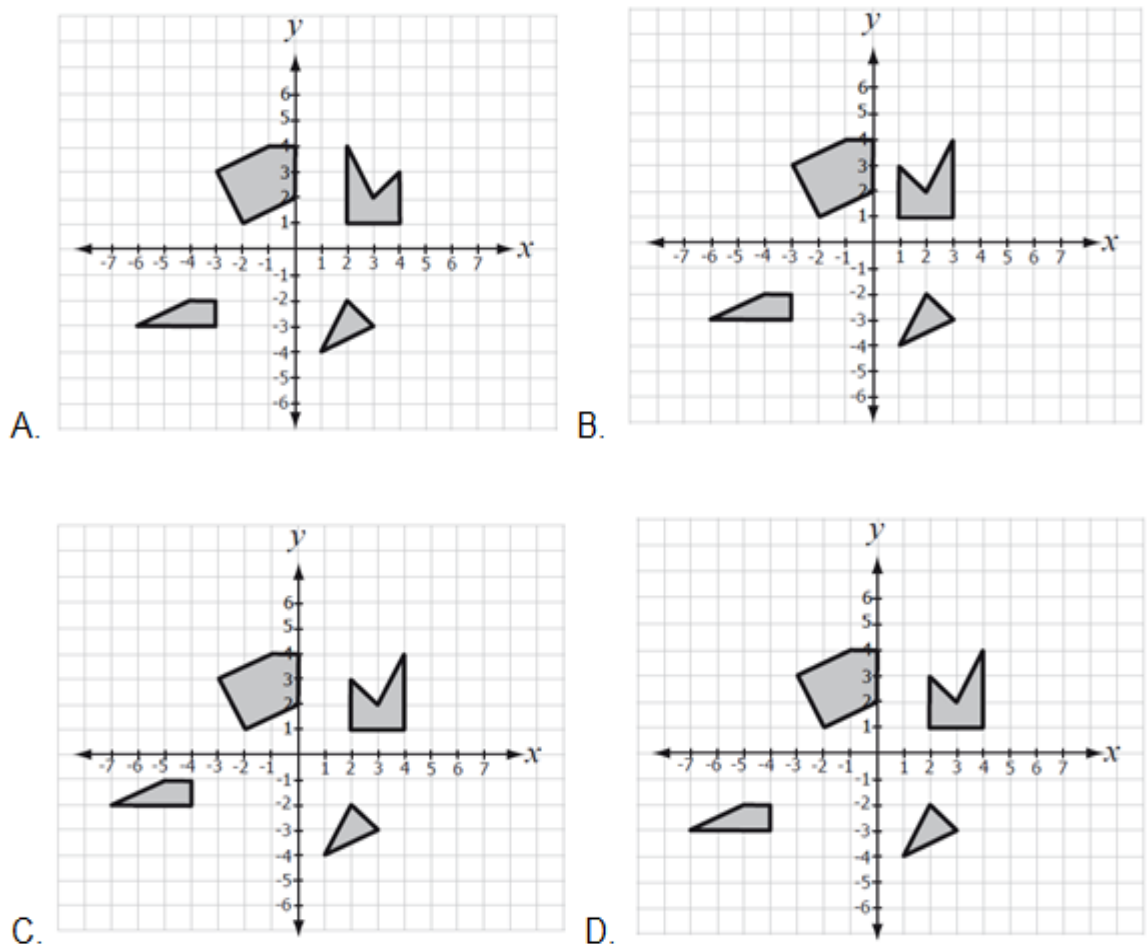


Figura 22. Pregunta número 10.

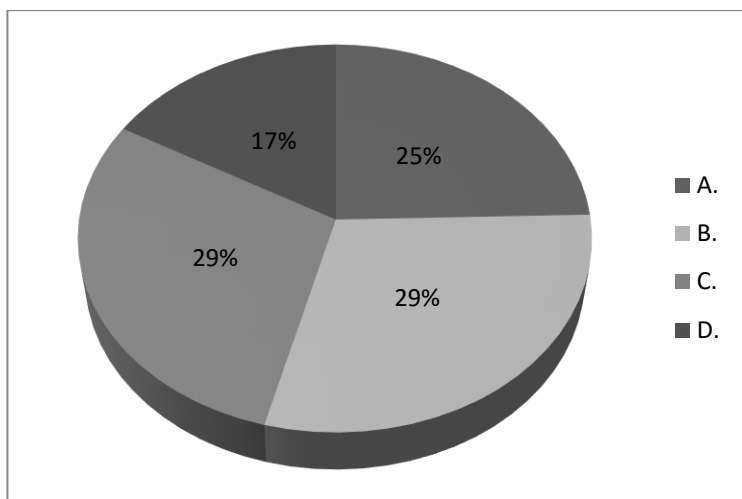


Figura 23. Resultados de la pregunta número 10.

Para la pregunta número 10, el 29 % marcó la opción B, el 25 % marcó la opción A, el 29 % marcó la opción C y el 17 % marcó la opción D (correcta). El estudiante debe identificar y describir efectos de transformaciones aplicadas a figuras planas, utilizando procesos cognitivos como el análisis, la memoria, la comprensión, aplica contenidos matemáticos necesarios para su solución, evalúa cada una de las opciones de respuesta y crea estrategias de solución. El 17 % de los estudiantes activan los procesos cognitivos para dar solución a la pregunta.

La tabla número 5 contiene la información del número de estudiantes que marcó la opción correcta en cada una de las preguntas del cuestionario de razonamiento lógico-matemático; también se presenta el resultado en porcentaje. Por ejemplo, 170 estudiantes, que equivalen al 57 % de la muestra, marcaron correctamente la pregunta número 1. También se puede observar que en la preguntan número 9 fue donde un número mayor de estudiantes (209 estudiantes, que es el 70 % de la muestra), marcó correctamente las opciones de respuesta; para esta pregunta eran válidas las opciones B y C.

Tabla 5. Resultados globales del aprendizaje de la matemática y procesos cognitivos.

N° de la pregunta	N° de estudiantes que marcaron la opción correcta en cada una de las preguntas.	Resultado en %
1	170	57 %
2	131	44 %
3	152	51 %
4	191	64 %
5	143	48 %
6	209	70 %
7	107	36 %
8	170	57 %
9	110	37 %
10	50	17 %
Promedio	143	48 %

La figura 25 es una representación gráfica de los resultados globales del aprendizaje de la matemática y los procesos cognitivos de los estudiantes de grado décimo de la institución Pompilio Martínez de Cajicá Colombia-2015

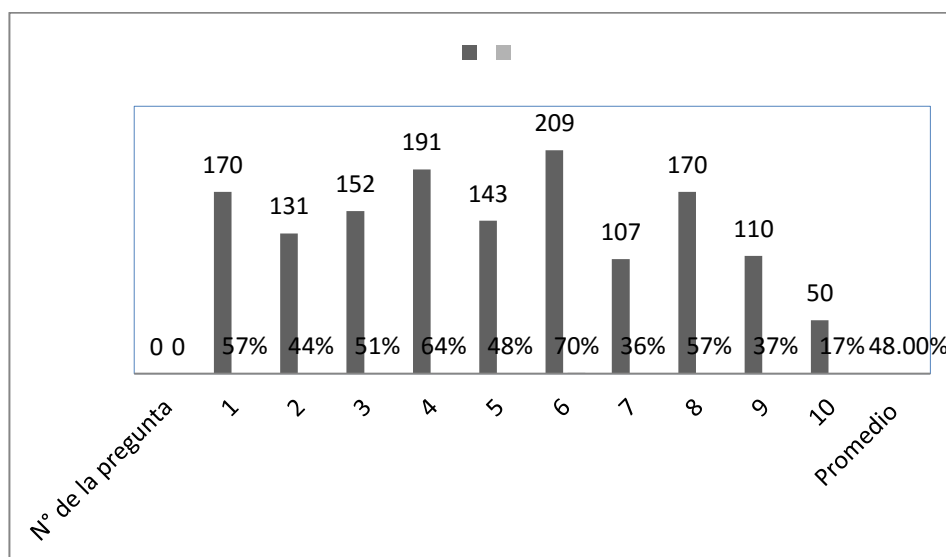


Figura 24: Resultados totales y promedio del cuestionario aprendizaje de la matemática y los procesos cognitivos.

La gráfica representa los datos de la tabla número 44, en la que se puede observar que del cuestionario de razonamiento lógico-matemático en promedio marcaron la opción correcta de las diez preguntas el 48 % de los estudiantes que equivalen a 143 estudiantes.

También los resultados del cuestionario de aprendizaje de la matemática y los procesos cognitivos de 10 preguntas se organizaron de la siguiente manera, se asignó un valor, si el estudiante acertaba la respuesta es uno si no la acertaba cero, luego se sumó cuantas acertó. Este análisis permitió elaborar la siguiente tabla Número. 6 donde se puede observar la cantidad de estudiantes y número de preguntas respondidas correctamente. Por ejemplo, siete (7) estudiantes solo marcaron una pregunta correctamente, 18 estudiantes respondieron a 8 preguntas de las 10 correctamente y se puede observar que ningún estudiante de la muestra obtuvo las 10 preguntas respondidas de forma correcta.

Tabla 6. Número de estudiantes por pregunta respondida correctamente.

Frecuencia (n.º de estudiantes)	N.º de preguntas respondidas correctamente	Porcentaje	Porcentaje Acumulado
7	1	2,3 %	2,3 %
24	2	8,0 %	10,4 %
45	3	15,1 %	25,4 %
71	4	23,7 %	49,2 %
64	5	21,4 %	70,6 %
46	6	15,4 %	86,0 %
24	7	8,0 %	94,0 %
18	8	6,0 %	100,0 %

Para darle una valoración cuantitativa a cada uno de los estudiantes sobre los resultados de la prueba, se tuvo en cuenta la escala de valoración del Decreto 1290. Es decir, una calificación de 1.0 a 5.0. Teniendo en cuenta que la prueba

consta de 10 preguntas, cada una de las preguntas respondidas correctamente equivale a una valoración cuantitativa de 0.5.

Como resultado de esta valoración se presenta la tabla n.º 7, donde se observa que 32 estudiantes obtuvieron una calificación entre 0 y 1, 115 estudiantes entre 1,1 y 2; 50 estudiantes entre 2,1 y 3; 101 estudiantes; entre 3,1 y 4, 50 estudiantes y entre 4,1 a 5 un estudiante. En la tabla se pueden observar estos resultados.

Tabla 7. Calificación cuantitativa por número de estudiantes y porcentaje.

VALORACIÓN DE (0,5)	N.º de estudiantes	Porcentaje
[0,1]	32	10,7
[1.1 ,2]	115	38,5
[2.1 ,3]	101	33,8
[3.1, 4]	50	16,7
[4.1, 5]	1	0,3

Según los resultados, se observa que la mayoría de los estudiantes obtuvieron resultados entre 1.1 y 3, y si comparamos con el promedio de la muestra 48 % que marcaron las opciones correctas a cada una de las preguntas, son estudiantes que activaron los procesos cognitivos necesarios para solucionar las preguntas propuestas. Se puede deducir, de la prueba aprendizaje de la matemática y los procesos cognitivos no fue superada por el 50 %.de los estudiantes. Estos resultados dan muestra que el 52 % de los estudiantes no tienen desarrollados o no activan los procesos cognitivos necesarios para solucionar situaciones que implican aprendizaje de la matemática.

4.1.1.1 Estudio de caso del cuestionario aprendizaje de la matemática y los procesos cognitivos

Para realizar el estudio de casos se escogió un grupo (diferente a la muestra) de estudiantes de grado octavo de una institución de Cajicá, Colombia, institución en la que se llevó a cabo la investigación; a este grupo se le pidió que justificara cada de las repuestas marcadas por medio de una descripción, una operación o un gráfico, e incluso se les cuestiono para analizar los procesos cognitivos que utilizaban al momento de solucionar cada pregunta. Del grupo se seleccionaron dos estudiantes; que se denominaron estudiante 14 y estudiante 17.

Tabla 8. Cuadro comparativo del estudio de caso.

Procedimiento que se espera realicen los estudiantes.	Procedimiento o justificación realizada por los estudiantes
<p>Pregunta uno (opción correcta A). Analizar la validez o invalidez de usar procedimientos para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas.</p> <p>Procesos cognitivos que aplica al solucionar la pregunta: Evaluación, comprensión, el análisis y comparación.</p>	<p>Estudiante 14: Respuesta (A) Con la figura dos se construye un cilindro y no un cono, ya que para construir un cono se necesita un círculo y para un cilindro dos.</p> <p>Estudiante 17: Respuesta (B) el área de la base será mayor que el área requerida</p>
<p>Pregunta dos (opción correcta A): Resolver problemas que requieran para su solución ecuaciones lineales y sistemas de ecuaciones lineales.</p> <p>Procesos cognitivos necesarios para solucionar la pregunta el análisis, la comprensión del enunciado, la capacidad de sintetizar y la aplicación de contenidos.</p>	<p>Estudiante 14: Respuesta (A) Porque dice que hay 144 diseños diferentes y el calzado deportivo es el doble del calzado formal, entonces tomamos 144 lo dividimos en tres, da 48 y $48+48=96$ y 96 es el doble de 48 y $48+96$ es 144.</p> <p>Estudiante 17; Respuesta (c) 71 y 73 ofrecen 144 diseños, es el doble del número de diseños de calzado normal</p>
<p>Pregunta tres (opción correcta C) Resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas en el conjunto de los números reales.</p> <p>Procesos necesarios en el desarrollo del punto tres, la memoria; recordar contenidos, comprender y análisis del enunciado, y la capacidad para evaluar cada una de las opciones.</p>	<p>Estudiante 14: Respuesta C; ya que el solo necesita $8\frac{1}{2}$ de arroz, así que toma dos de 3kg es igual a 6kg y $1\text{kg} + 1\text{Kg}$ da 2kg, solo le faltaría medio y así completaría los $8\frac{1}{2}\text{kg}$</p> $6\text{k}+2\text{k}+\frac{1}{2}\text{k} = 8\frac{1}{2}\text{Kg}$ <p>Estudiante 17: Respuesta C;</p> <p>3 3 + 1 1 1/2 $8\frac{1}{2}$</p>
<p>Pregunta cuatro (opción correcta A) Generalizar procedimientos de cálculo para encontrar el área de figuras planas y el volumen de Algunos sólidos. Procesos cognitivos necesarios; memoria, comprensión, aplicación,</p>	<p>Estudiante 14: Respuesta A, si uno coge la figura 1 más la figura 3 se completaría la figura 2.</p> <p>Estudiante 17: Respuesta A; el área de la figura 1 más el área de la figura 3</p>

el analizar, la evaluación de los resultados y la creación de estrategias para solucionar la situación.

Pregunta cinco (opción correcta A) Formular inferencias y justificar razonamientos y conclusiones a partir del análisis de información estadística

Estudiante 14: respuesta A; Porque la gráfica muestra que aproximadamente en el 2010 tiene 990 millones y en los anteriores años va disminuyendo y si se mantuvo como la secuencia, 2006 a 590 millones, 2007 subió aproximadamente a 200 millones, 2008 solo 100 millones, 2009 subió 50 millones y 2010 subió 25 millones y si sigue así al 2011 le toca 12 millones más que el 2010.
Estudiante 17: Respuesta A; escribe no entiendo este punto.

Pregunta seis (opción correcta B) Hace inferencias y argumenta situaciones de medición, partiendo de la comparación. Procesos necesarios: Memoria; comprensión, aplicar conocimientos aprendidos, analizar, evaluar las opciones de respuesta y crear estrategias de solución.

Estudiante 14: Respuesta B; porque en cada escalón se va duplicando y en el cuarto van 16, en el cinco 32 y el 6 son 64.
Estudiante 17: Respuesta B; escalón a escalón se duplica las esferas y esta es la sexta duplicación.

Pregunta siete (opción correcta B) Resolver problemas de medición utilizando de manera pertinente instrumentos y unidades de medida. Procesos cognitivos; memoria, comprensión, aplicar conocimientos, analizar, evaluar y crear.

Estudiante 14: Respuesta B; porque tres rombos y un cuadrado es igual a tres triángulos y también tres rombos y un cuadrado es igual dos círculos entonces dos círculos es igual a tres triángulos y el doble de triángulos da cuatro círculos.
Estudiante 17: Respuesta B, el peso de las bolas es igual de equivalente a los triángulos.

Pregunta ocho (opción correcta B) Identificar y describir efectos de transformaciones aplicadas a figuras planas.

Procedimientos cognitivos necesarios: Memoria, comprensión, aplicar conocimientos, analizar, evaluar y crear estrategias de solución.

Estudiante 14: respuesta B; porque la figura se movió 3 así abajo y uno así la derecha.
Estudiante 17: Respuesta B; No justifico la respuesta

Pregunta nueve (opción B) Identificar y describir efectos de transformaciones aplicadas a figuras planas.

Estudiante 14: Respuesta B, yo creo porque el punto F sigue siendo el mismo y los otros giran 180 grados.
Estudiante 17. No la marca ni la justifica.

Pregunta diez (opción D) Identificar y describir efectos de transformaciones aplicadas a figuras planas.

Estudiante 14: Respuesta D; porque al cambiarlos de posición se ve como un espejo al lado contrario y coincide en los números.
Estudiante 17. No la marca ni la justifica.

4.1.2. Resultado de la implementación de una unidad didáctica

Para determinar el aporte de las unidades didácticas, como planeación pedagógica en la medición en el aprendizaje de la matemática se toma la unidad didáctica de Razones trigonométrica vistas a través de múltiples lentes (González, J., Mora, F., Nieto, E., Polania, D. & Romero, M. 2014) que fue implementada en un grupo de treinta estudiantes de la muestra (299 estudiantes) de la institución educativa Pompilio Martínez de grado décimo en el municipio de Cajicá,

Colombia, para la obtención de resultados de la investigación. Al realizar la evaluación de la implementación y el balance de la experiencia; con estos resultados se pudo ver el aporte que ofrece este tipo de diseños al aprendizaje de la matemática y la relación con los procesos cognitivos.

Para iniciar la descripción del proceso de la evaluación de la implementación, se empieza contando que sucedió en un subgrupo de estudiantes del grupo de la implementación; y con una de las tareas (altura del farol).

De igual forma, se describe el nivel de alcance propuesto para la unidad, de acuerdo a las expectativas de aprendizaje. En consecuencia, del proceso de evaluación de la unidad se presentan un informe de las fortalezas de la experiencia; estos resultados son útil para dar soporte a esta investigación.

Paralelamente, se realiza el aporte según los resultados con el aprendizaje de las matemáticas y los procesos cognitivos.

La *tarea del farol* que se les propuso a los estudiantes fue: Hallar la medida de la altura del farol que se encuentra en la zona verde del colegio, con la mayor precisión que se pueda.

En primer paso que realizaron los estudiantes fue tomar la medida de la estatura de unos de sus compañeros hasta los ojos, luego este estudiante se ubicó frente al objeto (farola) de tal forma que con el goniómetro lanzo una visual a la punta del objeto; obtuvieron información con el goniómetro del ángulo de la línea de visión que va a la punta de la farola. La plomada marca la perpendicular al suelo. Otro estudiante anotaba el valor que marca el aparato (anotan el ángulo que se obtiene en el medidor).

En seguida, tomaron la distancia del compañero hasta farol. El uso del instrumento de medida (teodolito) requería imaginarse un triángulo rectángulo en el espacio al que posteriormente le asocian los elementos de la situación.

De esta forma, los estudiantes pusieron en juego las capacidades C1 y C35 (véase la tabla 4 para una descripción de las capacidades (González, J., Mora, F., Nieto, E., Polania, D. & Romero, M. 2014, p.340).

Con esta descripción de los resultados del desarrollo de la actividad, muestra que la tarea propuesta motivo y centro la atención de los estudiantes; puesto que funciono como el un estímulo para comprender el problema y procesar la información requerida, crearon representaciones de imágenes mentales, de la situación propuesta; hicieron uso de conocimientos previos como el del triángulo rectángulo. De manera que, mostraron la activación de los procesos cognitivos como la atención, percepción y la memoria. Es así, como esta primera descripción del desarrollo de la tarea los estudiantes pusieron en jugo dos capacidades C1 y C35; la primera dice que: *Identificar los elementos del triángulo rectángulo* y la segunda *Relacionar el vocabulario utilizado (catetos adyacente y opuesto, ángulos de depresión y de elevación) con los elementos de la representación gráfica pictórica-geométrica que se utilice* (González, J., Mora, F., Nieto, E., Polania, D. & Romero, M. 2014).

