



**Universidad
Norbert Wiener**
Posgrado

UNIVERSIDAD PRIVADA NORBERT WIENER
Escuela de Postgrado

Tesis

**APLICACIÓN DE LA HERRAMIENTA DIGITAL GEOGEBRA
EN EL PROCESO DE APRENDIZAJE DE LA FUNCIÓN
LINEAL EN EL GRADO NOVENO, DEL COLEGIO
NUESTRA SEÑORA DE LA CANDELARIA DE CIMITARRA,
SANTANDER 2017**

Para optar el grado académico de
Magíster en Informática Educativa

Presentada por:
Jorge Hernán Salazar Barrera

Lima-Perú
2018

Tesis

**Aplicación de la Herramienta Digital Geogebra en el Proceso
de Aprendizaje de la Función Lineal en el Grado Noveno,
del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra,
Santander 2017**

Línea de investigación:

Gestión de competencias con el uso de TIC.

Asesor:

Mg. Edith Gissela Rivera Arellano

DEDICATORIA

A nuestro Padre Celestial Dios por darme vida, salud y la oportunidad de culminar este trabajo satisfactoriamente

A mi esposa, soporte invaluable en nuestro hogar, quien me apoyó durante todo el proceso de la maestría y el desarrollo de la tesis

A mis hijas quienes son el motor que impulsa mi vida a ser cada día mejor profesional en mi carrera

EL AUTOR

AGRADECIMIENTO

A Nuestro padre Dios por darme la oportunidad de realizar de forma satisfactoria esta investigación

A mi esposa e hijas, quienes, pese a mi abandono por estar ocupado durante la investigación, siempre estuvieron a mi lado apoyándome

A mis maestra y asesora de tesis quienes clase a clase con su paciencia y dedicación me orientaron para que diera lo mejor de mí y fuera un excelente Maestriza

A mis estudiantes quienes gustosamente participaron en el desarrollo de la investigación contestando las pruebas y realizando cada uno de los talleres con dedicación y responsabilidad.

EL AUTOR

CONTENIDO

CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	16
1.1. Descripción de la realidad problemática:	16
1.2 Identificación y formulación del problema	21
1.2.1 Problema general.....	21
1.2.2 Problemas específicos	21
1.3 Objetivos de la investigación	22
1.3.1 Objetivo general	22
1.3.2 Objetivos específicos.....	22
1.4 Justificación de la Investigación.....	23
1.5 Viabilidad de la Investigación	24
1.6 Delimitación de la Investigación.....	25
1.7 Limitaciones de la Investigación	26
CAPITULO II: MARCO TEORICO	27
2.1 Antecedentes de la investigación	27
2.1.1 A nivel internacional	27
2.1.2 A nivel nacional	31
2.1.3 A nivel institucional	36
2.2 Bases Legales	36
2.3 Bases Teóricas.....	37
2.3.1 Relacionadas con el aprendizaje.....	37
2.3.2 Teorías sobre el aprendizaje.....	41
2.3.3. Relacionados con el Aprendizaje de la Función Lineal	52
2.3.3.1 Función Lineal	52
2.3.3.2 Representación Gráfica de la Función Lineal	53
2.3.3.3 Función Afín.....	55
2.3.3.4 Álgebra Lineal y la Función Lineal y Afín	56
2.3.3.5 Ecuación General De Una Recta	57
2.3.3.6 Ecuación Común o Explícita De Una Recta	58
2.3.3.7 Pendiente de la Recta.....	59
2.3.3.8 Ordena en el Origen o Intercepto Y	60
2.3.3.9 Ecuación de la recta conocidos un punto y la pendiente.....	61
2.3.3.10 Ecuación de la recta conocidos dos puntos de ella	62
2.3.3.11 Relación entre las pendientes de rectas paralelas y perpendiculares.....	62
2.3.3.12 Aplicaciones de la función lineal y afín en la solución de Problemas	64
2.3.4 Relacionados con las Tecnologías de la información y la comunicación TIC	

2.4	Formulación de Hipótesis	86
2.4.1	Hipótesis general	86
2.4.2	Hipótesis específicas.....	86
2.5	Operacionalización de variables e indicadores	87
2.6	Definición de términos básicos	89
	Aprendizaje:.....	89
	Constructivismo:.....	89
	Didáctica:.....	89
	Hipótesis:.....	90
	Página Web:	90
CAPITULO III: METODOLOGÍA		91
3.1	Tipo y Alcance de la investigación	91
3.1.1	Tipo de Investigación	91
3.1.2	Alcance de Investigación	91
3.2	Diseño y Nivel de la Investigación.....	92
3.2.1	Diseño de Investigación.....	92
3.2.2	Nivel de la Investigación	93
3.3	Enfoque de la Investigación	94
3.4	Población y Muestra	95
3.4.1	Población	95
3.4.2	Muestra.....	96
3.5	Desarrollo del Diseño de Investigación	97
3.6	Técnicas e Instrumentos de Recolección de Datos.....	100
3.6.1	Técnicas Recolección de Datos	100
3.6.2	Instrumentos de Recolección de Datos.....	100
3.6.3	Descripción de Instrumentos.....	101
3.6.4	Validación de Instrumentos	102
3.6.4.1	Validación del instrumento mediante juicio de expertos.....	104
4.6.4.1.1	Resultado de la validación	105
4.6.4.2	Confiabilidad del Instrumento	106
4.7	Técnicas de procesamiento de los datos	110
CAPÍTULO IV: PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS.....		111
4.1.	Procesamiento de datos: Resultados	111
4.1.1.	Pre-Test.....	111
4.1.2	Post-Test	117
4.2	Prueba de Hipótesis.....	129
4.2.1	Diseño de la Prueba de hipótesis.....	129

4.2.2	Aplicación de la Prueba de Hipótesis	132
4.2.2.1	Para Hipótesis General	132
4.2.2.	Hipótesis Específicas	136
4.2.2.2	Hipótesis Específica No. 1.....	136
4.2.2.3	Hipótesis Específica No. 2.....	140
4.3	Discusión de resultados	149
CAPÍTULO V: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES		154
5.1	Conclusiones.....	154
6.2	Recomendaciones	157
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS		159

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Ejemplo tabla de valores de una función lineal	53
Figura 2: Representación Gráfica de la Función Lineal $f(x)=5x$	54
Figura 3: Gráfica de funciones Afín, familia de la función lineal $y=2x$	55
Figura 4: Representación del Intercepto Y y la Pendiente en la ecuación explícita de la recta	59
Figura 5: Justificación Gráfica de la Pendiente de la Recta	60
Figura 6: Representación intercepto Y de la recta	61
Figura 7: Relación entre las pendientes de Rectas Paralelas	63
Figura 8: Relación entre las pendientes de rectas perpendiculares	64
Figura 9: Aplicación de la función lineal ejemplo 1	65
Figura 10: Aplicación Función lineal ejemplo 2	67
Figura 11 Ventana de herramienta digital GeoGebra, Ejecución herramienta rectas	76
Figura 12 Ventana Herramienta Digital GeoGebra, ejecución comando recta que pasa por dos puntos	77
Figura 13: Vistas Algebraica, Gráfica y Hoja de Cálculo de GeoGebra	78
Figura 14: Barra de Herramientas vista gráfica de GeoGebra, versión de escritorio	79
Figura 15: Comandos de la Herramienta Selección de GeoGebra	79
Figura 16: Comandos de la Herramienta Puntos de GeoGebra	80
Figura 17: Comandos de la Herramienta Rectas de GeoGebra	80
Figura 18: Comandos de la Herramienta Trazados GeoGebra	81
Figura 19: Comandos de la Herramienta Polígonos de Geogebra	81
Figura 20: Comando de la Herramienta Mediciones de GeoGebra	82
Figura 21: Comandos de la Herramienta Transformaciones de GeoGebra	83
Figura 22: Comandos de la Herramienta Generales de GeoGebra	83
Figura 23: Diseño Experimental (Hernández Sampieri, 2014, p. 131)	93