Continuando con la información suministrada por instrumentos de la tarea: *Guía de trabajo tarea altura del farol*; se observó que; los estudiantes midieron y representaron gráficamente los resultados de ese trabajo previo, teniendo presente dentro del análisis los elementos de la situación real. A continuación, plantearon una ecuación; que utilizaron correctamente; como fue la razón tangente y asociaron las medidas con la situación. Finalmente, consiguieron la

medida de la altura del farol sumándole a este primer resultado la altura de la persona. Igualmente, los estudiantes se cuestionaron sobre la congruencia de los resultados obtenidos. Se evidencia cuando hacen la estimación y afirman que “¡Sí! Tiene sentido que la farola mida 10,5 metros”

En efecto, la descripción anterior evidencia que los estudiantes abordan la tarea poniendo de manifiesto las dimensiones del aprendizaje de la matemática; como los son: Los contenidos matemáticos necesarios para solucionar la tarea, ubican el contexto donde se desarrolla el problema y activan los procesos y competencias. Por ejemplo; en cuanto a los contenidos, hacen uso del el triángulo rectángulo y sus elementos, medidas de ángulos, uso de la razón trigonométrica apropiada ($\tan \theta$), y representan estos contenidos en un gráfico.

Es así como, en este procedimiento de los estudiantes ponen a prueba una de las capacidades: *representar datos de un problema, en contexto geométrico o real sencillo, mediante un dibujo, como la razón trigonométrica apropiada que le ayudará a encontrar la altura del farol (C7)*, que fue utilizada para resolver el problema. La situación que se les propuso es de un entorno educativo; los estudiantes identificaron el contexto y realizaron el tratamiento matemático adecuado. Además, para la resolución del problema los estudiantes pusieron en práctica un conjunto de procesos o competencias matemáticas generales como: pensar, razonar, argumentar y comunicar, modelar, plantear y resolver problemas, representar y utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones.

Se puede afirmar que la tarea “Altura del farol”, como estaba diseñada, fue efectiva, porque durante su desarrollo se evidenció un aprendizaje de las razones trigonométricas; los estudiantes hicieron uso permanente del vocabulario

trigonométrico y verificaron la pertinencia de los resultados, tanto de la medición, como de los obtenidos en los cálculos.

A continuación, se presenta los resultados por cada una de las tareas; en cada uno de los grupos. Siete de los grupos estaban conformado por cuatro estudiantes y un grupo por cinco estudiantes.

Tarea escalera

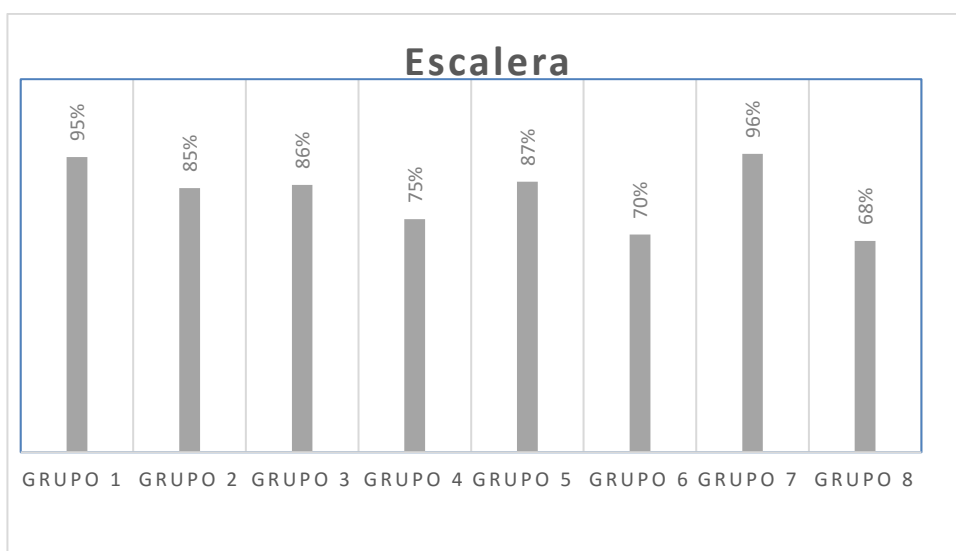


Figura 25. Resultados de la tarea escalera

La meta de la tarea consiste en relacionar ángulos con razones que permanecen constantes. En promedio, la meta se cumplió en 81%; los grupos mostraron un nivel avanzados en el desarrollo de la tarea.

Tarea Características

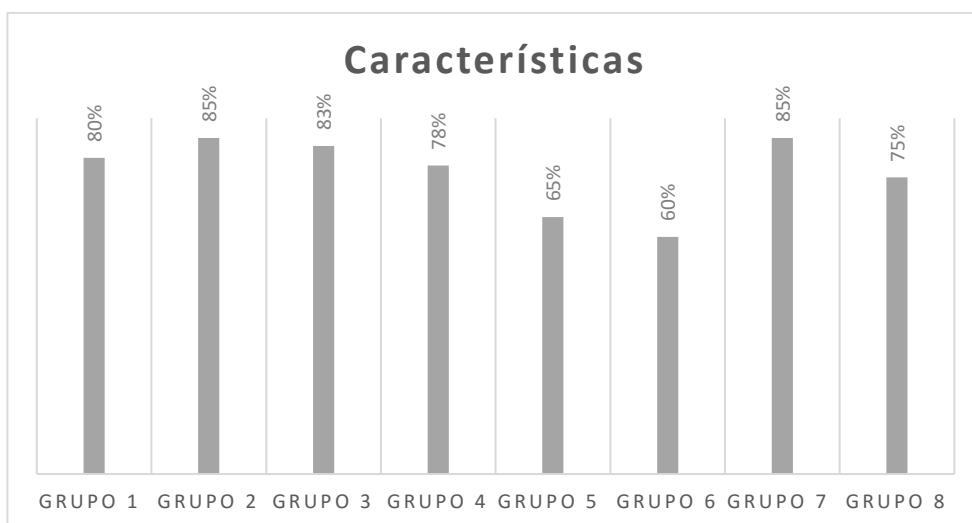


Figura 26. Resultado de la tarea característica

La meta de la tarea consiste en establecer acuerdos sobre los nombres con los que se conocen las razones trigonométricas e identificarlas independientemente de la posición del triángulo. En promedio cumplió la meta en un 76%.

Tarea rueda de chicago

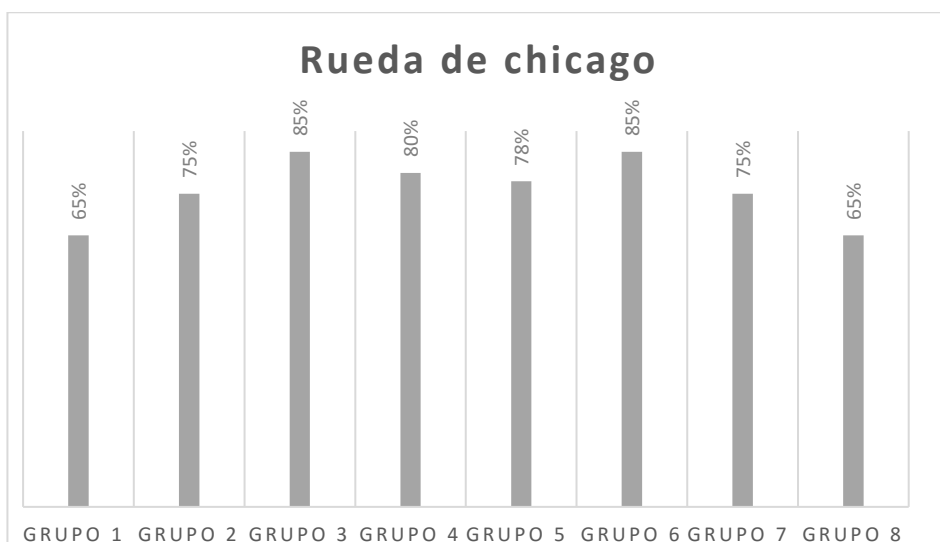


Figura 27. Resultados de la tarea rueda de Chicago

Al resolver la tarea, se espera que los estudiantes calculen la razón seno y coseno de cualquier ángulo, establezcan la relación del seno y coseno de los ángulos complementarios y suplementarios, y deduzcan el signo de las razones seno y coseno en cada uno de los cuadrantes. El porcentaje en promedio de alcance de la meta fue de 76%.

Tarea canicas

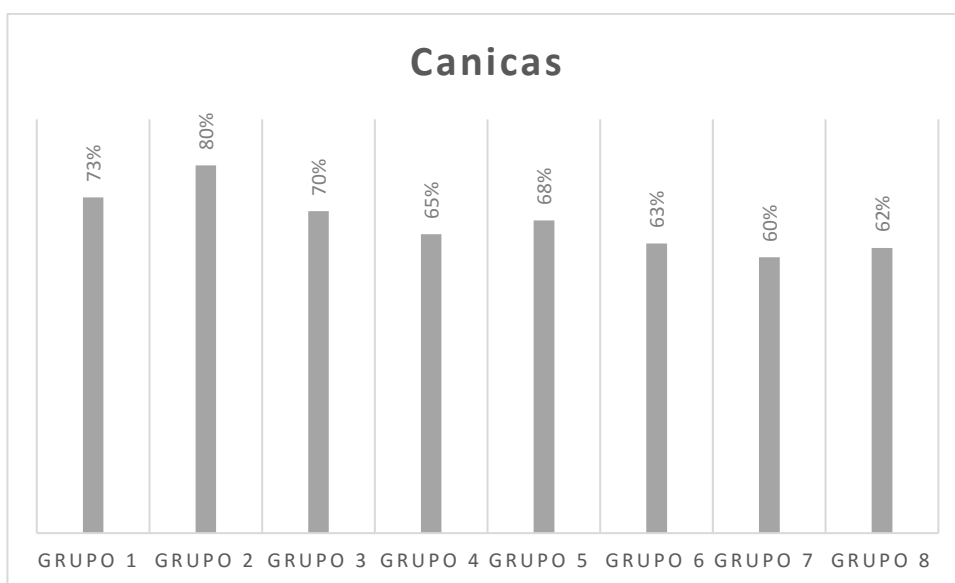


Figura 28. Resultados de la tarea canicas.

Las metas de la tarea se centran en la utilización de las razones trigonométricas para generalizar relaciones entre variables en una situación particular y utilizar la función arco seno. La meta de cumplimiento de la tarea fue del 68%.

Tarea farol

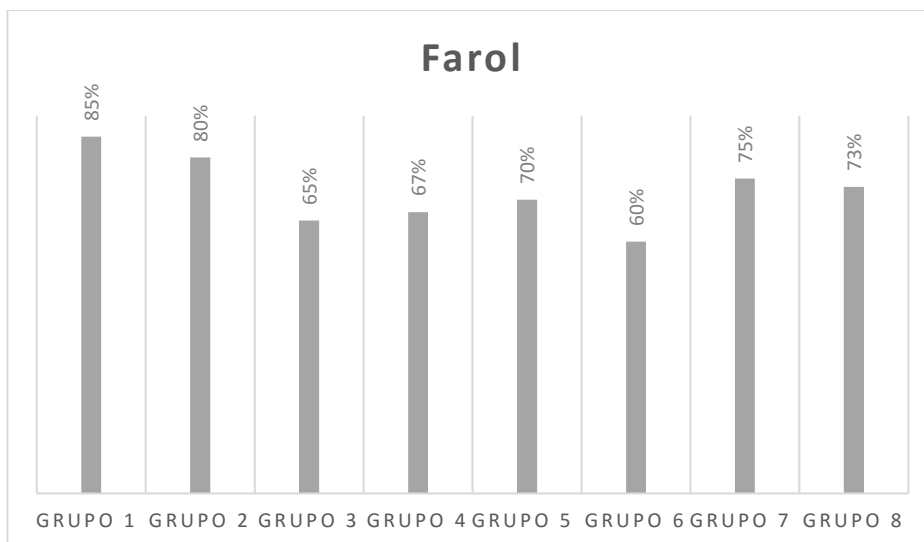


Figura 29. Resultados de la tarea farol.

La meta de la tarea consiste en calcular longitudes y ángulos en contextos inaccesibles, al hacer uso de las razones trigonométricas, y validar los resultados con el uso del software GeoGebra. La meta se cumplió en 72%

El desarrollo de la unidad didáctica alcanzó las expectativas de aprendizaje del tema en un 75%; que de acuerdo al nivel de alcance se ubicó en un nivel avanzado.

4.1.3. Resultados de la evaluación final de razones trigonométricas

Con respecto al examen final; se presentan los resultados, que miden el aprendizaje de las razones trigonométricas cuando es mediado por la planeación pedagógicas de unidades didácticas y también los resultados cuando el aprendizaje de las razones trigonométricas sigue un enfoque conductual o tradicional.

A continuación, se presentan cada una de las preguntas del cuestionario con sus respectivos resultados.

Resultados pregunta 1

Un taxi que parte del centro hacia la iglesia San Mateo viaja a velocidad constante. No puede continuar por la avenida central y se debe desviar por una de las vías alternas teniendo en cuenta que las zonas verdes tienen la misma área.

La siguiente figura representa la situación, en la que $\alpha < \beta$.

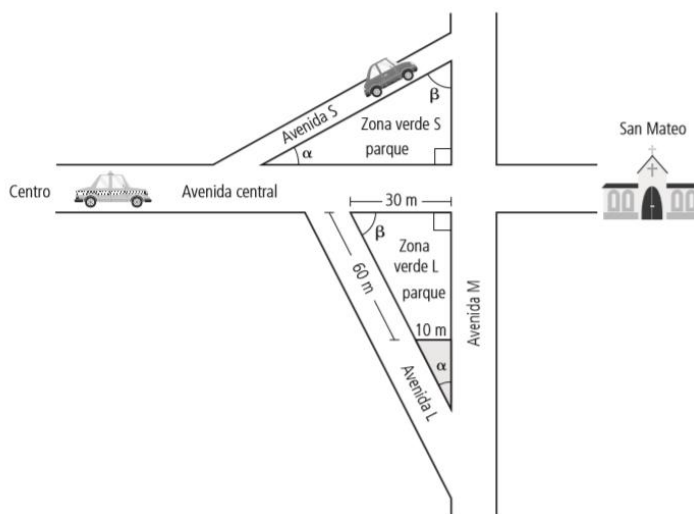


Figura 30. Avenidas para ir a la iglesia San Mateo En “Razones trigonométricas vistas a través de múltiples lentes. Bogotá. Ediciones Unidades” por González, J., Mora, F., Nieto, E., Polania, D. & Romero, M. (2014).

- 1.1. Selecciona la ruta en la que el taxista gasta menos gasolina.
 - a. Desviar por la avenida L, porque el ángulo β es mayor que el ángulo α .
 - b. Elegir cualquiera de los desvíos, porque las zonas verdes son de igual área.
 - c. Desviar por la avenida S, porque recorrerá una distancia menor.
 - d. Desviar por la avenida L, porque la zona verde L es de menor área que la zona verde S.
- 1.2. ¿Cuál es la diferencia entre la longitud de las rutas S y L?

- a. No hay diferencia la distancia es la misma.
 - b. La diferencia entre las dos rutas es de aproximadamente 22 m.
 - c. La diferencia entre las dos rutas es de aproximadamente 5 m.
 - d. Aproximadamente la diferencia será de 64 m.
- 1.3. Para calcular el ángulo con el cual se desvía para ir por el camino S, se requiere
- a. $\alpha = \sin^{-1} \frac{30}{60}$
 - b. $\alpha = \sin^{-1} \frac{60}{30}$
 - c. $\alpha = \sin^{-1} \frac{52}{60}$
 - d. $\alpha = \sin^{-1} \frac{52}{60}$

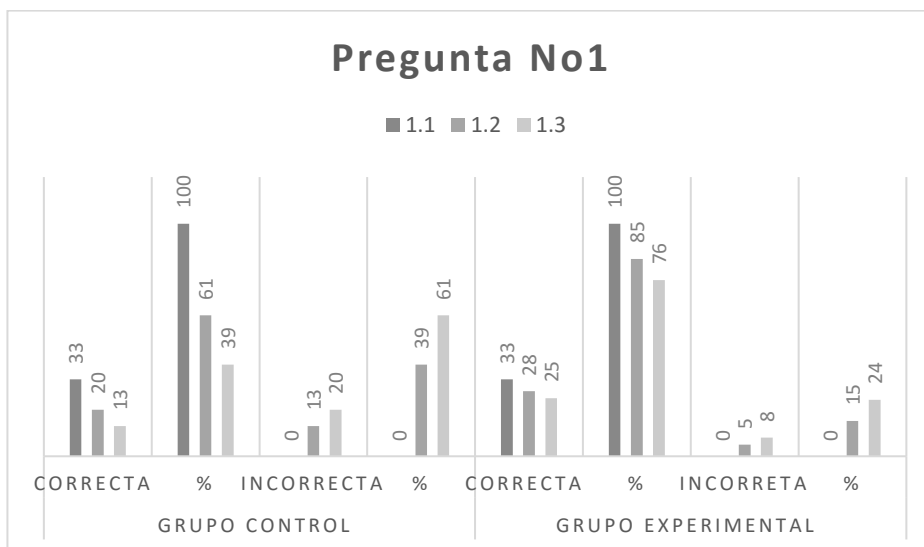


Figura 31. Resultado de la pregunta 1. Evaluación final de razones trigonométricas.

Del gráfico se puede observar el porcentaje de los estudiantes que marcaron las opciones correctas de la pregunta 1, así: 66 % de los del grupo control de 33 estudiantes y 87% del grupo el experimental de 33 estudiantes.

Las capacidades que los educandos debían activar para la solución del punto son: Conocer y mencionar los elementos del triángulo rectángulo, calcular la medida de los lados en el triángulo rectángulo a partir del teorema de Pitágoras, calcular la medida de ángulos y lados en el triángulo a partir de las razones trigonométricas, utilizar la semejanza para la resolución de triángulos, relacionar el vocabulario utilizado (catetos adyacente y opuesto, ángulos de depresión y de elevación) con los elementos de la representación gráfica pictórica-geométrica que se utilice y utilizar adecuadamente el lenguaje funcional en razones trigonométricas.

Resultado pregunta 2

Dibuja triángulos rectángulos que cumplan las siguientes condiciones.

a. $\text{sen } \alpha = \frac{7}{8}$

b. $\text{cos } \beta = \frac{2,5}{5}$

c. $\text{tan } \omega = \frac{1}{9}$

d. $\text{cos } \theta = \frac{5}{9}$

e. ¿A qué ángulos corresponden alfa y beta?

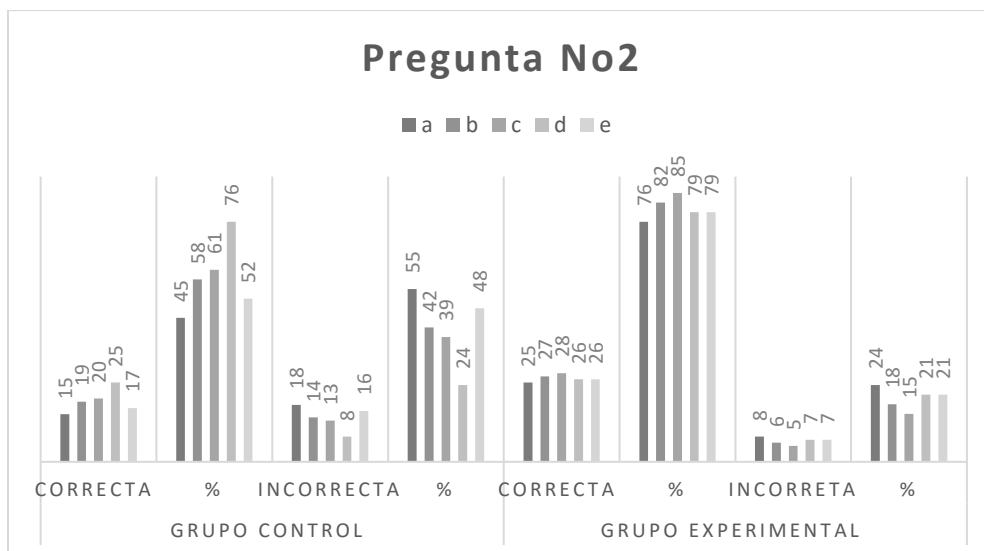


Figura 32. Resultado de la pregunta 2. Evaluación final de razones trigonométricas

Como se puede observar en el gráfico, el 58% de los estudiantes del grupo control realizo correctamente los gráficos. Del grupo experimental el 80% de los estudiantes realizaron correctamente los gráficos.

Las capacidades que debían poner en juego los estudiantes para solucionar la pregunta dos; son: Calcular la medida de los lados en el triángulo rectángulo a partir del teorema de Pitágoras, establecer una representación gráfica del problema y representar gráficamente cada razón trigonométrica asociada a un ángulo, medir ángulos y longitudes para calcular razones trigonométricas utilizando diferentes instrumentos de medida (regla, transportador, programa de computador, etc).

Resultado pregunta 3

El sonar de un barco de salvamento localiza los restos de un naufragio en un ángulo de depresión de 12° . Un buzo es bajado 40 metros hasta el fondo del mar.

- 3.1. ¿Cuánto necesita avanzar el buzo por el fondo para encontrar los restos del naufragio?

3.2. ¿La distancia que hallaste tiene coherencia con la situación?

Justifica tu respuesta.