Figura 24: Resultados Pre-Test en el Grupo Control (9 ^o A)	112
Figura 25: Resultados Pre-Test en el grupo experimental (9 ^o C)	114
Figura 26: Comparativo de resultados del pre-test en los grupos control y experimental	116
Figura 27: Resultados Post-test en el Grupo Control	118
Figura 28: Comparativo Resultados Grupo Control	120
Figura 29: Resultados Post-test en el Grupo Experimental (9 ^o C)	122
Figura 30: Comparativo Resultados Pre-test y Post-test en el Grupo Experimental	124
Figura 31: Comparación de Resultados Post-test Grupo Control y Experimental	127
Figura 32: Normalidad en la distribución de datos en GC y GE	133
Figura 33: Histograma de frecuencias y curva normal en GC y GE en prueba de Hipótesis Específica No. 1	138
Figura 34: Prueba de Normalidad para Prueba de Hipótesis Específica No. 2	142
Figura 35: Prueba de Normalidad para Prueba de Hipótesis Específica No. 3	147

LISTA DE TABLAS

Tabla 1: Operacionalización de las Variables, dimensiones e indicadores	89
Tabla 2: Distribución de la población por salones	96
Tabla 3: Muestra de la investigación	96
Tabla 4: Descripción de actividades en las sesiones de clase en el grupo experimental.....	98
Tabla 5: Ficha Técnica del estudio estadístico	102
Tabla 6: Consolidado validación instrumento por juicio de expertos	105
Tabla 7: Confiabilidad del consolidado de validación del instrumento	106
Tabla 8: Escala de Ruiz utilizada para establecer el nivel de confianza, en lo que respecta a la calidad de la información recopilada.	107
Tabla 9: Cálculo de confiabilidad del instrumento, prueba piloto	109
Tabla 10: Estadísticos Resultados Pretest en el Grupo Control	112
Tabla 11: Resultados y Estadísticos Pre-test en el GE	114
Tabla 12: Estadísticos descriptivos de comparación entre grupos control y experimental	116
Tabla 13: Estadísticos Resultados Post-test Grupo Control	119
Tabla 14: Estadísticos de comparación de resultados entre pre-test y post-test en el grupo Control	121
Tabla 15: Estadísticos sobre resultados del Post-test en el grupo Experimental.....	123
Tabla 16: Estadísticos de Comparación Resultados Pre-test y Post-test en el grupo experimental....	125
Tabla 17: Comparativo Resultados Post-test entre Grupos Control y Experimental	128
Tabla 18: Prueba de Normalidad datos de los Grupos Control y Experimental.....	133
Tabla 19: Igualdad de Varianzas y P-Valor para prueba de Student	135
Tabla 20: Prueba de Normalidad para Prueba de Hipótesis Específica No. 1.....	138
Tabla 21: Prueba U de Mann Whitney para prueba de Hipótesis Específica No. 1	139

Tabla 22: Estadísticos de contraste Hipótesis Específica No. 1	140
Tabla 23: Prueba de Normalidad para Prueba de Hipótesis Específica No. 2.....	142
Tabla 24: Prueba U de Mann Whitney para prueba de Hipótesis No. 2	142
Tabla 25: Estadísticos de Contraste Hipótesis específica No. 2	144
Tabla 26: Prueba de Normalidad Para Prueba de Hipótesis No. 3	146
Tabla 27: Prueba U de Mann Whitney para Prueba de Hipótesis No. 3.....	147
Tabla 28: Estadísticos de Contraste Hipótesis Específica No. 3	148

RESUMEN

La presente investigación tuvo como objetivo determinar cómo el uso de la herramienta GeoGebra influye en la comprensión de la función lineal en estudiantes de grado noveno del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra Santander. El estudio estuvo enmarcado en un diseño experimental de nivel cuasi-experimental. Se trabajó con una población de 138 estudiantes de grado noveno, de los cuales se seleccionaron como muestra 70 estudiantes, de forma que se estableció un grupo experimental (conformado por el grado Noveno "C", con 36 estudiantes, quienes interactuaron con la herramienta digital GeoGebra) y un grupo control (Grado Noveno "A" con 34 estudiantes que se utilizó como testigo), los cuales se seleccionaron de forma natural como están constituidos en la institución. Se aplicó un pre-test a los dos grupos con el fin de tomar una línea de base y usarla como referencia. Luego los dos grupos se sometieron durante 13 sesiones al estudio de la función lineal, con la diferencia que el grupo experimental (9^oC) estuvo expuesto a la influencia de la herramienta digital GeoGebra y el grupo control a la metodología tradicional, para desarrollar dicha temática. Por último, se aplicó nuevamente una prueba de

conocimientos sobre la temática mencionada, con el fin de verificar el cumplimiento de los objetivos y comprobar o rechazar las hipótesis. Como resultado se obtuvo que el 100% de los estudiantes del grupo experimental aprobó el test con una nota igual o superior a 55 puntos, el promedio del este grupo que fue de 78.19, el cual resulto estar 22.9 puntos por encima del obtenido por el grupo control que fue de 55.29 y además la mitad del grupo experimental obtuvo notas superiores a 80; 25 puntos más que el grupo control en este mismo indicador que fue de 55. Se pudo evidenciar que la exposición continua a la herramienta digital Geogebra permitió comprender el concepto y las diferentes formas de expresión de la función lineal y pudieron resolver problemas de su entorno escolar, sobre esta temática de una forma más fácil y práctica.

Palabras claves: Herramientas, digitales, GeoGebra, facilita, aprendizaje, función, lineal, matemáticas, resolver, problemas, comprensión. cuasiexperimental

ABSTRACT

The objective of this research was to determine the extent to which the use of the GeoGebra tool influences the understanding of the linear function in ninth grade students of the Colegio Nuestra Señora de la Candelaria in Cimitarra Santander. The study was framed in an experimental design of quasi-experimental level. We worked with a population of 138 students of ninth grade, of which 70 students were selected as sample, so that an experimental group was established (formed by the ninth grade "C", with 36 students, who interacted with the digital tool GeoGebra) and a control group (Ninth Grade "A" with 34 students that was used as a witness), which were selected naturally as constituted in the institution. A pre-test was applied to the two groups in order to take a baseline and use it as a reference. Then the two groups were subjected for 13 sessions to the study of the linear function, with the difference that the experimental group (9^oC) was exposed to the influence of the GeoGebra digital tool and the control group to the traditional methodology, to develop this theme. Finally, a knowledge test on the aforementioned subject was applied again, in order to verify the fulfillment of the objectives and to check or reject the hypotheses. As a result, it was

obtained that 100% of the students in the experimental group passed the test with a grade equal to or higher than 55 points, the average of this group was 78.19, which turned out to be 22.9 points higher than that obtained by the group. control that was of 55.29 and in addition half of the experimental group obtained notes superior to 80; 25 points more than the control group in this same indicator that was 55. It was evident that the continuous exposure to the digital tool Geogebra allowed to understand the concept and the different forms of expression of the linear function and were able to solve problems of their school environment , on this subject in a more easy and practical way.

Keywords: Tools, digital, GeoGebra, facilitates, learning, function, linear, mathematics, solve, problems, comprehension. cuasiexperimental

CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. Descripción de la realidad problemática:

En Colombia, es comúnmente conocido que el aprendizaje de las matemáticas ha constituido un desafío para los estudiantes, ya que culturalmente se ha determinado cierta resistencia hacia esta asignatura, lo que implica que estos tengan cierta predisposición ante el aprendizaje de las matemáticas; lo que disminuye la capacidad de comprensión de los mismos y aumenta el temor a ser reprobados.

Cabe señalar que, para el Ministerio de Educación Nacional, la matemática es el estudio de los números y el espacio; es decir, la búsqueda de patrones y relaciones. Dicha búsqueda se realiza mediante conocimientos y destrezas que son necesarias para el ser humano, ya que promueve el desarrollo de conceptos y generalizaciones utilizadas en la resolución de problemas de cualquier índole, con el propósito de obtener una mejor comprensión del mundo que nos rodea y contribuir a la solución de necesidades específicas de las personas y las comunidades. Así mismo, es preciso mencionar que la matemática ha sido una actividad humana desde los primeros

tiempos, por tal motivo permite al estudiante apreciar mejor su legado cultural al suministrarle una amplia perspectiva de muchos de los avances tecnológicos y científicos de la humanidad.

No obstante, el Ministerio de Educación Nacional, a partir de los Lineamientos Curriculares para Matemáticas (Ministerio de Educación Nacional, 1998, págs. 18-19), propone organizar el currículo como un todo armonioso e integrado alrededor de los siguientes ejes: proceso, contexto y conocimientos básicos, los cuales pretenden llevar al estudiante a trascender, deducir, explorar, conjeturar, razonar, reflexionar, comunicar, desarrollar habilidades, crear conocimientos y solucionar situaciones problemas.

Teniendo en cuenta lo anterior, es acertado considerar que el aprendizaje de las matemáticas es sumamente importante para el desarrollo cognitivo, y actitudinal del ser humano, en ese sentido dicho aprendizaje es más efectivo cuando el estudiante es motivado didácticamente a aprender; por ello, es necesario la creación y desarrollo de metodologías de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, que despierten interés en los estudiantes y que correspondan a la etapa de desarrollo en la que estos se encuentren.

Por otro lado, el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES), a través de las pruebas Saber, contribuyen al mejoramiento de la calidad de la educación mediante la realización de evaluaciones aplicadas periódicamente para monitorear el desarrollo de las competencias básicas en los estudiantes de educación básica. Es a partir, de los resultados de estas evaluaciones y, por ende, a partir del análisis de los factores asociados que inciden en los desempeños de los estudiantes que las instituciones educativas, las secretarías de educación, el Ministerio de

Educación Nacional y, por ende, la comunidad en general pueden identificar las destrezas, habilidades y valores que los estudiantes colombianos desarrollan durante su trayectoria escolar, independientemente de su lugar de origen, condiciones socioeconómicas y culturales; y a partir de ello, definir planes de mejoramiento en sus respectivos ámbitos de acción.

Igualmente, el carácter periódico de las pruebas Saber permite valorar cuáles han sido los avances en un determinado tiempo y establecer el impacto de programas y acciones específicas de mejoramiento. En ese sentido, dado que esta investigación estuvo enfocada en el grado noveno, se hace necesario considerar los resultados de las pruebas Saber 9°, aplicadas recientemente por el ICFES en el Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra, Santander. En dichos resultados se evidencia que los estudiantes realizan operaciones simples en las que utilizan una o dos variables; sin embargo, también se evidencia que los estudiantes presentan algunas dificultades al momento de relacionar variables complejas que implique un ejercicio de lectura, incorporación o elaboración de gráficas para la resolución de problemas matemáticos.

Según el reporte de excelencia del año 2014 de las pruebas aplicadas en el Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra, Santander (MEN, 2015), el 51% de los estudiantes de grado 9° no usan y no relacionan diferentes representaciones para modelar situaciones de variación, el 47% no identifica características de gráficas cartesianas en relación con la situación que representan, y el 42% no reconoce el lenguaje algebraico como forma de representación de procesos inductivos. Por otro lado, ese mismo reporte para el año 2015 (MEN, 2016) evidencia que solo el 1% de los estudiantes alcanzaron el nivel avanzado y el 22% llegaron al nivel satisfactorio;

mientras que el 46% y el 31% de los estudiantes alcanzaron los niveles mínimo e insuficiente, respectivamente.

También se observa que para el año 2016 (MEN, 2016) el 76% De Los Estudiantes Del Colegio Nuestra Señora De La Candelaria De Cimitarra, Santander no establecen relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas; así mismo, tampoco reconocen el lenguaje algebraico como forma de representar procesos inductivos e igualmente, no identifican características de gráficas cartesianas en relación con la situación que representan.

Teniendo en cuenta el panorama anterior, es pertinente citar a (Valles Acosta, 2014) al momento de pensar en las posibles causas que originan la situación alarmante de los estudiantes en Colombia frente a su aprendizaje de las matemáticas, ya que dicho autor expone que los estudiantes han perdido la motivación por el aprendizaje, debido a que los métodos y las herramientas que se utilizan no generan interés en la población denominada “Generación Z”, ya que dicha generación es considerada como “nativos digitales”, pues están impuestos a la tecnología como tal, obteniendo información a cualquier día y a cualquier hora; a su vez, el fácil acceso a las TIC les permite acortar distancias, distribuir información de manera más rápida y eficiente, y comunicarse constantemente, razón por la cual prefieren un ambiente de auto aprendizaje, entre muchas otras cosas, que pueda realizarse por medio del uso de las Tecnologías de información (Valles Acosta, 2014).

Actualmente, es común escuchar en los docentes las “problemáticas” que el uso de las TIC han causado en las aulas de clase, pues consideran que introducir dispositivos tecnológicos en las aulas de clase constituyen un factor distractor para el aprendizaje; sin embargo, la tecnología también es considerada, por muchos otros

profesionales, como una herramienta indispensable para el aprendizaje (Tello Leal, Sosa Reyna , Lucio Castillo, & Florez Morelos, 2010) y de gran potencial pedagógico que otorgará a las nuevas generaciones una ventaja competitiva (Organista, 2013). Igualmente, existen iniciativas donde se vuelve obligatorio el uso de estas herramientas con el fin de facilitar la labor y el proceso de enseñanza-aprendizaje (Olivares, 2017), por tal motivo los docentes deben actualizar su metodología e implementar nuevas herramientas de enseñanza para motivar a esta nueva generación de estudiantes a aprender.