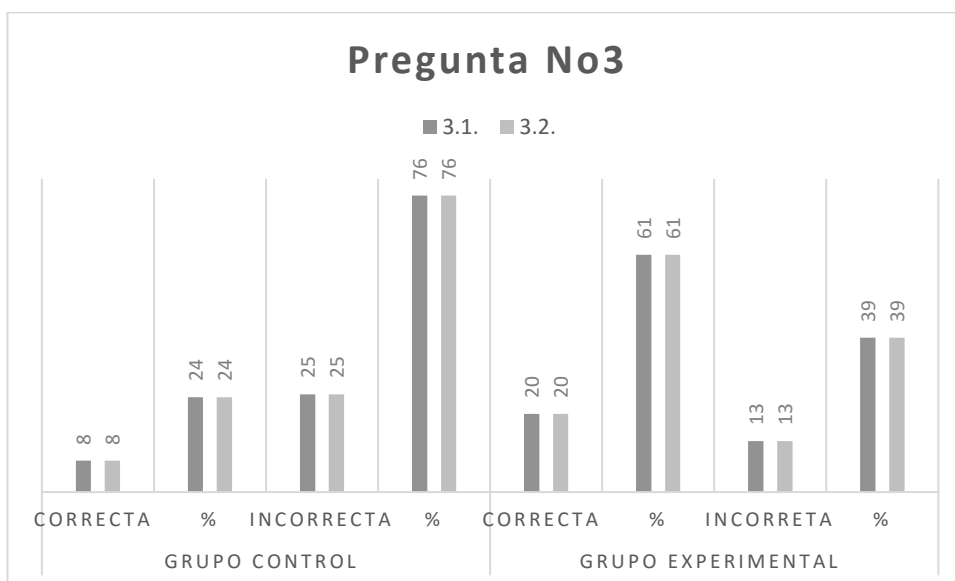


Figura 33. Resultado de la pregunta 3. Evaluación final de razones trigonométricas

Como se puede observar, el grupo control el 24% de los estudiantes respondió de forma correcta la pregunta 3, mientras que, el grupo experimental el 61% de los estudiantes soluciono correctamente la pregunta.

Las capacidades que el estudiantes debía poner de manifiesto en la solución de la pregunta son: Establecer una representación gráfica del problema, representar e identificar las razones trigonométricas en la circunferencia goniométrica, calcular la medida de ángulos y lados en el triángulo a partir de las razones trigonométricas, relacionar el vocabulario utilizado (catetos adyacente y opuesto, ángulos de depresión y de elevación) con los elementos de la representación gráficapictórica-geométrica que se utilice, las razones trigonométricas como longitudes de segmentos

Resultado pregunta 4

Halla la razón seno y coseno para el ángulo 145° a partir de un triángulo. Enumera por lo menos 5 ángulos cuyo seno sea 0,5. Explica por qué escogiste estos ejemplos.

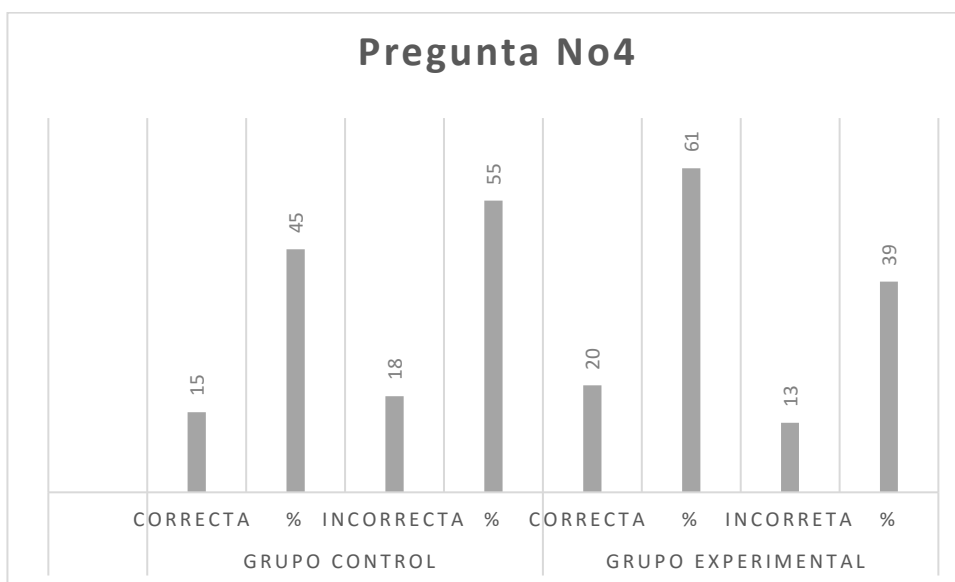


Figura 34. Resultado de la pregunta 4. Evaluación final de razones trigonométricas

A la pregunta No 4, el 45 % de los estudiantes del grupo control respondió correctamente y del grupo experimental el 61% de los estudiantes soluciona de forma acertada la pregunta.

Las competencias necesarias que los estudiantes debían activar para solucionar el punto son: Identificar el signo de las razones trigonométricas en cada cuadrante de la circunferencia, representar e identificar las razones trigonométricas en la circunferencia goniométrica, Calcular la medida de ángulos y lados en el triángulo a partir de las razones trigonométricas, relacionar el vocabulario utilizado (catetos adyacente y opuesto, ángulos de depresión y de elevación) con los elementos de la representación gráficapictórica-geométrica que se utilice, y usar la fórmula fundamental ($\text{sen}^2(\alpha) + \text{cos}^2(\alpha) = 1$) de la trigonometría para deducir identidades trigonométricas.

Resultado Pregunta 5

Para saber a qué altura vuela un avión medimos los ángulos de elevación del avión desde el primer piso (55°) y desde la terraza (40°) de un edificio. Como el edificio tiene 15 pisos, su altura aproximada es de 48 m. ¿A qué altura aproximadamente vuela el avión?

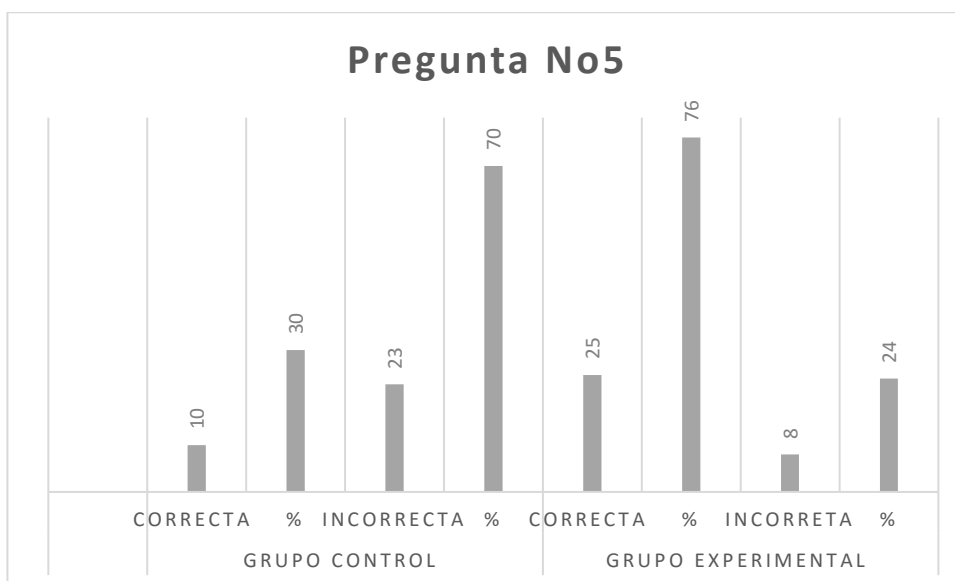


Figura 35. Resultado de la pregunta 5. Evaluación final de razones trigonométricas

El porcentaje de estudiantes que respondió correctamente la pregunta No6 fue: 30% grupo control y 76% grupo experimental.

Competencias activadas por los estudiantes que respondieron correctamente la pregunta: Establecer una representación gráfica del problema, calcular la medida de los lados en el triángulo rectángulo a partir del teorema de Pitágoras, asignar los datos dados (parámetros) del problema a una ecuación trigonométrica, calcular la medida de ángulos y lados en el triángulo a partir de las razones trigonométricas, usar los recursos tecnológicos (calculadora, tabletas entre otros) en función de la solución de un problema trigonométrico, utilizar adecuadamente el lenguaje funcional en razones trigonométricas, relacionar el vocabulario utilizado (catetos adyacente y opuesto, ángulos de depresión y de

elevación) con los elementos de la representación gráficapictórica-geométrica que se utilice, e Interpretar los resultados

Resultado Pregunta 6

Un grupo de investigadores realizan una serie de estudios relacionados con la actividad de los árbitros en el desarrollo de un partido de futbol. Algunas medidas del campo de fútbol se observan en la siguiente figura.

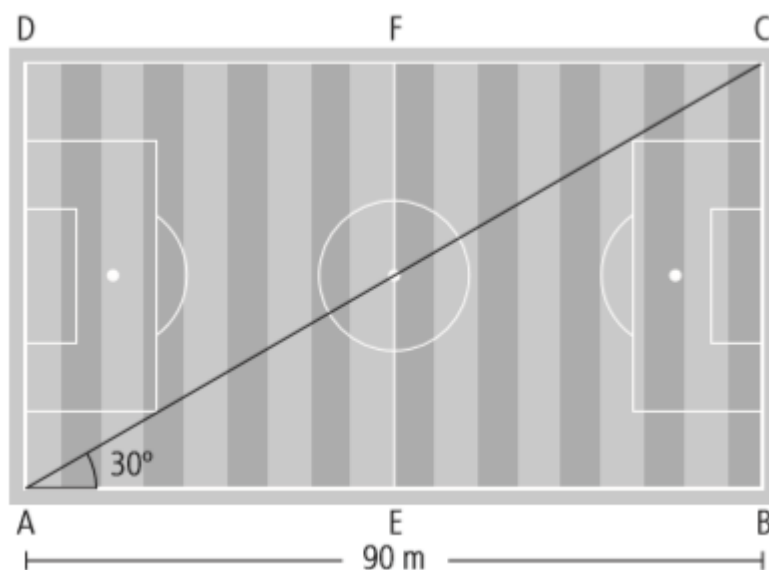


Figura 36. Campo de fútbol. En “Razones trigonométricas vistas a través de múltiples lentes. Bogotá. Ediciones Unidades” por González, J., Mora, F., Nieto, E., Polania, D. & Romero, M. (2014)

- a. Para tener un buen cubrimiento del terreno, se le recomienda al árbitro central que efectúe sus desplazamientos siguiendo una línea guía imaginaria entre el punto A y el punto C. ¿Cuál es el valor que se aproxima más a la longitud de la línea guía para el desplazamiento del juez central?
 - a. 52 m
 - b. 90 m

- c. 104 m
 - d. 142 m
- b. . Durante la ejecución de un tiro de esquina lanzado desde el punto C, el juez de línea 1 debe ubicarse en el punto B y el juez de línea 2 debe ubicarse en el punto F. ¿Es posible determinar la distancia entre los jueces de línea en ese momento?
- a.No, porque no se conoce la distancia entre E y B.
 - b.No, porque no se conoce el ancho del campo de juego.
 - c. Sí, es igual a $15\sqrt{21}$ m
 - d.Sí, es igual a $30\sqrt{3}$ m.
- c. . Al inicio del partido, el juez de línea 1 debe ubicarse en el punto E. ¿Cuál es la distancia entre el juez de línea 1 y el centro de campo en ese momento?
- a.45 m
 - b. 15 3 m
 - c. 22.5 m
 - d.45 m

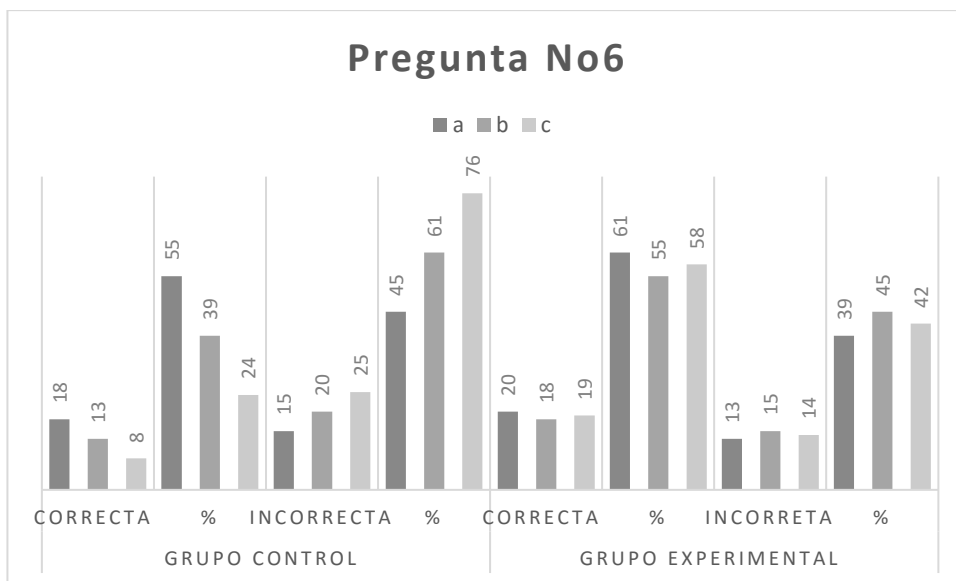


Figura 37. Resultado de la pregunta 6. Evaluación final de razones trigonométricas

Para la pregunta No6, el porcentaje de estudiantes que la respondieron correctamente es: grupo control en promedio fue del 39% y en el grupo experimental el promedio fue 58%.

Las capacidades utilizadas por los estudiantes que respondieron correctamente la pregunta son: Utilizar la semejanza para la resolución de triángulos, Ubicar los datos conocidos y desconocidos en la representación gráfica, Relacionar el vocabulario utilizado (catetos adyacente y opuesto, ángulos de depresión y de elevación) con los elementos de la representación gráficapictórica-geométrica que se utilice, Identificar regularidades y patrones, Expresar un problema como la razón trigonométrica tangente (representación simbólica), Calcular la medida de ángulos y lados en el triángulo a partir de las razones trigonométricas, expresar un problema como la razón trigonométrica coseno utilizando lenguaje simbólico e interpretar los resultados.

Resultado Pregunta 7

Siempre hay cosas de las que nos gustaría saber su medida, pero o están demasiado altas o están muy lejos, ¿qué objeto querrías medir que esté en un lugar al que acudes con frecuencia (el colegio, la casa, el barrio, etc.)? Describe cuál y cómo harías para lograrlo. Nota. El estudiante deberá realizar esta parte de la tarea en casa y posteriormente entregar evidencias de su trabajo. Las evidencias podrán ser fotos, videos, descripción de las herramientas de medida, entre otras. Es importante aclarar que este ítem no hace parte del examen escrito y será presentado a los estudiantes una vez finalice la sesión de examen.

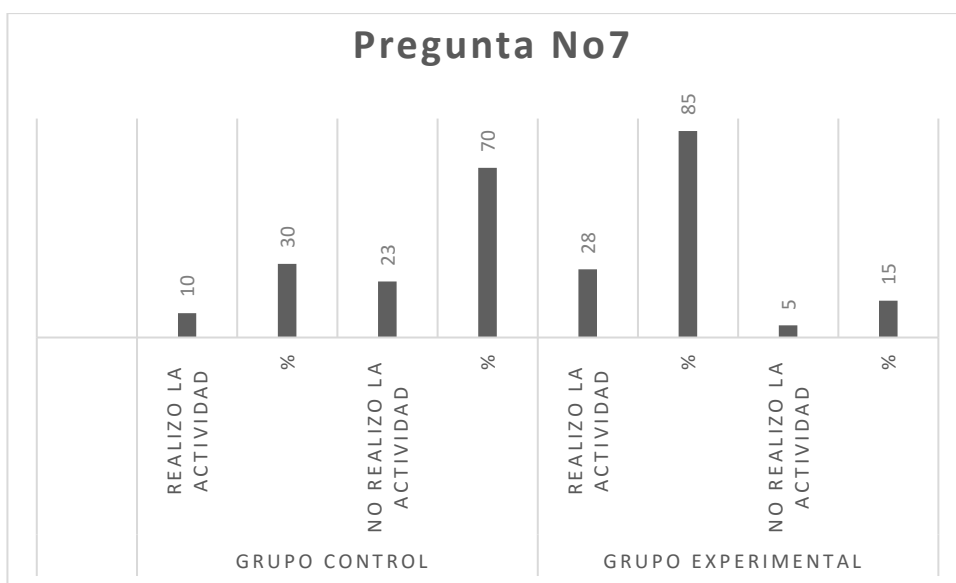


Figura 38. Resultado de la pregunta 7. Evaluación final de razones trigonométricas

De los dos grupos control y experimental que realizaron la actividad y que además, permitió evidenciar el aprendizaje del tema fue del 30% del grupo control y 85 % del grupo experimental.

Competencias que pusieron en juego los estudiantes que llevaron a satisfacción la tarea: Proponer situaciones problema que involucren la resolución de triángulos, Calcular la medida de los lados en el triángulo rectángulo a partir del teorema de Pitágoras, Establecer una representación gráfica del problema, relacionar el vocabulario utilizado (catetos adyacente y opuesto, ángulos de

depresión y de elevación) con los elementos de la representación gráficapictórica-geométrica que se utilice, Usar los recursos tecnológicos (calculadora, tabletas entre otros) en función de la solución de un problema trigonométrico, Interpretar los resultados, Calcular la medida de ángulos y lados en el triángulo a partir de las razones trigonométricas y Representar e identificar las razones trigonométricas en la circunferencia goniométrica.

En promedio, los estudiantes que respondieron de forma acertada el cuestionario de evaluación final fueron del 49% del grupo control y un 74% del grupo experimental.

4.2. Prueba de hipótesis

La hipótesis se validó, a partir de la prueba t de Student; es una prueba estadística para evaluar si dos grupos difieren entre sí de manera significativa respecto a sus medias, de acuerdo a lo planteado por Hernández (2012).

La distribución t de Student se acerca más a ser una distribución de normalidad para dos muestras independientes, debido a esta investigación es de tipo cuasi-experimental de tipo transaccional descriptivo que, de acuerdo con Hernández et al. (2014), consiste en un estudio que no se tiene garantizada la equivalencia inicial porque no hay asignado aleatoria ni emparejamiento, los grupos están formados antes del experimento: son grupos intactos. Un grupo fue el experimental (1002) al cual se le aplicó una planeación de unidad didáctica del tema de razones trigonométricas para grado décimo y un grupo control (1001), quienes recibieron el aprendizaje del mismo tema de forma conductual.

De estos grupos se comparan las notas finales obtenidas por cada uno de los grupos cada uno conformado por 33 estudiantes para un total de 66

estudiantes. Para ello, el nivel alfa elegido fue de 0,05 es decir el nivel de significancia o grado de seleccionado fue 5%, en donde para la hipótesis alterna o diferencia H_{a1} , los datos están distribuidos normalmente y la hipótesis nula o de igualdad- H_{o1} los datos no están distribuidos normalmente.

De esta forma, para realizar la prueba de hipótesis se verificó mediante la fórmula y el programa computacional de análisis estadístico de Excel.

Formula:

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{S_1^2 + S_2^2}}$$

En donde $\bar{X}_1 = 3,7$ es la media o promedio de los resultados del grupo 1002 (grupo experimental), $\bar{X}_2 = 2,4$ media del grupo 1001(control). S_1^2 y S_2^2 representan la desviación estándar de cada uno de los grupos; siendo este resultado el error estándar de la distribución muestral de la diferencia entre medias; $s = 0,7676$.

Aplicación de la fórmula:

$$t = \frac{3,7 - 2,4}{\sqrt{\frac{3,7_1^2}{33} + \frac{2,4_2^2}{33}}} = 1,6935$$

Ahora, se calcula los grados de libertad, los cuales constituyen el número de maneras en que los datos pueden variar libremente.

$$gl = (n_1 + n_2) - 2$$

n_1 y n_2 Son el tamaño de los grupos que se comparan.

Para el caso de estudio, los grupos que se comparan cada uno tienen 33 estudiantes.

$$gl = (33 + 33) - 2 = 64$$

De acuerdo al resultado de valor $t=1.6935$, los grados de libertad $gl=64$; y también con el nivel de significancia 0.05; se comparan con la tabla de la distribución t de Student. Se obtiene: que el nivel de confianza que muestra la tabla es de 1,6690 y el valor calculado es 1,6935; siendo este último mayor; se acepta la hipótesis alternativa y se niega la hipótesis nula. Esta afirmación se hace siguiendo a Hernández et al. (2014) que dice “Si el valor calculado es igual o mayor al que aparece en la tabla, se acepta la hipótesis de investigación. Pero si es menor, se acepta la hipótesis nula”.

Con el programa computacional de análisis estadístico de Excel se prueba las hipótesis y se obtiene los resultados que muestra en la tabla No9:

Tabla 9: Prueba t para medidas de dos muestras emparejadas.