Basado en lo anterior, es importante mencionar que algunas de las posibles debilidades que presentan los docentes al momento de implementar nuevas tecnologías, como las mencionadas en los informes y evaluaciones escritas sobre la evaluación en entornos virtuales, encontramos: falta de motivación y formación de los docentes en el manejo de herramientas digitales en el trabajo de aula, falta de interés por actualizarse en nuevas prácticas pedagógicas, sobrecarga de actividades y proyectos que limitan el tiempo del docente, insuficiente formación en conceptos básicos de matemáticas, que le garanticen éxito en su desempeño académico, insuficiente formación del estudiantado en el manejo de herramientas básicas de ofimática y del PC en general, las competencias tecnológicas del personal docente son heterogéneas, hay profesores que usan de forma muy limitada los recursos tecnológicos del colegio, falta de comunicación constante entre alumnos y profesores, la conectividad a internet en la institución es deficiente, dificultades para la reservación del aula de informática con destinación específica al departamento de matemáticas, la actualización y mantenimiento de hardware y software, resistencia al cambio

Lo anterior permite considerar que todavía hay un largo camino por recorrer, no solo en la construcción de metodologías atractivas, prácticas y, por ende, útiles que garanticen el óptimo aprendizaje y desarrollo de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en el aula de clases, tal como lo propone el Ministerio de Educación Nacional en Colombia; sino, también, en la formación, capacitación y actualización de los docentes para desempeñar su labor educativa de manera eficiente.

1.2 Identificación y formulación del problema

1.2.1 Problema general

¿Cómo influye el uso de la herramienta digital GeoGebra en la comprensión de la función lineal en los estudiantes de grado 9º, del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra Santander en 2017?

1.2.2 Problemas específicos

¿Cómo influye el uso de la herramienta digital GeoGebra en el reconocimiento y gráfica de la función lineal, en los estudiantes de grado 9º, del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra Santander?

¿Cómo influye el uso de la herramienta digital GeoGebra en la comprensión de la pendiente de la recta y el intercepto “y” de la función lineal en los estudiantes de grado 9º, del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra Santander?

¿Cómo influye el uso de la herramienta digital GeoGebra en el mejoramiento de la capacidad para resolver problemas de función lineal en estudiantes de grado 9º, del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra Santander?

1.3 Objetivos de la investigación

1.3.1 Objetivo general

Determinar cómo influye el uso de la herramienta GeoGebra en la comprensión de la función lineal en estudiantes de grado 9º del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra Santander en 2017.

1.3.2 Objetivos específicos

Determinar cómo influye el uso de la herramienta digital GeoGebra en el reconocimiento y gráfica de la función lineal, en estudiantes de grado 9º, del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra Santander.

Determinar cómo influye el uso de la herramienta digital GeoGebra en la comprensión de la pendiente de la recta y el intercepto “y” de la función lineal en

estudiantes de grado 9º del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra Santander

Determinar cómo influye el uso de la herramienta digital GeoGebra en el mejoramiento de la capacidad para resolver problemas de función lineal en estudiantes de grado 9º del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra Santander.

1.4 Justificación de la Investigación

Históricamente siempre encontramos diversos problemas relacionados con la evolución de la noción de función, y por ende de función lineal, (Ruiz,1998) en su trabajo de investigación lo pone de manifiesto, al asegurar que desde principios de la construcción del concepto de función se vienen presentando dificultades como se expuso en la problemática del presente trabajo, estas y otras dificultades se mantienen hasta el presente.

De igual forma, algunas deficiencias presentadas por los estudiantes en el aprendizaje del concepto de función lineal muchas veces están relacionadas con el uso exclusivo del registro algebraico, la falta de articulación entre registros, poco trabajo con la variabilidad y dependencia y el trabajo descontextualizado, dejando de lado otras alternativas.

Analizando el entorno pedagógico del siglo XXI, se hace necesario un cambio de metodología con el fin de gestionar correctamente la adquisición de competencias matemáticas en los estudiantes introduciendo el uso de las TIC para representar y manipular los diferentes tipos de funciones en las matemáticas; ya que, la tecnología

hace posible trabajar con funciones explorando nuevas opciones en el currículo y en la práctica escolar, a medida que se crean ambientes de simulación de la realidad.

Del mismo modo, desde un punto de vista específicamente instruccional, los procesos de enseñanza desarrollados con las TIC han demostrado ser muy motivantes para los estudiantes y efectivos en el logro de muchos aprendizajes comparada con los procesos enseñanza – aprendizaje tradicional, basados en la tecnología impresa.

Usar las TIC se convierten entonces en un apoyo para el aprendizaje de conceptos, la colaboración, el trabajo en equipo y el aprendizaje entre pares. Así mismo, puede ofrecer simulaciones, modelados y mapas conceptuales que animen a los estudiantes a proponer respuestas más activas y relacionadas con el aprendizaje por exploración.

El trabajar con tecnología aumenta la motivación de los alumnos, quienes la utilizan naturalmente formando parte de su vida cotidiana. De este modo se enriquece la experiencia del proceso enseñanza-aprendizaje, favoreciendo tanto el desarrollo de los contenidos curriculares, como la apreciación de la matemática como una ciencia útil y cercana.

Los estudiantes de grado noveno mejoran sus competencias con el manejo y aplicación del concepto de función lineal de una manera significativa y creativa, proponiendo actividades que permitan mejorar los espacios educativos haciendo uso de las TIC, donde se fortalece el aprendizaje significativo y cooperativo a través de la implementación de software de simulación interactivo como GEOGEBRA.

1.5 Viabilidad de la Investigación

Esta investigación se fundamenta en la oportunidad de generación de competencias matemáticas, en este caso en la apropiación del conocimiento de la función lineal en los estudiantes de noveno grado del colegio Nuestra Señora De La Candelaria usando las TIC como herramienta fundamental, facilitando el acceso a una sala de informática dotada con 19 computadores, para uso exclusivamente del área de matemáticas; lo que facilitó la ejecución de la presente investigación.

Esta investigación es viable, ya que está alineada con los documentos orientadores del Ministerio de Educación Nacional, como los lineamientos curriculares, los estándares básicos de competencia, la matriz de referencia, los Derechos Básicos de Aprendizaje y la guía de orientaciones pedagógicas matemáticas, los cuales son la carta de navegación, de las instituciones educativas para garantizar una educación de calidad a los estudiantes.

1.6 Delimitación de la Investigación

Esta investigación fue realizada en el Colegio Nuestra Señora de la Candelaria, institución estatal que ofrece los niveles de educación Preescolar, Básica Primaria, Básica Secundaria y Media Técnica (articulada con el SENA). Esta institución se encuentra ubicada en el municipio de Cimitarra, al Sur-Oeste del departamento de Santander, Colombia.

El estudio estuvo enmarcado dentro del área de la didáctica de las matemáticas, específicamente en la planificación educativa y trabajo en el aula en estudiantes del grado noveno, a través de la incorporación de la herramienta digital GEOGEBRA para

fomentar el aprendizaje de la función lineal, y con ello alcanzar los objetivos propuestos.

1.7 Limitaciones de la Investigación

En el proceso de esta investigación se presentaron algunas limitaciones:

La insuficiente infraestructura de telecomunicaciones existente en la localidad, es un obstáculo, debido a que el servicio de internet es bastante lento, y esta situación limita la realización de tareas o actividades de tipo tutorial que permitan recibir orientación en la construcción de la tesis.