	<i>1001 Control</i>	<i>1002 Experimental</i>
Media	2,445887446	3,744588745
Varianza	0,415507112	0,224180581
Observaciones	33	33
Grados de libertad	64	
Estadístico t	-10,98884512	
P(T<=t) una cola	1,07436E-12	
Valor crítico de t (una cola)	1,693888748	
P(T<=t) dos colas	2,14871E-12	
Valor crítico de t (dos colas)	2,036933343	

Para el caso de las salidas de Excel se comparan el valor del estadístico $t = 10,98$ (valor absoluto), con el valor cola t crítico = 1,69 y dos colas t crítico = 2,03. Para ambos casos la t obtenida es mayor a la t crítica, lo cual nos indica que la t obtenida está fuera del área de aceptación de la hipótesis nula (que termina en la t crítica), por lo que se rechaza la hipótesis nula, y a favor está la hipótesis alternativa.

De la tabla, también se puede observar que la media o promedio de las calificaciones obtenidas por el grupo control es de 2,4 y el promedio del grupo experimental es de 3,7. De acuerdo, a los resultados de las calificaciones se observa que la varianza en el grupo control es de 0,4 siendo mayor la dispersión entre las calificaciones de este grupo; mientras que en el grupo experimental la dispersión es menor de 0,2.

En consecuencia se acepta la hipótesis alterna- H_{a1} , que afirma; existe una diferencia significativa, en el rendimiento académico promedio obtenido por los estudiantes que recibieron el aprendizaje de las razones trigonométricas por medio de la planeación de la unidad didáctica (grupo experimental), con respecto a los estudiantes del mismo grado (grupo control) que recibieron el aprendizaje de las razones trigonométricas de forma conductual.

Por otra parte; se rechaza la hipótesis nula- H_{o1} , que dice: No existe una diferencia estadísticamente significativa, en el rendimiento académico promedio obtenido por los estudiantes que recibieron el aprendizaje de las razones trigonométricas por medio de la planeación de la unidad didáctica (grupo experimental), con respecto a los estudiantes del mismo grado (grupo control) que recibieron el aprendizaje de las razones trigonométricas de forma conductual.

4.3. Discusión de resultados

En este apartado se presentan los resultados de la investigación, a partir de las implicaciones de estudio. Es así como, se abordan y se contrastan los resultados de los instrumentos propuestos para la investigación.

En consecuencia, la presentación de los resultados tiene como objetivo mostrar si existe relación entre los procesos cognitivos y el aprendizaje de las matemáticas en estudiantes de grado décimo de la institución educativa Pompilio

Martínez de Cajicá, cuando resuelven tareas de razones trigonométricas, mediado por la planeación pedagógicas de unidades didácticas.

Para empezar, es importante tener en cuenta que se aplicaron los siguientes instrumentos:

El primero, el cuestionario de aprendizaje de la matemática y procesos cognitivos a 299 estudiantes (muestra seleccionada).

En un segundo momento, se realizó la implementación de los cuestionarios de las tareas de la unidad didáctica razones trigonométricas vistas a través de múltiples lentes; a 33 estudiantes de la muestra de grado decimo (1002).

El tercer cuestionario fue la evaluación final de razones trigonométricas, se aplicó a los 33 estudiantes que trabajaron los cuestionarios de la unidad didáctica de razones trigonométricas (grupo experimental). También se aplicó a otro grupo de 33 estudiantes de grado decimo, pertenecientes también a la muestra; este grupo recibió el aprendizaje de las razones trigonométricas de forma conductual o metodología tradicional (grupo control).

En consecuencia, el cuestionario aprendizaje de la matemática y los procesos cognitivos el 48% de los estudiantes de la muestra; es de decir 143 estudiantes de 299, pusieron de manifiestos los procesos cognitivos como la atención, la percepción y la memoria para desarrollar el cuestionario que a su vez les implicaba hacer uso de contenidos matemáticos, seguir procesos matemáticos y analizar los contextos de la situación planteada.

Particularmente, del cuestionario aprendizaje de la matemática y procesos cognitivos se hace un estudio de caso, en este se puede evidenciar que el estudiante 14 respondió todo el cuestionario, marcando las opciones correctas en los diez puntos. Además, justificó cada una de ellas. El estudiante 17, de las diez

preguntas marcó cinco correctamente; dejó de marcar dos y dejó de justificar cuatro de ellas.

Es así como, el estudiante 14 puso de manifiesto los procesos cognitivos; estos procesos le facilitan recordar conocimientos y aplicarlos en la solución de la situación propuesta. También, se observa que se le facilita la identificar contextos de las situaciones planteadas y hace uso de procedimientos matemáticos; para encontrar estrategias de solución. Con el estudiante se puede demostrar que tiene procesos cognitivos bien desarrollados y en consecuencia muestra aprendizaje de las matemáticas.

En situación diferente se encuentra el estudiante 17, mostrando que tiene dificultad para interpretar y comprender enunciados; esto le dificulta aplicar conocimientos necesarios en la solución de las situaciones propuesta. Si no interpreta enunciados, no puede crear estrategias de solución. En efecto no puede validar las opciones de respuesta que le dan. El estudiante muestra que tiene procesos cognitivos débiles y se refleja un bajo aprendizaje de la matemática.

Con los resultados del primer cuestionario aplicado, se reconoce que el desempeño de la mayoría de los estudiantes de la institución educativa Pompilio Martínez del municipio de Cajicá, Colombia.; son bajos con respecto a los procesos cognitivos que intervienen en el aprendizaje de la matemática.

En vista de, los resultados obtenidos en el cuestionario se tomó la decisión de buscar una planeación pedagógica, para implementar y probar si producía mejores resultados en el aprendizaje de las matemáticas y el desarrollo de procesos cognitivos. Para cumplir con esta expectativa, se tomó la planeación unidades didácticas; implementando la unidad didáctica de razones

trigonométricas vistas a través de múltiples lentes (González, J., Mora, F., Nieto, E., Polania, D. & Romero, M. 2014).

Así pue, la implementación de la unidad didáctica siguió el diseño propuesto; el grupo experimental desarrollo cada una de las tareas; con diferentes situaciones, en contextos personales, ocupacionales, sociales y científicos; asimismo, hicieron uso de conocimiento y de la comprensión matemática (Icfes, 2015). En el desarrollo de las actividades se observa que el estudiante pone en juego cada dada una de las dimensiones de los procesos cognitivos (atención, percepción y memoria), junto con las del aprendizaje de la matemática razonamiento lógico-matemático (el contenido matemático, los procesos matemáticos y los contextos). El desarrollo de las tareas de la unidad didáctica alcanzo las expectativas de aprendizaje del tema en un 75%; que de acuerdo al nivel de alcance se ubicó en un nivel avanzado.

En consecuencia, de los resultados se determina que el aporte de la unidad didáctica de razones trigonométrica, como planeación pedagógica para mediar el aprendizaje de la matemática en los estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa Pompilio Martínez en el municipio de Cajicá, Colombia, fue significativa porque alcanzó un nivel avanzado en el aprendizaje del tema.

Por último, se aplicó la evaluación final de razones trigonométricas que arrojó los siguientes resultados: Los estudiantes del grupo control que respondieron de forma acertada el cuestionario de evaluación final fueron del 49% y un 74% del grupo experimental.

Entonces, al realizar la triangulación de los resultados obtenidos de los instrumentos; del cuestionario aprendizaje de las matemáticas y procesos cognitivos con el cuestionario de la evaluación final del grupo control tiene

resultados muy similares; el primero del 48% y el segundo del 49%. En cambio, si comparamos los resultados de estos dos instrumentos, pero con el grupo experimental se observa que el aumento del resultado fue 74%, resultado significativo en el aprendizaje del tema.

Más aún, si comparamos los resultados de la evaluación final de razones trigonométricas de los dos grados décimos, el grupo control y el grupo experimental el primero alcanzó el 49% el tema y mientras que el grupo experimental el 74%.

En consecuencia, de los últimos resultados se puede identificar el nivel de desempeño de los estudiantes de la institución educativa Pompilio Martínez de grado décimo en el municipio de Cajicá, Colombia, frente al aprendizaje de la matemática cuando se utiliza un enfoque de aprendizaje conductual y cuando el enfoque de aprendizaje es estructural. En este caso se compararon el aprendizaje con el tema de razones trigonométricas.

Entonces, de los resultados se puede afirmar que al realizar el aprendizaje de cualquier tema con un enfoque conductual los resultados de aprendizaje son bajos, menores al 50%. Mientras que, si el aprendizaje se realiza con un enfoque estructural el aprendizaje de las matemáticas muestra resultados significativos mayores al 70%.

Los resultados de la investigación confirman la hipótesis general y específicas; se puede validar que existe relación significativa entre los procesos cognitivos y el aprendizaje de la matemática en los estudiantes de la institución educativa Pompilio Martínez de Cajicá, Colombia. Además, coincide con los resultados de otras investigaciones similares; como por ejemplo la Una Visión de la Teoría del Desarrollo Cognitivo Desde la Educación (Segura; 2000).

CAPÍTULO V: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. Conclusiones

En este último capítulo, como consecuencia de lo expuesto hemos de aceptar que todos los estudiantes aprenden matemáticas cuando construyen o estructuran el conocimiento matemático a través de tareas que motivan y centran su atención. De modo similar, en la investigación “Motivación, Aprendizaje Significativo, y Rendimiento en Matemáticas a través de las TIC-Investigación en los estudiantes del grado séptimo de La Inmaculada Concepción” (Melo, 2014), los resultados de las encuestas, muestran que las TIC y la investigación, propician para el 96 % de los estudiantes la motivación intrínseca, la apropiación de los contenidos conceptuales propuestos en las guías didácticas, el desarrollo de competencias tecnológicas, matemáticas y científicas.

En otras palabras, el aprendizaje matemático se realiza a través de experiencias concretas que lleve al aprendiz a realizar procedimientos de abstracción donde involucre contenidos, contextos y procesos como pensar, razonar, comunicar, etc. Para que se dé esta estructuración del conocimiento en el estudiante, se tiene que arrancar con una situación significativa que los lleve al hacer, y por ellos mismos lleguen a generalizaciones sobre los conceptos o fenómenos. El aprendizaje matemático implica actividad de los procesos cognitivos, como la atención, la percepción y la memoria.

Es así como, para la presente investigación se trazó como objetivo general establecer la relación que existe entre los procesos cognitivos y el aprendizaje de las matemáticas en estudiantes de grado décimo de la institución educativa Pompilio Martínez de Cajicá, cuando resuelven tareas de razones trigonométricas, mediado por la planeación pedagógicas de unidades didácticas.

Entonces, en esta investigación se llega a responder al objetivo general a través de los resultados obtenidos para cada uno de los objetivos específicos:

En relación al primer objetivo específico, que plantea reconocer el desempeño de los estudiantes de la institución educativa Pompilio Martínez de grado décimo el municipio de Cajicá, Colombia.; frente a los procesos cognitivos que intervienen en el aprendizaje de la matemática cuando se enfrenta a la solución de tareas de razones trigonométricas, se obtiene que:

Los estudiantes que activaron o pusieron de manifiesto las dimensiones de los procesos cognitivos para solucionar las situaciones propuestas obtuvieron resultados satisfactorios. En caso contrario, los estudiantes con resultados bajos, indican tienen procesos cognitivos muy débiles.

Los resultados de la muestra revelan que tan solo el 48% de los estudiantes de la institución tienen buen desempeño frente a los procesos cognitivos que intervienen en el aprendizaje de la matemática cuando se enfrenta a la solución de situaciones planteadas.

Con respecto a l objetivo dos, que plantea, identificar el nivel de desempeño de los estudiantes de la institución educativa Pompilio Martínez de grado décimo en el municipio de Cajicá, Colombia, frente al aprendizaje de la matemática a través del manejo de contenidos, procesos y contextos cuando solucionan tareas de razones trigonométricas; se concluye que:

El 52% de los estudiantes obtienen resultados bajos cuando resuelve situaciones que involucran las dimensiones del aprendizaje de la matemática como son el manejo de contenidos, contextos y procesos como pensar, razonar, comunicar.

Para el tercer objetivo específico que plantea, determina el aporte de la unidad didáctica de razones trigonométrica, como planeación pedagógica para mediar el aprendizaje de la matemática en los estudiantes de grado décimo de la institución educativa Pompilio Martínez en el municipio de Cajicá, Colombia, se llega a concluir que:

El aporte de las unidades didácticas, como planeación pedagógica para mediar el aprendizaje de la matemática en los estudiantes de la institución educativa Pompilio Martínez de grado en el municipio de Cajicá, Colombia cuando soluciona tareas de razones trigonométricas fue significativo, el desarrollo de la unidad didáctica alcanzó las expectativas de aprendizaje del tema en un 75%; que de acuerdo al nivel de alcance se ubicó en un nivel avanzado. Puesto que, se dieron las expectativas de aprendizaje propuestas en la unidad didáctica, los estudiantes activaron las capacidades que estaban previstas; se dio con mayor frecuencia las competencias de representar y modelar. Y en todo el proceso del desarrollo de las tareas, se evidenció las dimensiones del aprendizaje de las matemáticas y los procesos cognitivos con respecto al tema de estudio.

Así, de los resultados del grupo experimental y del grupo control, en la prueba final de razones trigonométricas se consigue que: el grupo experimental el 74% de los estudiantes muestran que hay relación significativa entre los procesos cognitivos y el aprendizaje de las matemáticas en estudiantes de grado décimo de la institución educativa Pompilio Martínez de Cajicá, cuando resuelven tareas de

razones trigonométricas, mediado por la planeación pedagógicas de unidades didácticas. Mientras que del grupo control tan solo el 49% supero la prueba; mostrando que el aprendizaje mediado por el enfoque conductual no fue tan significativo en el aprendizaje del tema. Este enfoque, no logra la relación entre los procesos cognitivos y el aprendizaje de la matemática.

En consecuencia de los resultado de la prueba de hipótesis se acepta la hipótesis alterna, que afirma; existe una diferencia significativa, en el rendimiento académico promedio obtenido por los estudiantes que recibieron el aprendizaje de las razones trigonométricas por medio de la planeación de la unidad didáctica (grupo experimental), con respecto a los estudiantes del mismo grado (grupo control) que recibieron el aprendizaje de las razones trigonométricas de forma conductual.

Po otra parte; se rechaza la hipótesis nula que dice: No existe una diferencia estadísticamente significativa, en el rendimiento académico promedio obtenido por los estudiantes que recibieron el aprendizaje de las razones trigonométricas por medio de la planeación de la unidad didáctica (grupo experimental), con respecto a los estudiantes del mismo grado (grupo control) que recibieron el aprendizaje de las razones trigonométricas de forma conductual.

En síntesis, los resultados mostraron que los procesos cognitivos son fundamentales en el aprendizaje de la matemática, porque intervienen en el procesamiento de la información y ayudan a la adquisición de conocimientos matemáticos, además, permiten identificar las situaciones en un contexto dado. Del mismo modo, cuando se da el procesamiento de la información entran en juego procesos o competencias como son pensar, razonar, comunicar, etc.

Asimismo, el desarrollo de la unidad didáctica de *razones trigonométricas vistas a través de múltiples lentes*, arrojó resultados significativos en la mediación de los procesos cognitivos y el aprendizaje de la matemática. Específicamente, la planeación de la unidad didáctica de razones trigonométricas incentivo y centro la atención de los estudiantes en el desarrollo de cada una de las tareas propuestas que los llevó a comprender el tema de las razones trigonométrica, e incluso, le encontraron aplicabilidad en situaciones reales.

Al finalizar la investigación, se puede señalar que se logró los resultados esperados del análisis, se conseguido así, tener una información más clara sobre los procesos cognitivos y el aprendizaje de la matemática y la importancia que tienen las unidades didácticas en la formación matemática de los educandos.

5.2. Recomendaciones

Por último, se presenta la propuesta de acciones o actividades para mejorar el razonamiento matemático en los estudiantes de una institución educativa de Cajicá en el año 2017.

Entonces, desde la perspectiva de docente y estudiante de doctorado, la investigación realizada aporta información que permite hacer algunas recomendaciones. Estas recomendaciones surgen de las conclusiones obtenidas. Los docentes del área de matemáticas que tienen una formación en diseño de unidades didácticas para la enseñanza de las matemáticas, pueden elaborar las unidades con temas de básica primaria para dar a conocer a los docentes de estos grupos con el fin de que las implementen y tengan como ejemplo estas actividades para diseñar otras.

Es así como, el objetivo principal del diseño de estas unidades debe ser promover en los niños el desarrollo de procesos cognitivos a través de tareas que implique manipular recursos o herramientas, que en estas se involucren diferentes contextos (escolares, sociales, políticos); de tal forma que puedan conectar el mundo real donde surge el problema con las matemáticas y las puedan solucionar. Es importante aprovechar la etapa de los 6 a 12 años para desarrollar los procesos cognitivos; en estas edades se logra importantes avances en el pensamiento (Segura *et al.*, 2000).

1. En básica secundaria y media técnica implementar las unidades didácticas diseñadas por docentes de la institución. Además, se puede consultar el repositorio de funes.uniandes.edu.co, donde se encuentra más de estas unidades de temas de básica secundaria y media técnica. De otra parte, se puede continuar con el diseño de unidades para otros temas.
2. Para el año 2018 aplicar cuestionarios o actividades con diferentes situaciones, que implique razonamiento matemático y medir el avance de los estudiantes el desarrollo de procesos cognitivos y el aprendizaje de la matemática.
3. Los resultados que se obtuvieron a partir de la presente investigación permiten ayudar a reorientar las políticas educativas en la formación matemática, clarificar los interrogantes anteriores y otros que surjan alrededor de esta temática. Además, permite ver desde el lugar de la acción como los docentes conciben y aplican cada una de las herramientas, recursos, instrumentos y demás estrategias que el

Gobierno proporciona para mejorar la educación, o contrario a esto, no evidencian la acción frente a la situación planteada.

4. Llevar a cabo investigaciones en esta misma línea que ayuden identificar la incidencia que existe entre los procesos cognitivos y el aprendizaje de la matemática en los estudiantes desde la básica primaria.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- — (1996). Ley General de Educación. Bogotá: El Pensador.
- — (1998). Lineamientos curriculares de matemáticas. Bogotá: Hispanoamericana.
- — (2006). Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas. Recuperado de <http://is.gd/kqjT0a>.
- — (2008, abril 22). Decreto 1290 de 2009. Recuperado de http://www.mineduccion.gov.co/1621/articles-187765_archivo_pdf_decreto_1290.pdf
- — (2014). Discurso de la ministra de Educación, María Fernanda Campo, en la instalación del 'Foro Maestro Siempre'. Bogotá: Centro Virtual de Noticias de la Educación. Recuperado de <http://www.mineduccion.gov.co/cvn/1665/w3-article-340952.html>
- — (2015). Resultados Saber e ISCE Cundinamarca. Bogotá: Icfes.
- — (2015, abril 22). Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación Icfes. Recuperado de <http://www2.icfes.gov.co/examenes/pruebas-saber/preguntas-frecuentes/61-evaluaciones-internacionales/pisa/sin-definir-ubicacion/205-prueba-de-matematicas-dimensiones-de-la-evaluacion>
- — (2016). Informe – Resumen ejecutivo Colombia en Pisa 2015. Recuperado de <http://www2.icfes.gov.co/docman/instituciones-educativas-y-secretarias/evaluaciones-internacionales-investigadores/pisa/pisa-2015/2787-informe-resumen-ejecutivo-colombia-en-pisa-2015-1/file?force-download=1>
- Acosta, E. M. (2010). Situaciones a-didácticas para la enseñanza de la simetría axial utilizando Cabri como medio. Revista Integración, Escuela de Matemáticas. Universidad Industrial de Santander, 173-189.
- Andes, U. D. (2009, octubre 10). Funes. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/information.html>

- Andrade, A. G. (2010, junio 12). Técnicas e instrumentos para facilitar la evaluación del aprendizaje. Recuperado de http://www.academia.edu/1818424/Manual_con_herramientas_para_la_evaluaci%C3%B3n_del_aprendizaje_
- Asamblea Nacional Constituyente (1991). Constitución Política de Colombia. Bogotá: El Pensador.
- Colombia Aprende (2016). Día de la Excelencia Educativa. Bogotá: MEN. Recuperado de <http://aprende.colombiaaprende.edu.co/siemprediae>
- El Pensante (2016). *La investigación aplicada*. Recuperado de <https://educacion.elpensante.com/la-investigacion-aplicada/>
- Escamilla, Amparo (1993). Unidades didácticas: una propuesta de trabajo en el aula, Edel Vives, Zaragoza, España.
- Ferrándiz, C., Bermejo, R., Sainz, M., Ferrando, M. & Prieto, M. (2008). Estudio del razonamiento lógico-matemático desde el modelo de las inteligencias múltiples. *Anales de Psicología*, 24(2), 213-222.
- Flores, P. (sf.). Aprendizaje en matemáticas. Obtenido de <http://www.ugr.es>
- Fandiño, M. (2010). Múltiples aspectos del aprendizaje de la matemática. Bogotá: Magisterio.
- García. S., M. D. (2014). Propuestas para el mejoramiento de la calidad de la educación preescolar, básica y media en Colombia. Bogotá: Fedesarrollo.
- Giroux, S. y Tremblay, G. (2004). Metodología de las ciencias humanas. México: Fondo de Cultura Económica.
- Gómez, P. (2000). Investigación en educación matemática y enseñanza de las matemáticas en países en desarrollo. *Educación Matemática*, 12(1), 93-106.
- Gómez, P. (2007). Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Tesis Doctoral. Universidad de Granada Departamento de Didáctica de la Matemática. España.
- Gómez, P. R. (2008). Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular. Madrid: Alianza.
- González, J., Mora, F., Nieto, E., Polania, D. & Romero, M. (2014) Razones trigonométricas vistas a través de múltiples lentes. Bogotá. Ediciones Unidades.
- Hernández, R., Fernández, C. & Bapptista, L. (2014). Metodología de la Investigación (6 ed.). México: McGraw-Hill.