Pese a que la institución cuenta con una sala de informática dispuesta exclusivamente para el área de matemáticas, y debido al alto número de estudiantes con los que cuenta la institución y a los seis docentes de matemáticas que requieren, igualmente, el uso de misma, se presentaron considerables dificultades al momento de utilizar la sala, la cual, a su vez carece de conexión a internet y presenta problemas de infraestructura, lo que ocasionó que algunas actividades planeadas para realizar en ella fueran aplazadas.

Las pocas bases que tienen los estudiantes sobre el manejo de herramientas informáticas también fueron otro limitante, pues siempre que se iba a dejar alguna actividad en la cual se debía entregar un informe de Word, Excel u otro, los estudiantes demostraban poca competencia en el manejo de estas herramientas.

CAPITULO II: MARCO TEORICO

2.1 Antecedentes de la investigación

“El uso de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en las escuelas tiene ya una historia de más de 20 años, si consideramos los intentos y los experimentos llevados a cabo en países pioneros en este campo. Sin embargo, la incorporación sistemática y oficial de tales herramientas a los sistemas escolares ha sido mucho más reciente, y aún más recientes han sido los estudios y evaluaciones que dan cuenta de los resultados de dicha incorporación. En general, los resultados más relevantes reportados en distintas latitudes coinciden en que los alumnos experimentan un aprendizaje significativo a través de un uso apropiado de las TIC” (Rojano, 2003, p. 1 Parr. 3)

2.1.1 A nivel internacional

Pumacallahui Salcedo (2015) en su trabajo de investigación denominado El Uso de los Softwares Educativos como Estrategia de Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría en los Estudiantes de Cuarto Grado del Nivel Secundario en las Instituciones Educativas de la Provincia Tambopata - Región de Madre de Dios, tratando de contribuir al mejoramiento del aprendizaje de la matemática en especial la rama de la geometría, en los estudiantes de las instituciones educativas de nivel secundario y de las universidades públicas, se propuso como objetivo general determinar el uso de los software educativos como estrategia para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de la geometría en los estudiantes de cuarto grado del nivel secundario en las instituciones educativas, "Señor de los Milagros" y "Nuestra Señora de las Mercedes" de la provincia de Tambopata- Región de Madre de Dios - 2012. El estudio de investigación fue de tipo aplicada, con carácter cuasi-experimental y de nivel comparativo, para lo cual trabajó con una muestra de 154 estudiantes de las instituciones educativas, "Señor de los Milagros" y "Nuestra Señora de las Mercedes", a quienes se le impartieron clases distribuidos de la siguiente manera: tres grupos en cada institución educativa, dos grupos experimentales y un grupo control, y luego para medir la variable dependiente se aplicó la prueba de test antes y después. El programa experimental consistió en la aplicación, durante dos meses, de módulos de aprendizaje en Geometría, se elaboraron tres programas experimentales en las temáticas de triángulos, cuadriláteros y circunferencia, de los cuales dos de ellos se elaboraron utilizando los softwares educativos Cabri Geometre II y GeoGebra respectivamente en los grupos experimentales y en el grupo control sin el uso del software educativo.

Como resultado se llegó a la conclusión de que sí existe la influencia del uso de los softwares educativos como estrategia en la enseñanza y el aprendizaje de la

geometría, con respecto a aquellos estudiantes que no utilizaron el software educativo ya que en el grupo experimental se obtuvo un promedio de 13.47619 puntos, mientras en el grupo control se obtuvo solo 11.028571 puntos.

Los maestros Cueva & Somoza (2013), llevaron a cabo la investigación denominada “Uso del Software Educativo PIPO en el Aprendizaje de Matemática en los Estudiantes del Quinto Grado de Primaria de la institución Educativa “Juvenal Soto Causso” de Rahuapampa en Áncash-Perú, la cual tuvo como objetivo Determinar cómo influye el uso de software educativo PIPO en el aprendizaje de Matemática en los estudiantes del quinto grado de primaria. El estudio fue de tipo aplicada con diseño pre experimental y de enfoque cuantitativo para lo cual usaron 22 niños del grado quinto. Esta investigación permitió comprobar que el uso del software educativo PIPO en el aprendizaje de matemática en los estudiantes del Quinto grado de la I.E. “Juvenal Soto Causso” de Rahuapampa, influye significativamente en el desarrollo de las competencias. Por otra parte, los estudiantes lograron desarrollar un aprendizaje alto en matemática. mejoraron significativamente el aprendizaje de los números, relaciones y operaciones, al igual que el aprendizaje de la geometría y medición, así como mejoró significativamente el aprendizaje de la estadística.

En Santiago de Chile La docente Maldonado Rodríguez (2013) en su tesis titulada “Enseñanza de las Simetrías con el uso de Geogebra según el modelo de Van Hiele se propuso como objetivo Establecer la relación entre el aprendizaje de las Simetrías de los estudiantes de primero medio y el uso de guías de aprendizaje que integra el modelo de Van Hiele con el software Geogebra, mediante una investigación

de tipo correlacional, con enfoque cuantitativo y diseño cuasi experimental. Para ello trabajó con una muestra compuesta por tres grupos de primero medio cuyas edades oscilaban entre los 14 y 15 años de edad Colegio Echaurren de Maipú. El primer grupo trabajó sólo con la metodología tradicional, el segundo grupo trabajó solo con el modelo de Van Hiele, y el grupo tres trabajó con Geogebra y el modelo de Van Hiele. A los tres grupos se les aplicó un pre-test y un post-test con base en los resultados esperados. Después de realizar la comparación de los resultados del pre y post-test, entre los tres grupos se llegó a la conclusión que el uso de TIC es una variable que potencia el aprendizaje de las simetrías en estos grupos experimentales.

Alvités Huamaní, (2017), destaca que en el tercer grado de la Institución San José de Tarbes, ante las dificultades en la interpretación de los enunciados de los problemas y para realizar el cálculo mental, las secuencias numéricas e interpretación de gráficos de barras y aprovechando que la Institución Educativa tenía a su cargo la Escuela Pop Up, la cual contaba con varias herramientas tecnológicas, ejecutó un proyecto llamado Herramientas TICS en el Aprendizaje en el Area de Matemáticas, el cual tenía objetivo general “determinar la influencia del programa Desarrollo mis habilidades en matemáticas con TIC en el aprendizaje en el área de Matemática en los estudiantes del tercer grado de primaria de la IE San José de Tarbes, Castilla, en Piura. El estudio tuvo un diseño cuasi experimental, con pre prueba – post prueba y grupo de control. Trabajó con una muestra de 139 estudiantes del tercer grado de primaria de las secciones A, B, C y D, aplicándoles la prueba Desarrollo mis habilidades en matemática con TIC, en dos momentos, al inicio y final de la experimentación. El programa experimental estuvo compuesto por 24 sesiones en las

cuales se aplicaron las herramientas TIC, como el Software Ardora, note taker, Edilim, Ms Power Point, Excel, entre otros. Los resultados del contraste de hipótesis indicaron $p = .000 < .05$, por lo que se concluyó que el programa “Desarrollo mis habilidades en matemática con TIC” mejora el nivel de logro en el área de matemática. Al final un porcentaje acumulado de 57.1% (la mayoría) de estudiantes del grupo experimental del tercer grado B estuvieron entre el logro previsto y el logro destacado; mientras que un porcentaje acumulado de 55.9% de estudiantes de tercer grado D estuvieron entre los niveles de logro previsto y logro destacado. Demostrando con ello la influencia que las TICS como herramienta de apoyo ejercen hoy en el aprendizaje de los estudiantes.

2.1.2 A nivel nacional

En Colombia se han realizado pocos trabajos y propuestas de investigación donde se pretende analizar y evaluar el uso de las TIC para la enseñanza de topics concernientes a áreas como las matemáticas. Lo anterior, debido a que, no todas las instituciones cuentan con docentes familiarizados con el uso de las TIC, y lamentablemente, no todas las instituciones cuentan con infraestructuras y equipos aptos para desarrollar sus clases apoyandose en la implementacion de herramientas digitales.

Passive Castellanos (2012), realizó un estudio llamado Incidencia de las Estrategias basadas en Tecnología en el Mejoramiento del nivel de Competencias Matemáticas, de tipo cuantitativo, el cual desarrolló una metodología correlacional, de enfoque cuasiexperimental que tenía como objetivo determinar, la medida en la

que incide el uso de estrategias didácticas basadas en tecnología, en el mejoramiento del nivel de competencias matemáticas. La propuesta de estrategias didácticas innovadoras, se aplicó a un grupo experimental conformado por estudiantes del grado quinto de primaria, con el objetivo de determinar si inciden el mejoramiento del nivel de competencias matemáticas y potencializan la calidad educativa, en la era de la sociedad del conocimiento.

El diseño metodológico consistió en la identificación de variables, la elaboración de un cuestionario para identificar las estrategias didácticas que utilizan los docentes, una prueba objetiva pretest-postest, y posteriormente se puso a prueba el tratamiento pedagógico el cual estuvo integrado por la Webquest, un Blog Colectivo de Aula, el Pizarrón Digital Interactivo y software libre y finalmente se midió el nivel de competencias alcanzado. Los resultados indicaron que el grupo experimental obtuvo un mejor desempeño en la prueba postest, ya que se observó un mejoramiento significativo de 8 puntos porcentuales entre la prueba pretest y postest del grupo experimental, con promedio en las dos pruebas de 42 puntos porcentuales, frente a un promedio de 34 puntos del grupo control, en ambas pruebas. Este mejoramiento constituyó el análisis central de los principales hallazgos del estudio cuasiexperimental y demostraron el cumplimiento del objetivo de investigación, el mejoramiento del nivel de desempeño por competencias del grupo experimental, sobre el grupo control y se redujo la dispersión inicial, lo que significa un efecto homogéneo en dicho tratamiento. A partir de los resultados del estudio, se logró establecer una correlación directa del rendimiento académico con la tecnología educativa, lo que permite concluir que ésta es una poderosa herramienta que determina el nivel de desempeño en matemáticas

En Manizales el docente, Martínez Gómez (2013), como requisito para optar el título de Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales en la Universidad Nacional de Colombia, realizó el estudio “Apropiación del concepto de función usando el software Geogebra” cuyo objetivo era de Diseñar módulos didácticos e interactivos incorporando el software GEOGEBRA para mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje y la apropiación del concepto de función, función lineal y cuadrática, así como su aplicación en la solución de situaciones problema de la vida real. Para el desarrollo de esta propuesta se diseñaron módulos didácticos interactivos con software matemático especializado, que permitieran integrar de forma más ágil elementos fundamentales de funciones tales como conceptos, manejo algebraico, numérico, tabular y gráfico, haciendo posible la profundización en la transferencia de estos elementos en el análisis y solución de situaciones problema. La propuesta se desarrolló en varias sesiones compuestas por cuatro etapas: la etapa de inicio en donde se realizaba la motivación y el establecimiento de reglas, la etapa de comprensión en que se pretendía que el estudiante comprendiera los términos y procedimientos básicos del tema, de modo que pudiera ejemplificarlos y explicarlos y que él supiera utilizar el procedimiento paso a paso para resolver un ejercicio observando al profesor, la etapa de desarrollo en la cual los estudiantes guiados por el profesor resuelven ejercicios de manera conjunta siguiendo los procedimientos y ejercitan lo aprendido resolviendo ejercicios de forma individual, la etapa de cierre en la cual los estudiantes están en capacidad de demostrar mediante la prueba desempeño su aprendizaje y de comunicar en forma verbal lo que ha aprendido y finalmente, cada módulo diseñado concluye con un instrumento de evaluación que unido a las acciones propuestas permiten verificar el aprendizaje alcanzado por los

estudiantes. Se pudo observar que durante el tiempo de aplicación de los módulos los alumnos se encontraban bastante entretenidos en clase, las clases resultaban divertidas y nada aburridas y además se les pasaban rápidamente. A la mayoría de los alumnos les gustaría seguir trabajando con GEOGEBRA en los cursos que siguen como estrategia para mantener la motivación ya que es una herramienta interactiva porque mantiene la dinámica constante en el grupo”

Los docentes, Torres Rodríguez & Racedo Lobo, (2014) teniendo en cuenta que los docentes no venían aplicando las estrategias didácticas adecuadas para que los estudiantes logaran comprender e interpretar gráficos, analizar y formular hipótesis, identificar aspectos relevantes de una situación y resolver problemas, desarrollaron el estudio “Estrategia Didáctica Mediada por El Software Geogebra”. Dicha investigación se llevó con el objetivo de medir el impacto que tiene Geogebra como herramienta (TIC) en la enseñanza-aprendizaje de la geometría en el grupo de estudiantes de 9º de Educación Básica Secundaria, lo cual permitiría mejorar el rendimiento académico en el área. Para la investigación se tuvo en cuenta el diseño Experimental de nivel cuasi-experimental, es decir, se tomó una muestra de 64 estudiantes correspondientes los grupos 9ºA y 9ºC. Se les aplicó un pre-test y pos-test. Los resultados fueron comparados, es así, que en 9º C (grupo experimental) se realizaron clases de geometría con el programa Geogebra (TIC) y con 9º A clases de geometría con métodos tradicionales. Al aplicar el pos-test a ambos grupos, se observó en 9ºA una diferencia significativa en sus resultados en lo relacionado a la adquisición de conocimientos en geometría y al mejoramiento en el rendimiento académico. En el grupo 9ºB los resultados no fueron los mejores, presentándose problemas en el

alcance de los desempeños en geometría y de igual forma variabilidad en los resultados quedando demostrados que la utilización del programa Geogebra como estrategia didáctica no solo fortalece la enseñanza-aprendizaje del área de geometría, sino que contribuye al mejoramiento de las competencias lógico matemáticas.

Geogebra y la manipulación de *applets* potencian, en esta situación experimental, las habilidades de clasificación y permite diferenciar claramente entre simetría central y simetría axial.