- ICFES (2015, octubre). Guía para la lectura e interpretación de los reportes de resultados institucionales. Recuperado de <http://www.icfes.gov.co/.../57-guia-para-la-lectura-e-interpretacion-de-los-repo>
- Larrazolo, N., Backhoff, E. & Tirado, F. (2013). Habilidades de razonamiento matemático de estudiantes. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 18(59), 1137-1163.
- Linares, H. B. (2013, diciembre 8). Colombia, próspera pero mal educada. *El Tiempo*.
- Marín del Moral, A. y Lupiáñez, J. L. (2005). Principios y estándares para la educación matemática (traducción de M. Fernández). Recuperado de <http://revistasuma.es/IMG/pdf/48/105-112.pdf>
- Merino, M. & Pérez Porto, J. (2015). Definición de procesos cognitivos. Recuperado de <http://definicion.de/procesos-cognitivos/>
- Melo, S. (2014). Motivación, Aprendizaje Significativo, y Rendimiento en Matemáticas a través de las TIC-Investigación en los estudiantes del grado séptimo de La Inmaculada Concepción. Recuperado de <https://media.master2000.net/fotos/109/Sintesis%20del%20trabajo%20de%20Grado.pdf>
- Ministerio de Educación Nacional (MEN) (1998). Estándares básicos de competencias matemáticas. Recuperado de <http://www.colombiaaprende.edu.co/html/home/1592/article-202631.html>
- Morales, R. (2013). Pensamiento lógico-matemático en alumnos de 6-7 años en tareas de seriaciones. [Trabajo final de maestría]. Granada, España: Departamento de Didáctica de la Matemática. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/2131/1/Morales_R.pdf
- Navarro, M. R. (2008). www.madrid.org. Obtenido de <http://www.madrid.org/cs/Satellite?blobcol=urldata&blobheader=application%2Fpdf&blobheadername1=ContentDisposition&blobheadervalue1=filename%3DProcesos+cognitivos+y+aprendizaje+significativo+MRivas.pdf&blobkey=id&blobtable=MungoBlobs&blobwhere=12204435099>
- OCDE (2016). Colombia debería mejorar la equidad y la calidad de la educación, según la OCDE. Recuperado de <https://www.oecd.org/centrodemexico/medios/colombia-deberia-mejorar-la-equidad-y-la-calidad-de-la-educacion-ocde.htm>
- Padovani, J. (30 de enero de 2000). <http://aprendeonline.udea.edu.co/>. Obtenido de [file:///D:/DOCTORADO %20EN %20EDUCACION/12-SEMINARIO %20DE %20TESIIS %20III/inteligencias_multiplesgardner.pdf](file:///D:/DOCTORADO%20EN%20EDUCACION/12-SEMINARIO%20DE%20TESIIS%20III/inteligencias_multiplesgardner.pdf)

- Perry, P., Valero, P., Castro, M., Gómez, P. & Agudelo, C. (1998). Calidad de la educación matemática en secundaria. Actores y procesos en la institución educativa. Bogotá: Una Empresa Docente. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/686/>
- Redacción Vivir (2013, diciembre 3). Colombia vuelve a rajarse en las pruebas de educación Pisa. El Espectador. Recuperado de <http://www.elespectador.com/noticias/educacion/colombia-vuelve-rajarse-pruebas-de-educacion-pisa-articulo-461894>
- República de Colombia. (1994). Ley General de Educación. Bogotá: El Pensador.
- Rico, L. (2007). La competencia matemática en Pisa. PNA, 1(2), 47-66. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/529>
- Romero, L. (2016). Efecto de una inducción motivacional en estilos de aprendizaje sobre el rendimiento académico en modalidad virtual. Florida, Estados Unidos: Nova Southeastern University.
- Segura, C., Alarcón, J., Ariza, M., Astoiza, C. De Bermúdez, M., Malaver, M. & Rodríguez, M. (2000). Una visión de las teorías del desarrollo cognitivo desde la educación. Chía: Universidad de la Sabana.
- Semana (2015). Estos son los mejores colegios de Colombia. Semana. Recuperado de http://static.iris.net.co/semana/upload/documents/Documento_421274_20150317.pdf
- Soler, M. N., Ávila, J. & Fonseca, J. (2009). Actividades para el desarrollo del razonamiento matemático en estudiantes para profesor. Taller realizado en 10º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa (8 a 10 de octubre 2009). Pasto, Colombia. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/766>
- Triglia, A. (2017). Las 4 etapas del desarrollo cognitivo de Jean Piaget. Psicología y mente. Recuperado de <https://psicologiaymente.net/desarrollo/etapas-desarrollo-cognitivo-jean-piaget>
- Vélez, M. A. (2011). El bachillerato: Información sin información. Colombia: Ingeniería&Sociedad.
- Villareal, J. E., Olaya, A. A., Herrera, N. A. & Toro, W. D. (2010). Contribución de la enseñanza de conceptos al razonamiento matemático. Una mirada desde tres perspectivas cognitivas. Documento no publicado (Otros). Medellín: Universidad de Antioquia. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/1850/>
- Zerpa, Y. D. (2011, abril). Habilidades de pensamiento matemático en alumnos de educación básica. Cuadernos de Educación y Desarrollo, 3(26). Recuperado de <http://www.eumed.net/rev/ced/26/yzdo.htm>

ANEXOS

Anexo 1: Matriz de consistencia de la investigación

Problema	Objetivos	Hipótesis	Variables e indicadores		
<i>Problema general</i>	<i>Objetivo general</i>	<i>Hipótesis general</i>	<i>Variable uno: procesos cognitivos</i>		
¿Cuál es la relación que existe entre el aprendizaje de la matemática y los procesos cognitivos en la solución de tareas con razones trigonométricas en la Institución Educativa Pompilio Martínez de Cajicá Colombia, cuando es mediado por la planeación pedagógicas de unidades didácticas?	Establecer la relación que existe entre los procesos cognitivos y el aprendizaje de las matemáticas cuando solucionan tareas con razones trigonométricas los estudiantes de grado décimo de la institución educativa Pompilio Martínez de Cajicá, mediado por la planeación pedagógicas de unidades didácticas.	El aprendizaje de la matemática se relaciona directamente con los procesos cognitivos, cuando son mediados por la planeación de la unidad didáctica de razones trigonométricas, en los estudiantes de grado décimo de la institución educativa Pompilio Martínez de Cajicá, Colombia. <i>Hipótesis Nula-Ho1</i> No existe una diferencia estadísticamente significativa, en el rendimiento académico promedio obtenido por los estudiantes que recibieron el aprendizaje de las razones trigonométricas por medio de la planeación de la unidad didáctica (grupo experimental), con respecto a los estudiantes del mismo grado (grupo control) que recibieron el aprendizaje de las razones trigonométricas de forma	Variable	Dimensión	Indicadores
			Los procesos cognitivos son un conjunto de operaciones mentales cuyo objetivo es que el alumno integre la información adquirida básicamente a través de los sentidos, en una estructura de conocimiento que tenga sentido para él (Segura, C., Alarcón, J., Ariza, M., Astoiza, D., De Bermúdez, M., Malaver, M. & Rodríguez, M., 2000).	Memorizar	Que el estudiante retenga y recuerden conceptos, proposiciones, esquemas mentales, teorías, hipótesis reconozca información, y aprendan (80-100 %).
<i>Problemas específicos</i>	<i>Objetivos específicos</i>			Atención	Que el estudiante tenga la capacidad de concentración en una actividad mental. (80-100%).
Para dar respuesta al problema general, planteé las siguientes preguntas:	Abordé el objetivo general a través de los siguientes objetivos específicos:			Percepción	Que el estudiante use los sentidos para adquirir conocimiento y destrezas adquiridas en nuevas situaciones. (80-100 %).
• ¿Qué incidencia tiene el nivel de desarrollo de los procesos cognitivos en el aprendizaje de la matemática, cuando los estudiantes de la institución educativa Pompilio Martínez en el municipio de Cajicá, Colombia de grado décimo se enfrenta a la solución de tareas de	Reconocer el desempeño de los estudiantes de la institución educativa Pompilio Martínez de grado décimo el municipio de Cajicá, Colombia.; frente a los procesos cognitivos que intervienen en el aprendizaje de la matemática cuando se				
			<i>Variable dos: Aprendizaje de la matemática</i>		
			Variable	Dimensión	Indicadores

que implican el uso de razones trigonométricas?
 ¿Qué nivel de desempeño tienen los estudiantes de la institución educativa Pompilio Martínez de grado décimo en el municipio de Cajicá, Colombia, frente al aprendizaje de la matemática a través del manejo de contenidos, procesos y contextos cuando solucionan tareas de razones trigonométricas?
 ¿La unidad didáctica de razones trigonométricas, como planeación pedagógica aporta al aprendizaje de la matemática en los estudiantes de la institución educativa Pompilio Martínez de grado décimo en el municipio de Cajicá, Colombia?

enfrenta a la solución de tareas de razones trigonométricas.
 Identificar el nivel de desempeño de los estudiantes de la institución educativa Pompilio Martínez de grado décimo en el municipio de Cajicá, Colombia, frente al aprendizaje de la matemática a través del manejo de contenidos, procesos y contextos cuando solucionan tareas de razones trigonométricas.
 Determina el aporte de la unidad didáctica de razones trigonométrica, como planeación pedagógica para mediar el aprendizaje de la matemática en los estudiantes de grado décimo de la institución educativa Pompilio Martínez en el municipio de Cajicá, Colombia.

conductual.
 Hipótesis Alterna-Ha1
 Existe una diferencia significativa, en el rendimiento académico promedio obtenido por los estudiantes que recibieron el aprendizaje de las razones trigonométricas por medio de la planeación de la unidad didáctica (grupo experimental), con respecto a los estudiantes del mismo grado (grupo control) que recibieron el aprendizaje de las razones trigonométricas de forma conductual.

Hipótesis específica

Los procesos cognitivos intervienen en el aprendizaje de la matemática, cuando solucionan tareas de razones trigonométricas los estudiantes de grado décimo de la Institución educativa Pompilio Martínez del municipio de Cajicá, Colombia.
 El aprendizaje de la matemática se da a través del manejo de contenidos, procesos y contexto, cuando solucionan tareas de razones trigonométricas los estudiantes de grado décimo de la institución

Razonamiento lógico-matemático:	Contenido matemático	Comprende los contenidos matemáticos y los aplica en la solución de problemas.
	Los procesos matemáticos (procesos cognitivos)	Es capaz de reconocer e identificar oportunidades para utilizar las matemáticas. Hace uso de las competencias de pensar, razonar, argumentar, modelar, plantear y resolver problemas, representar y utilizar el lenguaje simbólico formal y técnico, operaciones, herramienta y recurso.
	Contextual	Identifica el contexto de un problema.

educativa Pompilio
Martínez del municipio
de Cajicá, Colombia.

Las unidades didácticas
sirven como planeación
pedagógica para mediar
el aprendizaje de la
matemática, cuando
soluciona tareas de
razones trigonométricas
los estudiantes de grado
décimo de la institución
educativa Pompilio
Martínez del municipio
de Cajicá, Colombia

..

Variable uno	Definición conceptual (Con base en alguna teoría o libro)	Indicadores
<p><i>Procesos cognitivos:</i> Los procesos cognitivos son un conjunto de operaciones mentales cuyo objetivo es que el alumno integre la información adquirida básicamente a través de los sentidos, en una estructura de conocimiento que tenga sentido para él (Merino, 2015). El término cognición lo describe Navarro (2008) como lo que entraña procesos de adquisición, transformación, organización, retención, recuperación y uso de la información. Un estudiante en su proceso de aprendizaje puede extraer información del entorno y procesarla, asociarla y usarla para un nuevo conocimiento. Los procesos cognitivos se dan en una persona en este caso estudiante, cuando hay operaciones mentales como la memorización, la percepción y la atención. .</p>	<p><i>Memoria:</i> Se considera vulgarmente que la memoria humana consiste simplemente en la retención a largo plazo (días, meses, años) de datos numéricos, fechas, nombres, enumeraciones, definiciones e incluso textos más amplios, para su reproducción ulterior, del modo más preciso posible, incluso con idéntica expresión verbal (Rivas, 2008).</p>	<p>1.1.Sabe describir hechos y conceptos (80-100 %).</p> <p>1.2.Sabe cómo efectuar las operaciones de una ecuación o de un algoritmo (80-100 %).</p> <p>1.3.Recuerda hechos y conceptos (80-100 %).</p>
	<p><i>Atención:</i> La atención, (Navarro, 2008) implica concentración en una actividad mental, esta opera como una especie de filtro, seleccionando determinados estímulos entre la multiplicidad de los que inciden paralelamente en los órganos sensoriales, restringiéndolos a los que permite la capacidad o recursos mentales disponibles</p>	<p>2.1. Se concentra en los hechos o situaciones propuestas (80-100 %).</p> <p>2.2. Selecciona información importante en los hechos y situaciones que se le presenta (80-100 %).</p> <p>2.3. Mantiene activa la atención sobre los hechos y situaciones propuestas (80-100 %).</p>
	<p><i>Percepción :</i> En virtud de la percepción, como proceso cognitivo, se dice que a través de los sentidos las personas se informan de modo inmediato y permanente de las cosas del entorno, adquiriendo conocimiento acerca de los hechos, objetos, propiedades y estructura de estos (Navarro, 2008).</p>	<p>3.1. Usa los sentidos para informarse de hechos y situaciones de la matemática (80-100 %).</p> <p>3.2. Demuestra que recibe los estímulos de hechos y conceptos cuando hace las replantaciones mentales de estos. (80-100 %).</p>

3.3. Usa los conocimientos previos en situaciones y hechos que se le presentan (80-100 %).

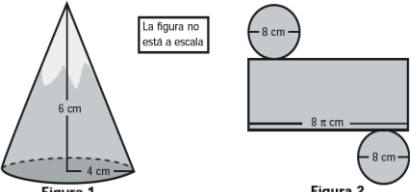
Anexo 2: Matriz de operacionalización de variables

Variable	Definición conceptual	Definición operacional	Dimensión	Indicadores
Aprendizaje de la matemática.	El razonamiento lógico o causal un proceso de lógica mediante el cual, partiendo de uno o más juicios, se deriva la validez, la posibilidad o la falsedad de otro juicio distinto.	Capacidad que tiene la persona (en este caso, un estudiante) para identificar, analizar, validar una información, un hecho, un procedimiento.	Contenido matemático	Comprende los contenidos matemáticos y los aplica en la solución de problemas.
			Los procesos matemáticos (procesos cognitivos)	Es capaz de reconocer e identificar oportunidades para utilizar las matemáticas.
			Contextual	Identifica el contexto de un problema.

Anexo 3: Matriz del instrumento para la recolección de datos

Instrumento para la recolección de datos de razonamiento lógico-matemático

En cada una de las preguntas se manejan las dimensiones del razonamiento lógico como lo es el contenido matemático, los procesos matemáticos y los contextos y los procesos cognitivos que son activados en cada pregunta.

Pregunta	Clave	Componente	Competencia	Procesos cognitivos	Afirmación
<p>1. Daniel necesita construir el modelo de un nevado para su maqueta de ciencias, con la forma y medidas que aparecen en la figura 1. Para ello, cortó un molde como el que se muestra en la figura 2.</p>  <p>Figura 1</p> <p>Figura 2</p> <p>Con este molde, Daniel NO puede construir el nevado porque</p> <p>A. con él construiría un cilindro y no un cono. B. el área de la base sería mayor que el área requerida. C. con él se armaría una pirámide y no un cono. D. el perímetro de la circunferencia sería diferente.</p>	A	Espacial-métrico	Razonamiento Pensar Operaciones matemáticas Representar Resuelve problema	Atención Percepción Memoria	Analizar la validez o invalidez de usar procedimientos para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas.
<p>2. Una marca de calzado ofrece 144 diseños diferentes. El número de diseños de calzado deportivo es el doble del número de diseños de calzado formal. ¿Cuántos diseños de calzado formal y cuántos de deportivo ofrecen la marca?</p> <p>A. 48 y 96. B. 52 y 104. C. 71 y 73.</p>	A	Numérico variacional	Razonamiento Pensar Operaciones matemáticas Representar Resuelve problema	Atención Percepción Memoria	Resolver problemas que requieran para su solución ecuaciones lineales y sistemas de ecuaciones lineales.

D. 72 y 144.

3. Don Rodrigo fue a la tienda a comprar ocho kilos y medio de arroz. Solamente encontró bolsas de 3 kilos, 1 kilo y $\frac{1}{2}$ kilo. Él lleva exactamente la cantidad de arroz que necesita, si compra
 A. 2 bolsas de 3 kilos, 1 bolsa de 1 kilo y 1 bolsa de $\frac{1}{2}$ kilo.
 B. 1 bolsa de 3 kilos, 4 bolsas de 1 kilo y 5 bolsas de $\frac{1}{2}$ kilo.
 C. 2 bolsas de 3 kilos, 2 bolsas de 1 kilo y 1 bolsa de $\frac{1}{2}$ kilo.
 D. 1 bolsa de 3 kilos, 5 bolsas de 1 kilo y 3 bolsas de $\frac{1}{2}$ kilo.

C Numérico variacional

Planteamiento y resolución de problemas
 Razonamiento
 Pensar
 Operaciones matemáticas
 Representar

Atención
 Percepción
 Memoria

Resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas en el conjunto de los números reales.

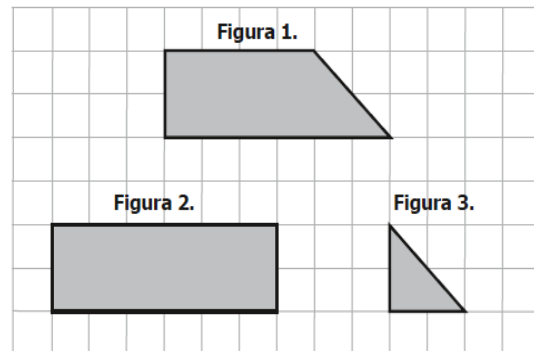
4. Observa las figuras dibujadas sobre la cuadrícula.

A Geométrico-métrico

Razonamiento y argumentación
 Operaciones matemáticas
 Representar
 Resuelve problema

Atención
 Percepción
 Memoria

Generalizar procedimientos de cálculo para encontrar el área de figuras planas y el volumen de algunos sólidos.



El área de la figura 2 es igual a

- A. el área de la figura 1 más el área de la figura 3.
- B. dos veces el área de la figura 1.
- C. tres veces el área de la figura 3.
- D. el área de la figura 1 menos el área de la figura 3.

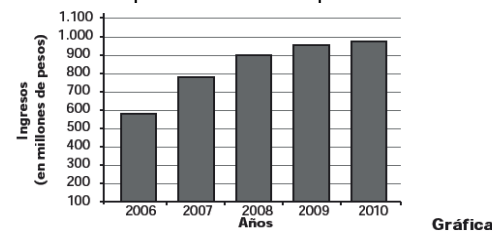
A Aleatorio

Razonamiento
 Pensar
 Operaciones matemáticas
 Representar
 Resuelve problema

Atención
 Percepción
 Memoria

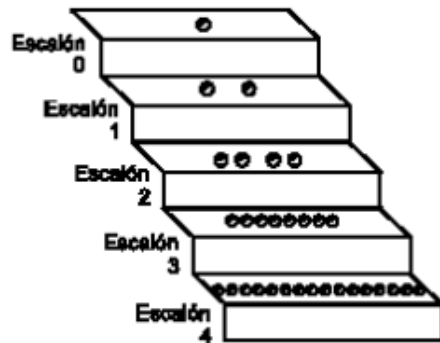
Formular inferencias y justificar razonamientos y conclusiones a partir del análisis de información estadística.

5. La gráfica muestra información sobre los ingresos en millones de pesos de una empresa en los últimos 5 años.



Si la tendencia se mantuvo, los ingresos de 2011 aumentaron respecto a los de 2010, aproximadamente,
 A. entre 10 y 14 millones de pesos.
 B. entre 17 y 21 millones de pesos.
 C. entre 24 y 28 millones de pesos.
 D. entre 31 y 35 millones de pesos.