Parada Hernández & Suárez Aguilar (2014), en su investigación, denominada Influencia de las Tecnologías de la Información y la Comunicación en la Apropiación de Conceptos de Electrónica Análoga en Estudiantes de Grado Séptimo, se propusieron como como objetivo evaluar dicha influencia de éstas en el proceso de Enseñanza-aprendizaje de conceptos básicos de electrónica analógica en grado séptimo del Colegio Andino de Tunja. El modelo de investigación utilizado tuvo un diseño cuasi-experimental, para lo cual trabajó con dos grupos de 27 estudiantes cada uno correspondientes a los grados séptimo A y séptimo B, para quienes se diseñó, aplicó y evaluó una unidad didáctica de electrónica básica. El grupo 7ºA constituyó el grupo experimental para quienes se formuló y puso en marcha un plan de área apoyado en su mayoría en recursos educativos digitales siguiendo el modelo propuesto por la Fundación Gabriel Piedrahita Uribe, y el grado 7ºB fue el grupo control con el cual se trabajó la misma temática pero sin los recursos digitales, es decir mediante una metodología tradicional. Como resultado se llegó a la conclusión de que el uso de TIC mejoró la apropiación de conceptos básicos de electrónica en la población objetivo (grupo experimental), ya que se incrementó en 1.4 veces la

posibilidad de aprender la temática en comparación con el grupo control, quienes no usaron los recursos digitales. Lo mismo ocurrió con los aprendizajes de los demás subtemas

2.1.3 A nivel institucional

El Colegio Nuestra Señora de la Candelaria (2009), del municipio de Cimitarra, en el Departamento de Santander, con el tiempo ha ido evolucionando a pasos agigantados en materia de incorporación de las TIC al proceso de enseñanza – aprendizaje con el fin de corresponder a lo establecido por el Ministerio de Educación Nacional (MEN, 1998) a través de los lineamientos curriculares nacionales, los estándares de calidad y, a su vez, con el propósito de buscar una formación contextualizada para los estudiantes. Cabe señalar que, desde la dirección del colegio se han implementado políticas institucionales al respecto, es así como los departamentos de Matemáticas, inglés, Informática y Contabilidad tienen su propia sala de cómputo, aunque sin internet, puesto que la infraestructura de este servicio en la localidad es insuficiente para la demanda que existe.

2.2 Bases Legales

En el Artículo 44 del capítulo 2 de los derechos sociales, económicos y culturales, la educación, de la Constitución Política de Colombia de 1991, está contemplada como un derecho fundamental para los niños y niñas.

A su vez, La ley 115, en el Artículo 5, contempla trece fines de la educación, los cuales conciben al estudiante como una persona en formación integral, teniendo en cuenta su conocimiento, su desarrollo motriz y promoción de la propia cultura, el patrimonio y la soberanía nacional.

Es preciso mencionar que las secretarías de Educación y Cultura y la secretaría de las TIC de Santander, son instituciones públicas que hacen parte de la estructura administrativa de la Gobernación de Santander y están encargadas de liderar la gestión y planificación del servicio educativo, cultural y tecnológico en esta región de Colombia.

Debido al alto compromiso del Estado, desde las dependencias anteriormente mencionadas, en enero de 2013 firmó el convenio denominado *Proyecto centrado en las Tics para el desarrollo*, el cual busca la capacitación del personal docente, la implementación de políticas de uso de las TIC en las instituciones del departamento y la dotación de los mismos con equipos necesarios para desarrollar dichos programas.

2.3 Bases Teóricas

2.3.1 Relacionadas con el aprendizaje

2.3.1.1 Noción de competencias en matemática

El diccionario de uso del español de María Moliner se refiere a la persona competente como al “conocedor de cierta ciencia o materia, o experto o apto en la cosa que se expresa o a la que se refiere el nombre afectado por competente”. La

competencia se relaciona con la aptitud, capacidad, disposición, “circunstancia de servir para determinada cosa”. Una persona apta, o capaz, es “útil en general para determinado trabajo, servicio o función”.

El diccionario de Psicología (Reber, 1996) define “competencia” como “la capacidad de realizar una tarea o de finalizar algo con éxito”. Pone en juego la noción de ‘capacidad’, que se refiere tanto al nivel general de inteligencia de alguien como a la cualidad o destreza que tiene esa persona para hacer una cosa particular.

En este sentido se dice que la competencia es una característica cognitiva y depende de la disposición del sujeto. Además, deberá ser distinta según el campo profesional, el objeto de aprendizaje o la edad del sujeto que aprende. Hablamos entonces de competencia matemática del ingeniero, del físico o del estudiante de primaria o secundaria

“Vemos que la palabra competencia se refiere a un saber hacer específico. Generalmente tener competencia es equivalente a tener conocimiento práctico sobre algo; se usa habitualmente referido a destrezas manipulativas o procedimentales” (Godino, Batanero, & Font, 2003, p. 62)

Por el lado de las matemáticas estaríamos hablaríamos entonces de competencias generales, como competencia aritmética, algebraica, geométrica; o más específicas como, competencia para resolver ecuaciones, funciones, cálculo con fracciones, etc. (Godino, Batanero, & Font, 2003, p. 62)

En su estudio Carrillo, Contreras, & Zakaryan, siguen la noción de competencia matemática determinada por Niss (1999), que es la “capacidad de entender, juzgar, hacer y usar las matemáticas en una variedad de contextos y situaciones intra y extra-

matemáticas en las cuales la matemática desempeña o podría desempeñar un papel". (Niss 1999, p. 6 Citado por Carrillo, Contreras, & Zakaryan, 2013 pag. 784)

En Ministerio de Educación Nacional en su documento Estándares Básicos de Calidad dice lo siguiente:

Estas dos caras y estos dos tipos de conocimiento señalan nuevos rumbos para aproximarse a una explicación enriquecida de la expresión ser matemáticamente competente. Por tanto, la precisión del sentido de estas expresiones implica una aprehensión del concepto de competencia estrechamente atado tanto al hacer como al comprender.

Estas argumentaciones permiten precisar de algunos recursos generales presentes en toda la actividad matemática que expliquen lo que significa ser matemáticamente competente. Formular, proponer, transformar y solucionar problemas a partir de situaciones de la cotidianidad sobre otras disciplinas y de las matemáticas mismas. Este proceso general precisa de la utilización flexible de conceptos, algoritmos y diversos lenguajes para expresar las ideas matemáticas relevantes y para formular, reformular, e intentar resolver los problemas asociados a dicha situación. Estas tareas integran también la demostración, en tanto exigen formular argumentos que justifiquen los análisis y operaciones realizados y la validez de las soluciones propuestas. Es decir, manejar con fluidez distintos recursos y registros del lenguaje cotidiano y de los diferentes lenguajes matemáticos.

Dominar procedimientos y algoritmos matemáticos y conocer cómo, cuándo y por qué usarlos de manera flexible y eficaz. (Ministerio de Educación Nacional, 2006, págs. 50- 51)

El dominio de Competencia en Matemáticas concierne la capacidad de los estudiantes para analizar, razonar y comunicar eficazmente sus ideas al tiempo que se plantean, formulan, resuelven e interpretan tareas matemáticas en una variedad de contextos. En ese sentido, el nivel de competencia en matemáticas se refiere a las acciones que permitan considerar a los estudiantes como ciudadanos reflexivos y bien informados, además de consumidores inteligentes; es por tal motivo que la competencia matemática es concebida como la capacidad de un individuo para identificar y entender el rol que juegan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundamentados y utilizar las matemáticas con el fin de satisfacer sus necesidades como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo.