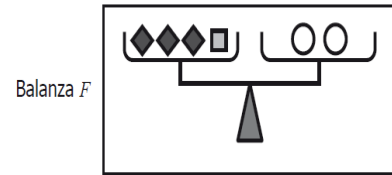
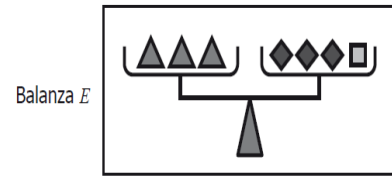
6. Se realizaron unas pruebas con esferas de un metal experimental. Se descubrió que si se deja caer a una determinada altura una esfera de volumen V se divide en dos esferas de volumen $V/2$ y luego estas esferas, al caer desde la misma altura, se dividen en cuatro esferas de volumen $V/4$ y así sucesivamente. A continuación, se muestra un dibujo que representa la prueba planteada:



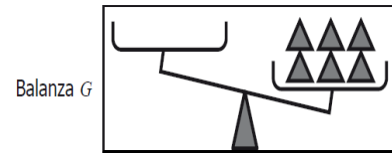
Al practicar estas pruebas, se afirma que el número de esferas que se tendrá en el escalón 6 es 64, esto es debido a que
 A. el número de esferas de un escalón determinado es un número par
 B. escalón a escalón se duplican las esferas y esta es la sexta duplicación
 C. el número de esferas se obtiene elevando 2 al número del escalón deseado
 D. escalón a escalón se aumenta en un número par de esferas

7. En la ilustración se presentan tres balanzas E, F y G. E y F están en equilibrio, pero G no lo está.

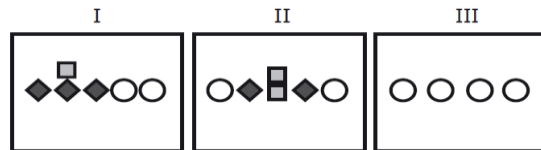
B	Medición	Argumentativa Razonamiento Pensar Operaciones matemáticas Representar Resuelve problema	Atención Percepción Memoria	
B	Geométrico-métrico	Planteamiento y resolución de problemas Razonamiento	Atención Percepción Memoria Crear	Resolver problemas de medición utilizando de manera pertinente



◆ pesa distinto a ◻



¿Cuáles de los siguientes grupos de pesas se pueden ubicar en el plato desocupado de la balanza G para que quede en equilibrio?



- A. I y II solamente.
- B. I y III solamente.
- C. II y III solamente.
- D. I, II y III.

RESPONDE LAS PREGUNTAS 8, 9 Y 10 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN
 Observa las figuras 1, 2, 3 y 4 que están ubicadas en el plano cartesiano.

B

Geométrico-métrico

Pensar
 Operaciones matemáticas
 Representar

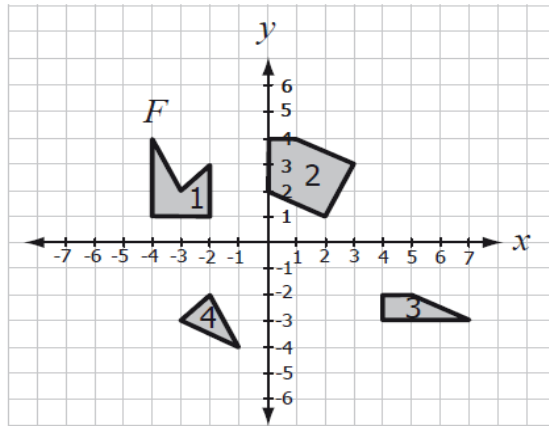
Comunicación, representación y modelación
 Razonamiento
 Pensar
 Operaciones matemáticas

Atención
 Percepción
 Memoria

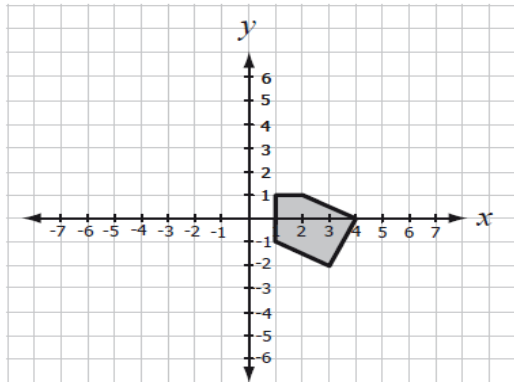
instrumentos y unidades de medida.

Identificar y describir efectos de transformaciones aplicadas a figuras planas.

Resuelve problema



8. Luego de aplicar dos traslaciones a la figura 2, esta quedó ubicada en la posición que se observa a continuación.



- La figura 2 fue trasladada
- A. 1 unidad hacia la derecha y 1 unidad hacia abajo.
 - B. 1 unidad hacia la derecha y 3 unidades hacia abajo.
 - C. 1 unidad hacia la izquierda y 3 unidades hacia abajo.
 - D. 4 unidades hacia la derecha y 2 unidades hacia abajo.

9. La figura 1 se rota 180° en sentido contrario al movimiento de las manecillas del reloj, teniendo como punto fijo a F. ¿Cuál es la posición de la figura 1 luego de la rotación?

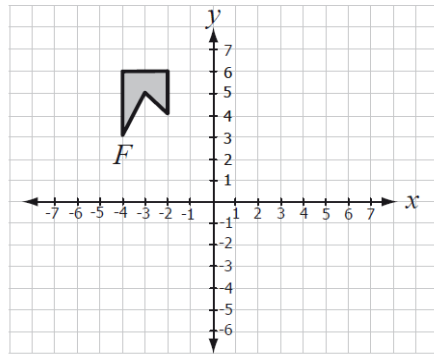
A.

B	Geométrico-métrico	Comunicación, representación y modelación Razonamiento	Atención Percepción Memoria Evaluar	Identificar y describir efectos de transformaciones
---	--------------------	---	--	---

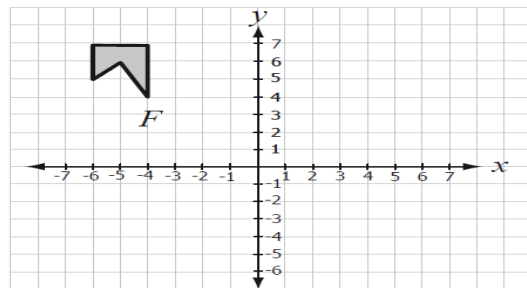
Pensar
Operaciones
matemáticas
Representar
Resuelve
problema

Atención
Percepción
Memoria

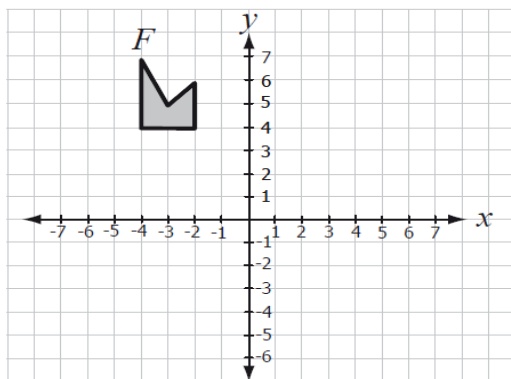
aplicadas a figuras
planas.



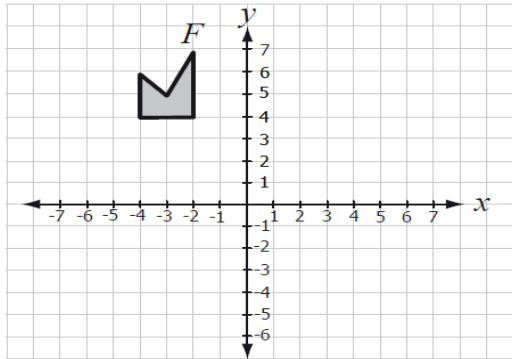
B:



C:



D:



10. Las figuras 1, 2, 3 y 4 se reflejan respecto al eje y . ¿Cuál de las siguientes ilustraciones muestra las figuras reflejadas?

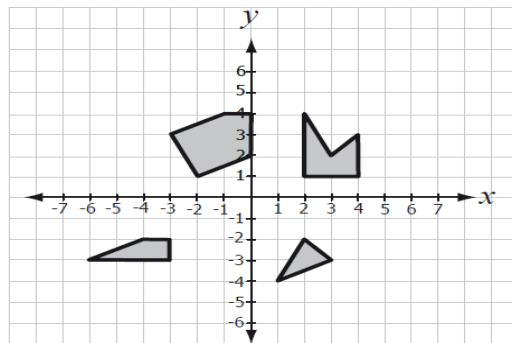
D

Geométrico-métrico

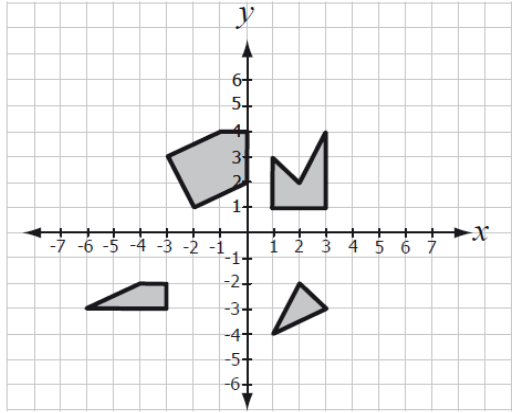
Comunicación,
representación y
modelación
Razonamiento
Pensar
Operaciones
matemáticas
Representar
Resuelve
problema

Atención
Percepción
Memoria

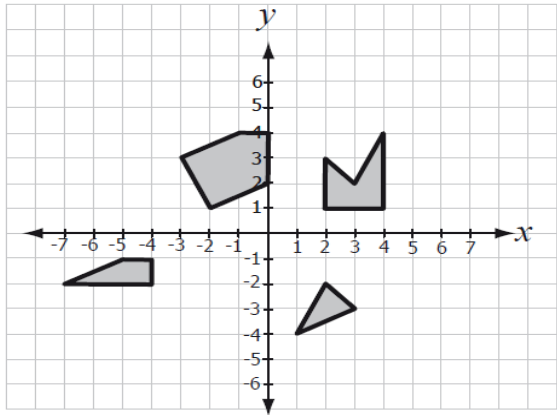
Identificar y describir
efectos de
transformaciones
aplicadas a figuras
planas.



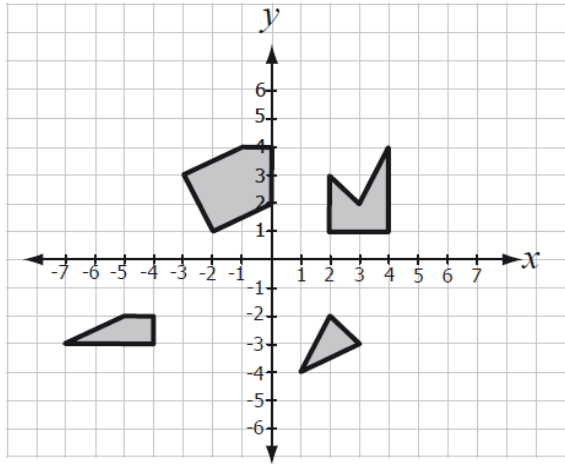
B.



C:



D.



Anexo 4: Data consolidada de resultados

Data consolidada del cuestionario de razonamiento lógico-matemático.

Fecha: 09-15 de abril de 2015												
I. E. D. Pompilio Martínez de Cajicá												
N° Est./N° de pregunta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total	Valoración de 1 a 5
1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	7	3.5
2	0	0	0	1		0	1	0	0	1	3	1.5
3	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	3	1.5
4	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	5	2.5
5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0.5
6	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0.5
7	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0.5
8	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	2	1
9	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	4	2
10	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	4	2
11	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	6	3
12	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	3	1.5
13	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	2	1
14	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	6	3
15	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	2	1
16	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	2	1
17	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	2	1
18	0	0	0		1	1	1	1	0	0	4	2
19	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	7	3.5
20	0	0		0	0	1			1	0	2	1

21	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	4	2
22	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	4	2
23	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	4	2
24	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	3	1.5
25	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	5	2.5
26	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	7	3.5
27	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	4	2
28	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	3	1.5
29	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	3	1.5
30	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	3	1.5
31	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	3	1.5
32	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	6	3
33	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	8	4
34	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	8	4
35	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	6	3
36	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	8	4
37	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	8	4
38	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	8	4
39	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	8	4
40	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	8	4
41	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	6	3
42	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0.5
43	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	3	1.5
44	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	3	1.5
45	1	0	1	1	0	0	1	1		0	5	2.5
46	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	3	1.5
47	1	0	1	1		0	0	0	0	0	3	1.5
48	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	6	3
49	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	6	3
50	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	6	3

51	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	6	3
52	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	6	3
53	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	6	3
54	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	4	2
55	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	5	2.5
56	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	2	1
58	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	7	3.5
59	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	5	2.5
60	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	7	3.5
61	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	4	2
62	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	7	3.5
63	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	2	1
64	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	5	2.5
65	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	7	3.5
66	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	5	2.5
67	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	5	2.5
68	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	5	2.5
69	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	5	2.5
70	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	4	2
71	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	4	2
72	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	4	2
73	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	4	2
74	1	1	0	1	1	1		0	0	1	6	3
75	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	5	2.5
76	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	5	2.5
77	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	5	2.5
78	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	6	3
79	1	1	0	1	1	1		0	0	0	5	2.5
80	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	6	3
81	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	6	3

82	1	1	0	1	1	1	0	0	0	5	2.5
83	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	3
84	0	1		1	1	1	0	1	0	0	2.5
85	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	2.5
86	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1.5
87	0	0	0	0	0		1	0	1	0	1
88	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	2
89	1	0	1	1	0	1	1	1	0	0	3
90	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	4
91	0	1	1	0		0	0	1	1	0	2
92	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	2.5
93	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	2
94	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	4
95	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	3
96	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	2
97	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	3
98	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	3
99	1	1		0	0	0	1	0	0	0	1.5
100	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	2
101	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	3.5
102	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	3
103	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	3.5
104	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	4
105	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	4
106	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	2
107	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1
108	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	3.5
109	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1.5
110	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	2.5
111	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	3

112	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	7	3.5
113	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	5	2.5
114	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	4	2
115	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	3	1.5
116	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	7	3.5
117	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	6	3
118	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	4	2
119	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	3	1.5
120	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	4	2
121	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	2	1
122	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	3	1.5
123	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	4	2
124	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	6	3
125	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	4	2
126	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	6	3
127	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	7	3.5
128	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	5	2.5
129	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	6	3
130	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	6	3
131	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	8	4
132	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	7	3.5
133	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	5	2.5
134	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	4	2
135	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	8	4
136	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	7	3.5
137	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	5	2.5
138	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	8	4
139	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	6	3
140	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	4	2
141	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	5	2.5

142	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	5	2.5
143	1	0	0	1	0	1	1		1	0	5	2.5
144	1	1		0	0	0	1	1	0	0	4	2
145	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	3	1.5
146	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	3	1.5
147	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	6	3
148	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	7	3.5
149	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	6	3
150	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	6	3
151	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	7	3.5
152	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	5	2.5
153	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	5	2.5
154	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0.5
155	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	4	2
156	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0.5
157	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	4	2
158	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	3	1.5
159	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	3	1.5
160	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	4	2
161	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	4	2
162	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	5	2.5
163	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	4	2
164	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	5	2.5
165	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	5	2.5
166	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	4	2
167	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	4	2
168	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	5	2.5
169	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	6	3
170	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	3	1.5
171	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	5	2.5

172	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	4	2
173	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	5	2.5
174	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	3	1.5
175	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	8	4
176	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	5	2.5
177	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	6	3
178	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	4	2
179	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	2	1
180	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	2	1
181	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	2	1
182	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	6	3
183	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	3	1.5
184	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	3	1.5
185	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	7	3.5
186	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	5	2.5
187	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	4	2
188	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	4	2
189	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	4	2
190	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	4	2
191	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	2	1
192	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	4	2
193	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	4	2
194	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	5	2.5
195	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	7	3.5
196	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	2	1
197	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	8	4
198	0	0	0	0	0		1	0	1	0	2	1
199	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	5	2.5
200	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	6	3
201	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	4	2

202	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	2	1
203	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	7	3.5
204	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	7	3.5
205	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	4	2
206	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	8	4
207	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	4	2
208	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	5	2.5
209	1	0	1	0			1	0	0	0	3	1.5
210	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	3	1.5
211	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	4	2
212	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	6	3
213	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	5	2.5
214	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	5	2.5
215	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	5	2.5
216	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	4	2
217	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	3	1.5
218	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	3	1.5
219	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	3	1.5
220	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	3	1.5
221	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	7	3.5
222	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	3	1.5
223	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	5	2.5
224	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	6	3
225	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	5	2.5
226	1	1	0		0	1	0	0	0	0	3	1.5
227	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	4	2
228	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	5	2.5
229	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	3	1.5
230	1	1	0	1	1	1	1	1	0		7	3.5
231	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	3	1.5

232	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	4	2
233	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	2	1
234	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	5	2.5
235	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	7	3.5
236	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	4	2
237	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	2	1
238	1	0	1	1	0	1	0			0	4	2
239	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	5	2.5
240	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	5	2.5
241	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	6	3
242	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	2	1
243	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	5	2.5
244	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	6	3
245	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0	6	3
246	0	1		1	1	0	1	0	1	0	5	2.5
247	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	2	1
248	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	5	2.5
249	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	5	2.5
250	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	3	1.5
251	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	3	1.5
252	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	2	1
253	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	6	3
254	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	3	1.5
255	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	3	1.5
256	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	4	2
257	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	5	2.5
258	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	4	2
259	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	7	3.5
260	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	5	2.5
261	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	4	2

262	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	6	3
263	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	6	3
264	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0.5
265	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	4	2
266	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	3	1.5
267	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	5	2.5
268	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	7	3.5
269	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	8	4
270	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	6	3
271	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	4	2
272	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	4	2
273	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	4	2
274	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	4	2
275	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	5	2.5
276	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	2	1
277	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	8	4
278	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	5	2.5
279	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	4	2
280	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	4	2
281	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	5	2.5
282	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	3	1.5
283	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	4	2
284	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	5	2.5
285	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	3	1.5
286	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	4	2
287	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	5	2.5
288	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	4	2
289	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	4	2
290	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	4	2
291	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	4	2


292	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	3	1.5
293	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	2	1
294	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	4	2
295	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	4	2
296	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	5	2.5
297	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	4	2
298	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0	6	3
299	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0	6	3
Opción correcta	163	146	162	193	145	114	115	173	131	43	2.314381271	
Opción incorrecta	136	152	131	103	148	181	178	122	165	254		

Anexo 5: Cronograma del programa experimental

Actividad	2015																2016																2017																															
	Noviembre				Diciembre				Enero				Febrero				Marzo				Abril				Mayo				Junio				Julio				Agosto				Septiembre				Octubre																			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4																				
Delimitación del problema de la investigación			x	x																																																												
Construcción del marco teórico									X	x	x	x																																																				
Elaboración de matrices			x	x	x	x	x	x																																																								
Construcción del instrumento para la recolección de datos							x				x		x																																																			
Validación de instrumentos													x	x	x	x																																																
Diseño del programa																	x	x																																														
Presentación del proyecto																																																																
Aplicación de la prueba de entrada																																																																
Aplicación del programa																																																																
Aplicación de la prueba de salida																																																																
Tabulación estadística																																																																
Elaboración de conclusiones																																																																
Elaboración de sugerencias o recomendaciones																																																																
Año 2016																																																																

Elaboración del informe final de investigación	x x x
Presustentación y sustentación	x x

Anexo 6: Juicios de expertos


Escuela de Postgrado
 UNIVERSIDAD WIENER
 Cambio personal hacia el éxito

VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO


DATOS GENERALES:


APELLIDOS Y NOMBRES DEL EXPERTO: CARGO Ana Maria Moyano
 O INSTITUCIÓN DONDE LABORA: NOMBRE DEL I.E.D. Pompilio Martinez,
 INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN: Habilidades Cognitivas
 AUTOR DEL INSTRUMENTO: Marta Lilia Romero Agudelo

INDICADORES	CRITERIOS	DEFICIENTE 0-20%	REGULAR 21-40%	BUENO 41-60%	MUY BUENO 61-80%	EXCELENTE 81-100%
1.- Redacción	Ortografía adecuada				✓	
2.- Objetividad	Expresado en términos medibles				✓	
4.- Organización	Lógica y secunecial					✓
5.- Suficiencia	Comprende aspectos que son investigables					✓
6.- Intencionalidad	Adecuado para valorar el objeto de la investigación				✓	
7.- Coherencia	Se manifiesta en las preguntas efectuadas					✓
8.- Metodología	Tiene relación con su matriz de consistencia					✓

II. OPINIÓN DE APLICABILIDAD: ES APLICABLE

III. PROMEDIO DE VALORACIÓN:


 Dra. Docente


Escuela de Postgrado
 UNIVERSIDAD WIENER
 Cambio personal hacia el éxito

VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO


DATOS GENERALES:

APELLIDOS Y NOMBRES DEL EXPERTO: CARGO Ana Maria Moyano
 O INSTITUCIÓN DONDE LABORA: NOMBRE DEL I.E.D. Pompilio Martinez
 INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN: Razonamiento lógico matemático
 AUTOR DEL INSTRUMENTO: Marta Lilia Romero Agudelo

INDICADORES	CRITERIOS	DEFICIENTE 0-20%	REGULAR 21-40%	BUENO 41-60%	MUY BUENO 61-80%	EXCELENTE 81-100%
1.- Redacción	Ortografía adecuada				✓	
2.- Objetividad	Expresado en términos medibles				✓	
4.- Organización	Lógica y secunecial					✓
5.- Suficiencia	Comprende aspectos que son investigables					✓
6.- Intencionalidad	Adecuado para valorar el objeto de la investigación				✓	
7.- Coherencia	Se manifiesta en las preguntas efectuadas					✓
8.- Metodología	Tiene relación con su matriz de consistencia					✓

II. OPINIÓN DE APLICABILIDAD: ES APLICABLE

III. PROMEDIO DE VALORACIÓN:


 Dra. Docente

VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO

DATOS GENERALES:

APELLIDOS Y NOMBRES DEL EXPERTO: CARGO *Martinez Espitia Stella*
 O INSTITUCIÓN DONDE LABORA: NOMBRE DEL *I.E.D. Pompilio Martinez*
 INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN: *Razonamiento Lógico Matemático*
 AUTOR DEL INSTRUMENTO: *Marta Lilia Romero*

INDICADORES	CRITERIOS	DEFICIENTE 0-20%	REGULAR 21-40%	BUENO 41-60%	MUY BUENO 61-80%	EXCELENTE 81-100%
1.- Redacción	Ortografía adecuada				X	
2.- Objetividad	Expresado en términos medibles					X
4.-Organización	Lógica y secuncial					X
5.- Suficiencia	Comprende aspectos que son investigables				X	
6.- Intencionalidad	Adecuado para valorar el objeto de la investigación				X	
7.-Coherencia	Se manifiesta en las preguntas efectuadas					X
8.-Metodología	Tiene relación con su matriz de consistencia					X

II. OPINIÓN DE APLICABILIDAD: ES APLICABLE
si es posible aplicarla

III. PROMEDIO DE VALORACIÓN:

Martinez

Dra. Docente

VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO

DATOS GENERALES:

APELLIDOS Y NOMBRES DEL EXPERTO: CARGO *Martinez Espitia Stella - Docente*
 O INSTITUCIÓN DONDE LABORA: NOMBRE DEL *I.E.D. POMPILO MARTINEZ*
 INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN: *Cuestionario de habilidades cognitivas mat*
 AUTOR DEL INSTRUMENTO: *Marta Lilia Romero*

INDICADORES	CRITERIOS	DEFICIENTE 0-20%	REGULAR 21-40%	BUENO 41-60%	MUY BUENO 61-80%	EXCELENTE 81-100%
1.- Redacción	Ortografía adecuada					X
2.- Objetividad	Expresado en términos medibles					X
4.-Organización	Lógica y secuncial				X	
5.- Suficiencia	Comprende aspectos que son investigables				X	
6.- Intencionalidad	Adecuado para valorar el objeto de la investigación				X	
7.-Coherencia	Se manifiesta en las preguntas efectuadas					X
8.-Metodología	Tiene relación con su matriz de consistencia					X

II. OPINIÓN DE APLICABILIDAD: ES APLICABLE
Si es muy probable aplicarla en los grados octavo y noveno

III. PROMEDIO DE VALORACIÓN:

Martinez

Dra. Docente

VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO

DATOS GENERALES:

APELLIDOS Y NOMBRES DEL EXPERTO: CARGO **Sandra Yasmín Montaña**
 O INSTITUCIÓN DONDE LABORA: NOMBRE DEL **IED Pompilio Martínez,**
 INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN: **Cuestionario de Razonamiento Lógico - matemático**
 AUTOR DEL INSTRUMENTO: **Martha Lilia Romero.**

INDICADORES	CRITERIOS	DEFICIENTE 0-20%	REGULAR 21-40%	BUENO 41-60%	MUY BUENO 61-80%	EXCELENTE 81-100%
1.- Redacción	Ortografía adecuada					100%
2.- Objetividad	Expresado en términos medibles					100%
4.- Organización	Lógica y secunecial					100%
5.- Suficiencia	Comprende aspectos que son investigables					95%
6.- Intencionalidad	Adecuado para valorar el objeto de la investigación					95%
7.- Coherencia	Se manifiesta en las preguntas efectuadas					100%
8.- Metodología	Tiene relación con su matriz de consistencia					100%

II. OPINIÓN DE APLICABILIDAD: ES APLICABLE

III. PROMEDIO DE VALORACIÓN:



Dra. Docente

VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO

DATOS GENERALES:

APELLIDOS Y NOMBRES DEL EXPERTO: CARGO **Sandra Yasmín Montaña Achury,**
 O INSTITUCIÓN DONDE LABORA: NOMBRE DEL **IED Pompilio Martínez,**
 INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN: **Cuestionario de habilidades cognitivas en matemáticas.**
 AUTOR DEL INSTRUMENTO: **Martha Lilia Romero Agudelo**

INDICADORES	CRITERIOS	DEFICIENTE 0-20%	REGULAR 21-40%	BUENO 41-60%	MUY BUENO 61-80%	EXCELENTE 81-100%
1.- Redacción	Ortografía adecuada					100%
2.- Objetividad	Expresado en términos medibles					100%
4.- Organización	Lógica y secunecial					100%
5.- Suficiencia	Comprende aspectos que son investigables					100%
6.- Intencionalidad	Adecuado para valorar el objeto de la investigación					95%
7.- Coherencia	Se manifiesta en las preguntas efectuadas					100%
8.- Metodología	Tiene relación con su matriz de consistencia					100%

II. OPINIÓN DE APLICABILIDAD: ES APLICABLE \Rightarrow

III. PROMEDIO DE VALORACIÓN:



Dra. Docente

Anexo 7: Instrumentos para la toma de datos

Preguntas de selección única sobre razonamiento lógico-matemático

*Obligatorio



Este cuestionario forma parte de un proyecto de investigación para obtener el grado de Doctor en Educación de la Universidad Norbert Wiener. Con este instrumento se pretende recoger información sobre las competencias que los estudiantes utilizan para solucionar cada pregunta.

Nombre de la institución educativa

.....

Nombre del estudiante

.....

.....

Ejemplo: 15 de diciembre de 2012

Curso

.....

Código de lista

.....

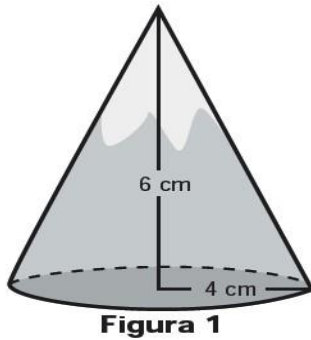
Esta prueba consta de 10 preguntas, con cuatro opciones de respuesta.

Solo debe marcar una, la que considere correcta de acuerdo al enunciado y su análisis.

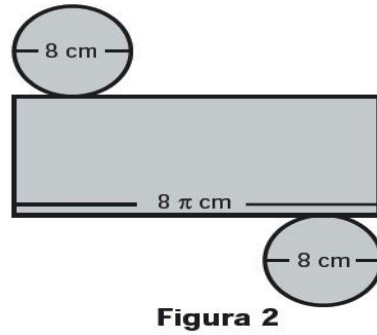
Para contestar, haga clic en el círculo.

Preguntas tomadas de las pruebas saber del Icfes (9°)

1. Daniel necesita construir el modelo de un nevado para su maqueta de ciencias, con la forma y medidas que aparecen en la figura 1. Para ello, cortó un molde como el que se muestra en la figura 2.



La figura no está a escala



Con este molde, Daniel NO puede construir el nevado porque * (marca solo un óvalo)

- A. con él construiría un cilindro y no un cono.
 - B. el área de la base sería mayor que el área requerida.
 - C. con él se armaría una pirámide y no un cono.
 - D. el perímetro de la circunferencia sería diferente.
2. Una marca de calzado ofrece 144 diseños diferentes. El número de diseños de calzado deportivo es el doble del número de diseños de calzado formal. *

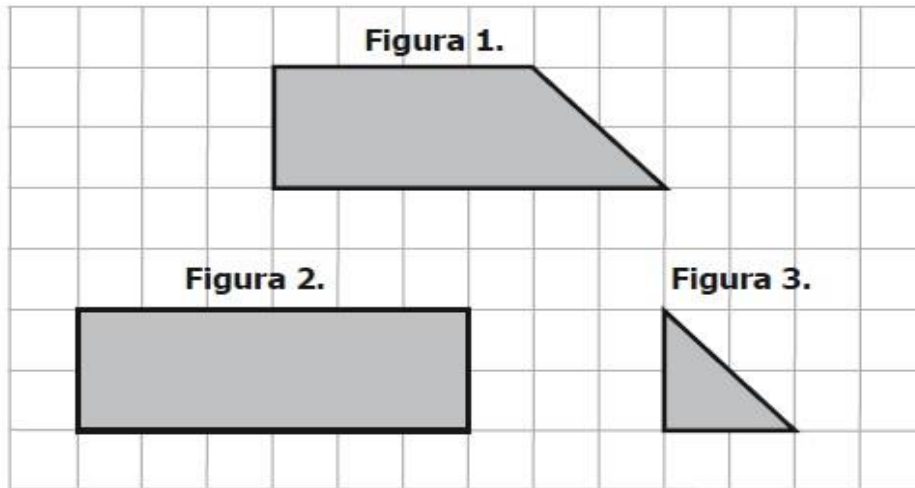
¿Cuántos diseños de calzado formal y cuántos de deportivo ofrecen la marca?

Marca solo un óvalo.

- A. 48 y 96.
 - B. 52 y 104.
 - C. 71 y 73.
 - D. 72 y 144.
3. Don Rodrigo fue a la tienda a comprar ocho kilos y medio de arroz. Solamente encontró bolsas de 3 kilos, 1 kilo y $\frac{1}{2}$ kilo. *

Él lleva exactamente la cantidad de arroz que necesita, si compra Marca solo un óvalo.

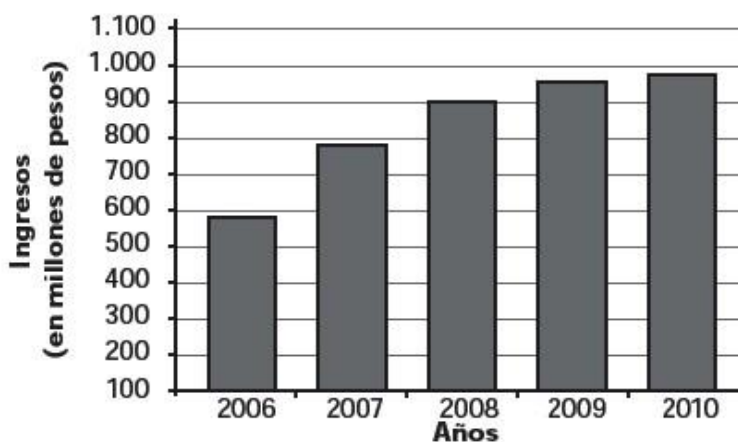
- A. 2 bolsas de 3 kilos, 1 bolsa de 1 kilo y 1 bolsa de $\frac{1}{2}$ kilo.
- B. 1 bolsa de 3 kilos, 4 bolsas de 1 kilo y 5 bolsas de $\frac{1}{2}$ kilo.
- C. 2 bolsas de 3 kilos, 2 bolsas de 1 kilo y 1 bolsa de $\frac{1}{2}$ kilo.
- D. 1 bolsa de 3 kilos, 5 bolsas de 1 kilo y 3 bolsas de $\frac{1}{2}$ kilo.
- 4. Observa las figuras dibujadas sobre la cuadrícula.



El área de la figura 2 es igual a *

Marca solo un óvalo

- A. el área de la figura 1 más el área de la figura 3
- B. dos veces el área de la figura 1
- C. tres veces el área de la figura 3
- D. el área de la figura 1 menos el área de la figura 3
- 5. La gráfica muestra información sobre los ingresos en millones de pesos de una empresa en los últimos 5 años.



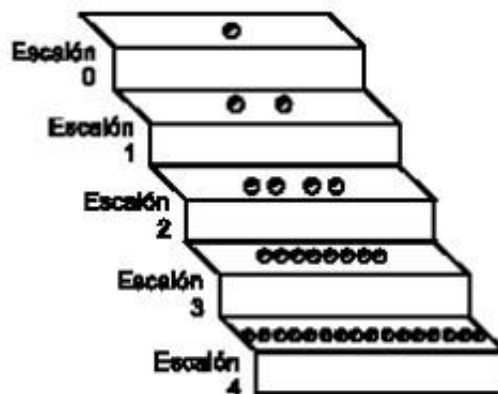
Gráfica

Si la tendencia se mantuvo, los ingresos de 2011 aumentaron respecto a los de 2010, aproximadamente, *

Marca solo un óvalo

- A. entre 10 y 14 millones de pesos
- B. entre 17 y 21 millones de pesos
- C. entre 24 y 28 millones de pesos
- D. entre 31 y 35 millones de pesos

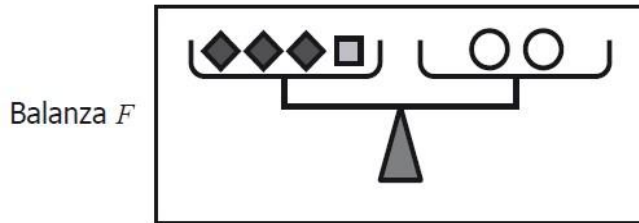
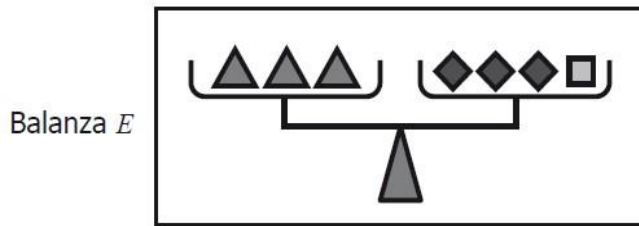
6. Se realizaron unas pruebas con esferas de un metal experimental. Se descubrió que si se deja caer a una determinada altura una esfera de volumen V se divide en dos esferas de volumen $V/2$ y luego estas esferas, al caer desde la misma altura, se dividen en cuatro esferas de volumen $V/4$ y así sucesivamente. A continuación, se muestra un dibujo que representa la prueba planteada:



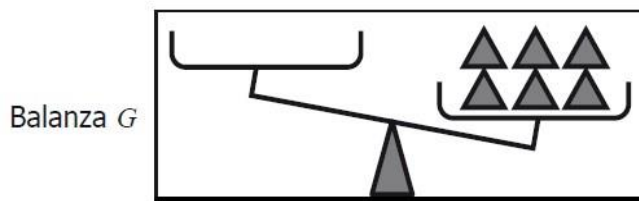
Al practicar estas pruebas, se afirma que el número de esferas que se tendrá en el escalón 6 es 64, esto es debido a que * Marca solo un óvalo.

- A. el número de esferas de un escalón determinado es un número par
- B. escalón a escalón se duplican las esferas y esta es la sexta duplicación
- C. el número de esferas se obtiene elevando 2 al número del escalón deseado
- D. escalón a escalón se aumenta en un número par de esferas

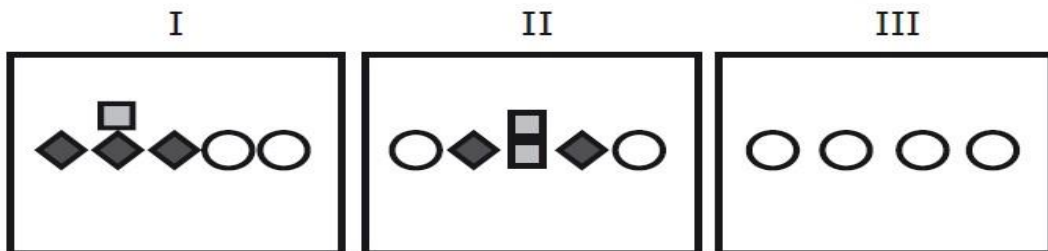
7. En la ilustración se presentan tres balanzas E, F y G. E y F están en equilibrio, pero G no lo está.



◆ pesa distinto a ■



¿Cuáles de los siguientes grupos de pesas se pueden ubicar en el plato desocupado de la balanza *G* para que quede en equilibrio? *

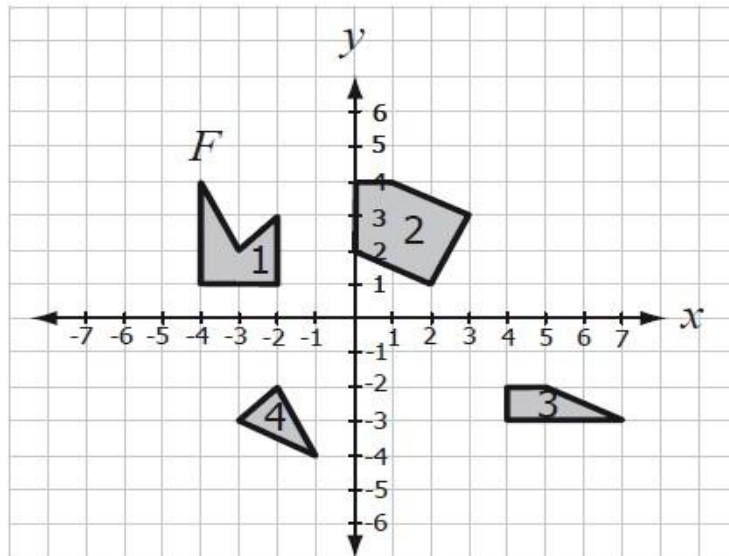


Marca solo un óvalo.

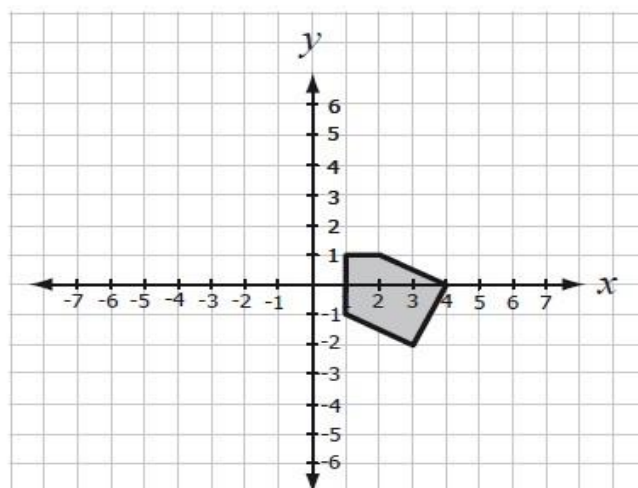
- A. I y II solamente.
- B. I y III solamente.
- C. II y III solamente.
- D. I, II y III.

Responde las preguntas 8, 9 y 10 de acuerdo con la siguiente información

Observa las figuras 1, 2, 3 y 4 que están ubicadas en el plano cartesiano.



8. Luego de aplicar dos traslaciones a la figura 2, esta quedó ubicada en la posición que se observa a continuación.



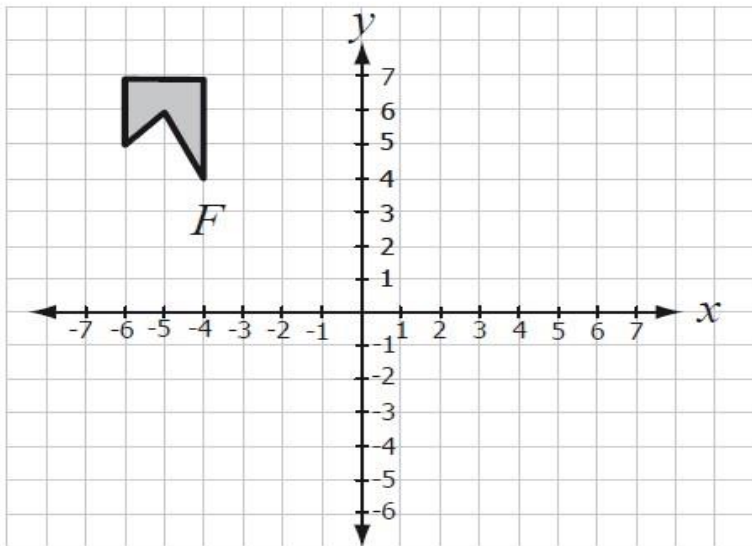
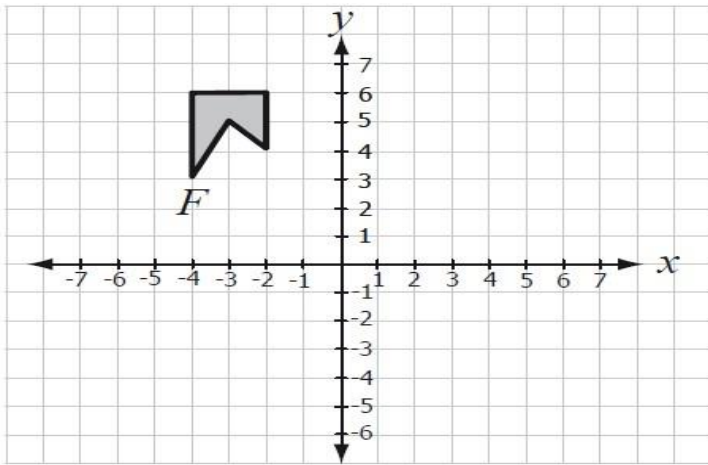
La figura 2 fue trasladada

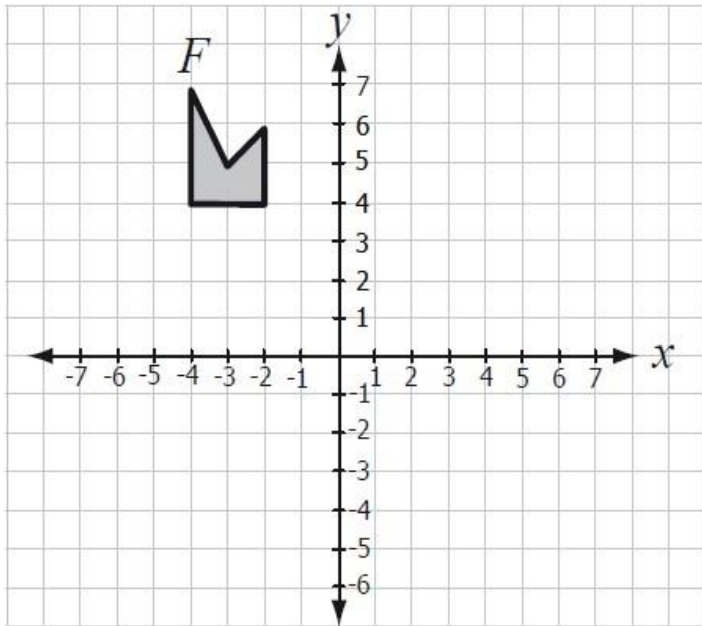
* Marca solo un óvalo.

- A. 1 unidad hacia la derecha y 1 unidad hacia abajo.
- B. 1 unidad hacia la derecha y 3 unidades hacia abajo.
- C. 1 unidad hacia la izquierda y 3 unidades hacia abajo.
- D. 4 unidades hacia la derecha y 2 unidades hacia abajo.

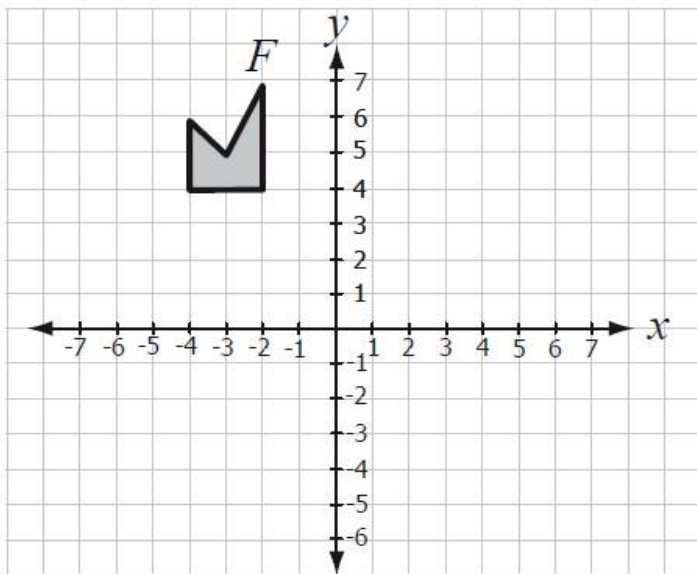
9. La figura 1 se rota 180° en sentido contrario al movimiento de las manecillas del reloj, teniendo como punto fijo a F. ¿Cuál es la posición de la figura 1 luego de la rotación? * Marca solo un óvalo.

A.



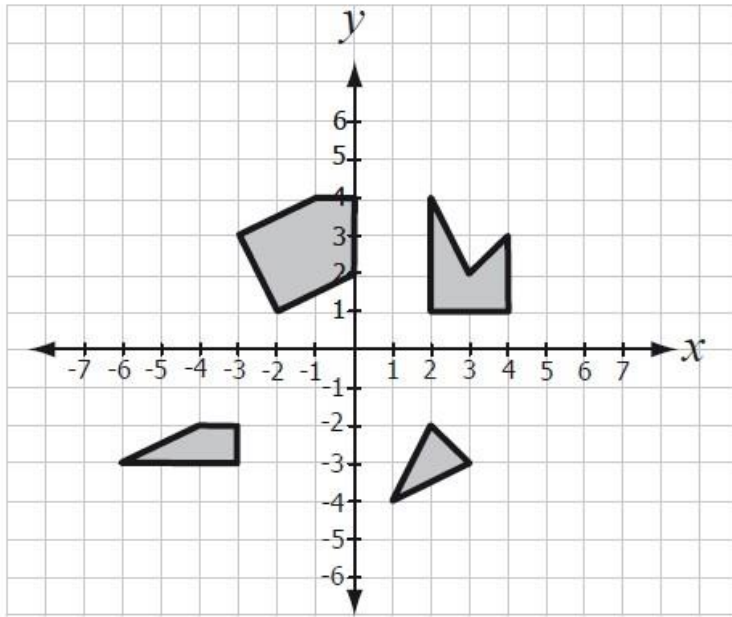


D.

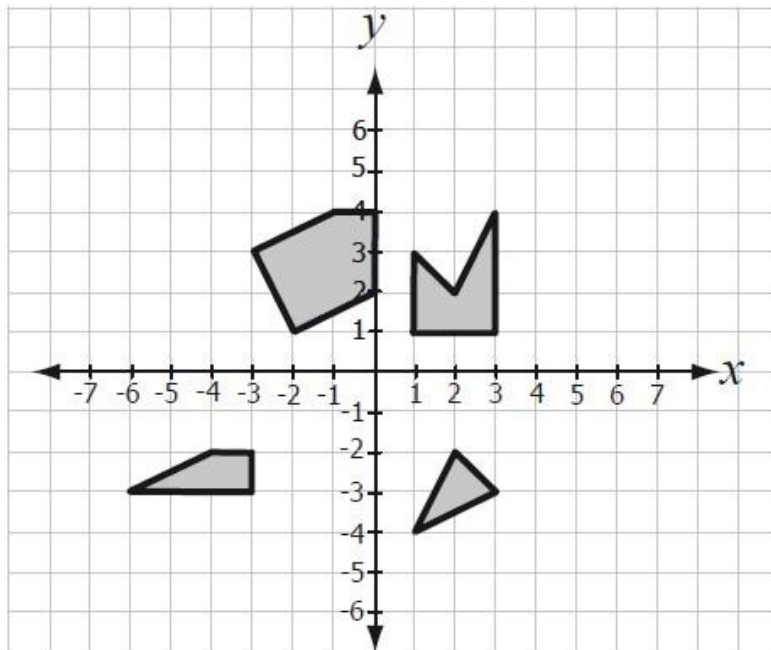


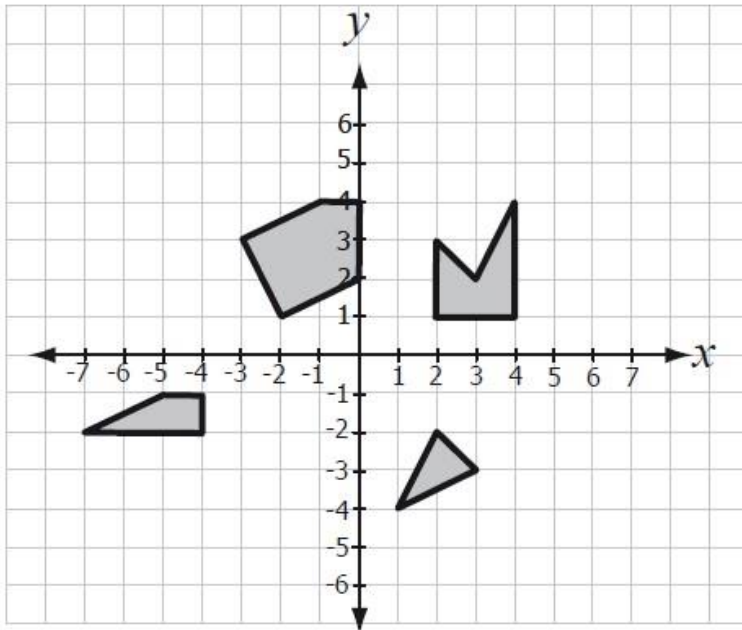
10. Las figuras 1, 2, 3 y 4 se reflejan respecto al eje y . ¿Cuál de las siguientes ilustraciones muestra las figuras reflejadas? Marca solo un óvalo.

A.

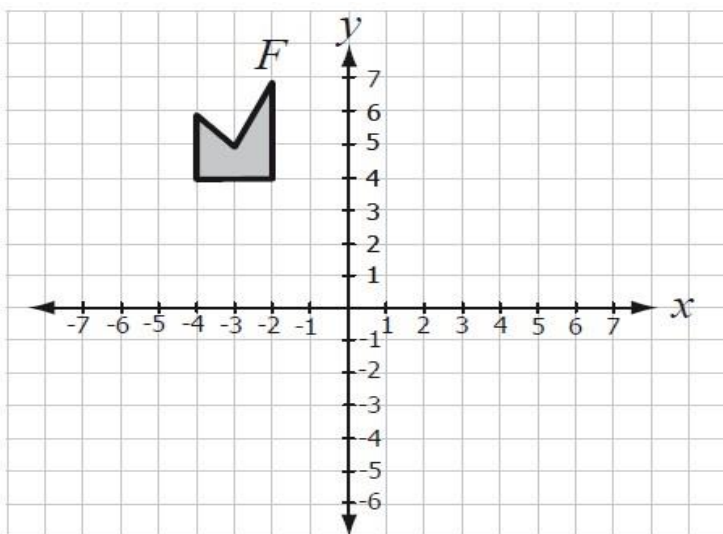


○





D.



Gracias por haber contestado el formulario

Docente: Marta Romero

Con la tecnología de



PROTOCOLO DE LEVANTAMIENTO DE OBSERVACIONES

Recibido el informe de los revisores de Tesis:

Revisor 1: Dr. / Mg. José Luis Valdez Asto

Revisor 2: Dr. / Mg. Ferrer Maizondo Saldaña

Revisor 3: Dr. / Mg. Sandra Mesa Balvin

El tesista: Mg. / Br Marta Lilia Romero Agudelo

Perteneciente al Programa: Doctorado en Educación (Señalar el programa al que pertenece: Maestría en Educación con mención en Pedagogía, Maestría en Informática Educativa, Maestría en Criminalística, Maestría en Docencia Universitaria, Doctorado en Educación, u otros)

Cuya investigación titula:

LA RELACIÓN DE LOS PROCESOS COGNITIVOS CON EL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO DE ESTUDIANTES EN UNA INSTITUCIÓN DE EDUCACIÓN BÁSICA SECUNDARIA DE CAJICÁ- COLOMBIA.

Reconozco haber entendido las observaciones hechas a mi investigación consignadas en el informe de los revisores de la siguiente manera:

Observaciones recibidas	Observaciones Atendidas (Indicar el capítulo y página donde está ubicada en la tesis)
II. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	CAPÍTULO 1: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN, pág. 19
1.Realiza la descripción de la realidad problemática de lo general a lo particular.	1.pág. 19
2.El problema general es relevante y está claramente formulado.	2.pág. 24
3.Los problemas específicos (si hubiese) son derivados del problema general y contribuyen a resolverlo.	3.pág. 25 y 25
4.La justificación expresa la relevancia de la investigación.	
III. OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN	4.pág. 26
5.Son claros, precisos y contienen las variables del estudio.	
6.Guardan relación con los problemas planteados.	5.pág. 25
7.Los objetivos específicos (si hubiese) contribuyeron a alcanzar el objetivo general.	6.pág. 25
IV. MARCO TEÓRICO	
8.La cobertura bibliográfica del tema es pertinente.	7.Pag25
9. Se precisa con claridad el significado de los términos básicos.	Capítulo 2. Página 31
10. Se cita correctamente a los textos y autores referenciados.	8.pág. 31 -60 9.pág. 44-56
V. HIPÓTESIS DE LA INVESTIGACIÓN.	

11.Son claras y coherentes con los problemas y objetivos	10.pág. 60 y 61
12.Se estableció la operacionalización de las variables.	Capítulo 2
METODOLOGÍA	11.pág. 56 y 57
13.Se describe la población y muestra.	12.pág. 59-60
VII. PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS.	Capítulo 3
14.Los resultados se presentan en cuadros y/o tablas debidamente numerados.	13.pág. 67-69
15.Los resultados reflejan la aplicación de los instrumentos en su totalidad.	Capítulo 4
16. El análisis de cada resultado aporta a la identificación o solución de algún problema propuesto.	14.pág. 72-107
17. La discusión es realista y consistente.	15.pág. 72-107
VII. CONCLUSIONES.	16.pág. 72-107
18.Las conclusiones son lógicas y pertinentes.	17.pág. 109 a 112
19.Las conclusiones son coherentes con los resultados encontrados	Capítulo 5
20.Las conclusiones están redactadas con propiedad semántica, sintáctica y ortográfica	18.pág. 100 y 101
21.Las recomendaciones se derivan de las conclusiones.	
22.Las recomendaciones son factibles de realización.	
IX. REDACCIÓN DEL INFORME DE TESIS	
23.la redacción se ha usado el lenguaje científico, con propiedad semántica, sintáctica y ortográfica.	
24.Está redactado en tercera persona y en tiempo pasado.	21.pág. 102 y 103
25. Las citas de los textos y referencia bibliográfica se ajustan a un modelo determinado.	
X. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	
26.Se encuentran todos los autores citados en el cuerpo del trabajo y siguen las normas internacionales aplicables.	Se revisó toda la tesis para mejorar la redacción, uso de lenguaje científico con propiedad semántica, sintáctica y ortográfica. La redacción quedo en tercera persona. Se ajustó las citas de los textos y referencias siguiendo la norma APA.
	27.Página 104-108

Asumo por el presente documento el compromiso de haber subsanado todas las observaciones quedando bajo mi responsabilidad la sustentación de la tesis que adjunto bajo el título “Tesis - sustentación - impresión”.

LA RELACIÓN DE LOS PROCESOS COGNITIVOS CON EL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO DE ESTUDIANTES EN UNA INSTITUCIÓN DE EDUCACION BASICA SECUNDARIA DE CAJICÁ- COLOMBIA.



..... (Firma del tesista)

Br. / Mg. Marta Lilia Romero Agudelo. (Nombres y Apellidos del tesista)

Nota: En los casos de informes de tesis con dos alumnos, deben consignar la firma y los apellidos y nombres de los dos tesistas en este documento.

PROTOCOLO DE LEVANTAMIENTO DE OBSERVACIONES

Recibido el informe de los revisores de Tesis:

Revisor 3: Dr. / Mg. Sandra Mesa Balvin

El tesista: Mg. / Br Marta Lilia Romero Agudelo

Perteneciente al Programa: Doctorado en Educación (Señalar el programa al que pertenece: Maestría en Educación con mención en Pedagogía, Maestría en Informática Educativa, Maestría en Criminalística, Maestría en Docencia Universitaria, Doctorado en Educación, u otros)

Cuya investigación titula:

LA RELACIÓN DE LOS PROCESOS COGNITIVOS CON EL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO DE ESTUDIANTES EN UNA INSTITUCIÓN DE EDUCACION BASICA SECUNDARIA DE CAJICÁ- COLOMBIA.

Reconozco haber entendido las observaciones hechas a mi investigación consignadas en el informe de los revisores de la siguiente manera:

Observaciones recibidas	Observaciones Atendidas (Indicar el capítulo y página donde está ubicada en la tesis)
IV. MARCO TEÓRICO 28. Incluye como antecedentes investigaciones nacionales e internacionales relacionadas al problema de investigación. 29. Se precisa con claridad el significado de los términos básicos. V. HIPÓTESIS DE LA INVESTIGACIÓN. 30. Son claras y coherentes con los problemas y objetivos. 31. Son coherentes con el marco teórico. 32. Son susceptible de verificación empírica. 33. Contiene y precisa entre las variables 34. Se estableció la operacionalización de las variables. METODOLOGÍA 35. Los instrumentos fueron apropiados para la investigación. VII. PRESENTACION Y ANALISIS DE RESULTADOS. 36. Los resultados se presentan en cuadros y/o tablas debidamente numerados.	Capítulo 2. Página 31 hasta la 60 Capítulo 2 pág. 56-57 Capítulo 3 19.pág. 63 hasta la 71 Capítulo 4 pág. 72 hasta la -98

<p>37.Los resultados reflejan la aplicación de los instrumentos en su totalidad.</p> <p>38. El análisis de cada resultado aporta a la identificación o solución de algún problema propuesto.</p> <p>39. La discusión es realista y consistente.</p> <p>VII. CONCLUSIONES.</p> <p>40.Las conclusiones son lógicas y pertinentes.</p> <p>41.Las conclusiones son coherentes con los resultados encontrados</p> <p>42.Las conclusiones están redactadas con propiedad semántica, sintáctica y ortográfica</p> <p>43.Las recomendaciones se derivan de las conclusiones.</p> <p>44.Las recomendaciones son factibles de realización.</p> <p>IX. REDACCIÓN DEL INFORME DE TESIS</p> <p>45.la redacción se ha usado el lenguaje científico, con propiedad semántica, sintáctica y ortográfica.</p> <p>46.Está redactado en tercera persona y en tiempo pasado.</p> <p>47. Las citas de los textos y referencia bibliográfica se ajustan a un modelo determinado.</p> <p>X. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</p> <p>48.Se encuentran todos los autores citados en el cuerpo del trabajo y siguen las normas internacionales aplicables.</p> <p>II. Conclusiones</p> <p>Recomendaciones para concluir la tesis:</p> <ul style="list-style-type: none"> •Resumen no debe de exceder de 250 palabras. •Reformulas las dimensiones de su investigación, no están alineadas los problemas con los objetivos e hipótesis planteadas. •Describir en tablas la población y muestra para su mejor comprensión. •Dimensionar los resultados de su investigación. •Reemplazar la palabra gráfico por figura, según norma APA •No hay coherencia en el punto 4.2. Verificar todo el contenido. •Las conclusiones, recomendaciones no están alineadas a las dimensiones de su 	<p>Capítulo 5</p> <p>pág. 100-102</p> <p>Se revisó toda la tesis para mejorar la redacción, uso de lenguaje científico con propiedad semántica, sintáctica y ortográfica. La redacción quedo en tercera persona. Se ajustó las citas de los textos y referencias siguiendo la norma APA.</p> <p>Página 5 hasta la 8</p> <p>Capítulo 2</p> <p>Páginas 57 hasta 62</p> <p>Capítulo 3</p> <p>Páginas de la 70 hasta la 72</p> <p>Capítulo 4</p> <p>pág. 75 hasta la -98</p> <p>pág. 75 hasta la -98</p> <p>Páginas 98 a la 100</p> <p>Capítulo 5</p> <p>pág. 100-102</p> <p>Páginas 104 hasta 108</p> <p>Páginas 113 hasta la 118</p> <p>Se suprime</p>
--	---

<p>investigación, además estas no están bien formuladas.</p> <ul style="list-style-type: none"> •Las referencias bibliográficas contemplan información que no tiene validez científica, como monografías entre otros. •Revisar matriz de consistencia y operacionalización. •Con relación al instrumento aplicado “Cuestionario de procesos cognitivos” las preguntas son subjetivas, no están sujeto a comprobación, no se puede tomar como valido un proceso cognitivo en función a lo que el estudiante cree o percibe, se sugiere que esta evaluación lo desarrolle el tesista, a fin de demostrar que el estudiante utiliza o no sus habilidades cognitivas para solucionar preguntas de razonamiento matemático. 	
---	--

Asumo por el presente documento el compromiso de haber subsanado todas las observaciones quedando bajo mi responsabilidad la sustentación de la tesis que adjunto bajo el título “Tesis - sustentación - impresión”.

LA RELACIÓN DE LOS PROCESOS COGNITIVOS CON EL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO DE ESTUDIANTES EN UNA INSTITUCIÓN DE EDUCACION BASICA SECUNDARIA DE CAJICÁ- COLOMBIA.



..... (Firma del tesista)

Br. / Mg. Marta Lilia Romero Agudelo. (Nombres y Apellidos del tesista)

Nota: En los casos de informes de tesis con dos alumnos, deben consignar la firma y los apellidos y nombres de los dos tesistas en este documento.