No obstante, es de suprema importancia formar personas matemáticamente competentes, que tengan “la capacidad individual para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundados, utilizar las matemáticas y comprometerse con ellas, y con la capacidad de satisfacer las necesidades de la vida personal como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo” (OCDE, 2004: 3; OCDE, 2003: 24), y es ahí donde las TIC juegan un papel importante dentro de este proceso ya que permite al educando ser un agente activo de su aprendizaje, transformando aquellos conceptos que eran una vez abstractos y ahora forman parte de su realidad.

Es por ello que, a su vez las TIC permite a los estudiantes, con pocas destrezas simbólicas y numéricas, desarrollar estrategias para poder resolver situaciones problemáticas, utilizando diversas herramientas que les proporcione un mejor entendimiento.

Es necesario tener presente el enfoque de aprendizaje en el que se enmarcan las competencias en manejo de información, ningún proceso de enseñanza-aprendizaje, debe desconocer este aspecto que fundamenta los diferentes momentos que permitirán alcanzar los objetivos del ambiente de aprendizaje planteado.

Las competencias matemáticas no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos (Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 4)

2.3.2 Teorías sobre el aprendizaje

Cuando hablamos de "teorías del aprendizaje" entendemos que se refiere a aquellas teorías que intentan explicar cómo aprendemos. Por lo cual tienen un carácter descriptivo.

Es pertinente hablar también de las "teorías de la instrucción", que cuyo fin es el de determinar las condiciones óptimas para enseñar. En este caso, tienen un carácter prescriptivo. Es importante tener las dos en cuenta, ya que mencionaremos a unas y a otras en diferentes ocasiones.

Para ser más prácticos, se ha considerado oportuno clasificar o generalizar las teorías y autores, que enseguida se revisarán, en grandes grupos o modelos, debido a las vagas fronteras que existen entre unas y otras, en algunas ocasiones y a su compleja asignación a uno u otro grupo.

2.3.2.1 Teoría conductista

Aunque existe una gran cantidad de autores que formulan sus postulados bajo el rótulo del conductismo, definitivamente, la más reconocida es la desarrollada por Skinner, formulador del condicionamiento operante y la enseñanza programada. Es en esta teoría donde encontramos la principal aplicación en el software.

El conductismo nace desde una concepción pragmática del conocimiento. La asociación es uno de los mecanismos centrales del aprendizaje. La secuencia básica es: Estímulo – Respuesta (E – R).

Cuando sucede un hecho que hace que aumente la oportunidad de que se dé una conducta, este hecho es un reforzador. Según Martí (1992, 65) citado por (Urbina R, 2014) "las actividades que realiza el sujeto seguidas de un refuerzo adecuado tienden a ser repetidas (si el refuerzo es positivo) o impedidas (si es negativo). En los dos casos, el control de la conducta viene de afuera". En palabras de Skinner (1985, 74), cita (Urbina R, 2014) "todo resultado de la conducta que sea estimulante, es decir, reforzante, aumenta la probabilidad de producir nuevas respuestas".

Los primeros usos educativos de los ordenadores se basan en la enseñanza programada de Skinner, la cual consistía en la "presentación secuencial de preguntas y en la sanción (castigo o premio) correspondiente de las respuestas de los alumnos" (Martí, 1992, 66) cita (Urbina R, 2014, p. 4 p 5)

A este uso del ordenador se le denominará EAO (Enseñanza Asistida por Ordenador): está centrado en programas de ejercitación y práctica muy precisos basados en la repetición. Teniendo en cuenta la individualización de la instrucción, la

EAO cobraría un gran apogeo a partir de mediados de los años 60 (Delval, 1986; (Salomón, 1987)

Tal y como apuntan Araújo y Chadwick (1988) citados por (Urbina R, 2014), cada situación prepara al individuo para afrontar la siguiente, lo cual requiere que el material debe realizarse en pequeñas actividades permitiendo con ello diversas respuestas que deben ser favorablemente reforzadas. La secuencia del material debe ser lineal y acorde a la propia materia en la mayoría de los casos.

Para Skinner, el sujeto no ha de tener ningún problema si el material ha sido bien diseñando. Se resalta, pues, la importancia de los buenos programadores de material. Resumiendo, los aportes de varios autores (Colom, Sureda, Salinas, 1988; Martí, 1992) cita (Urbina R, 2014)

2.3.2.2 *Teoría del Aprendizaje por descubrimiento*

Aprendizaje por descubrimiento es una expresión fundamental en la teoría de Bruner que resalta la importancia que tiene la acción en los aprendizajes. “El aprendizaje debe ser descubierto activamente por el estudiante más que pasivamente asimilado. Los alumnos deben ser estimulados a descubrir por cuenta propia, a formular conjeturas y a exponer sus propios puntos de vista. (Bruner, 1961). La resolución de problemas estará condicionada a la forma como se muestran estos en una situación específica, pues, se necesita un reto, un desafío que estimule al estudiante a su resolución y permita la transferencia del aprendizaje. “Lo más importante en la enseñanza de conceptos básicos, es que se ayude a los niños a pasar progresivamente de un pensamiento concreto a un estadio de representación

conceptual y simbólica más adecuada al pensamiento” (Chadwick & Araújo Batista , 1982, págs. 40-41). En caso contrario el resultado es la memorización absurda y sin relaciones. En este orden de ideas, ubicándonos en el contexto de la escuela, “si es posible impartir cualquier materia a cualquier niño de una forma honesta, habrá que concluir que todo currículo debe girar en torno a los grandes problemas, principios y valores que la sociedad considera merecedores de interés por parte de sus miembros” (Bruner, 1988, 158) citado por (Urbina R, 2014, p. 7). Esto ilustraría un concepto clave en la teoría de Bruner: el currículo en espiral, volviendo constantemente a retomar y a niveles cada vez más elevados los núcleos básicos o estructuras de cada materia.

El uso del descubrimiento y de la intuición son propuestos por Bruner debido a las ventajas didácticas que proporciona al estudiante, las cuales son: un mayor potencial intelectual, motivación intrínseca, procesamiento de memoria y aprendizaje de la heurística del descubrimiento (Bruner, 1961) Cita (Tascón, 2004)

2.3.2.3 Teoría del aprendizaje Significativo

La Teoría del Aprendizaje Significativo inicia con interés que tiene (Ausubel, 1976 p. 56), por conocer y revelar las condiciones y propiedades del aprendizaje, que se pueden relacionar con formas efectivas y eficaces de provocar de manera intencionada cambios cognitivos estables, susceptibles de dotar de significado individual y social. Dado que lo que quiere conseguir es que los aprendizajes que se producen en la escuela sean significativos, Ausubel entiende que una teoría del aprendizaje escolar que sea realista y científicamente viable debe ocuparse del carácter complejo y significativo que tiene el aprendizaje verbal y simbólico. Asimismo,

y con objeto de lograr esa significatividad, debe prestar atención a todos y cada uno de los elementos y factores que le afectan, que pueden ser manipulados para tal fin. citado por (Cueva & Mallqui, 2013, p. 38)

Ausubel sostiene en su libro *Psicología educativa*, que el aprendizaje significativo ocurre cuando se igualan en significado símbolos arbitrarios con sus referentes (objetos, eventos, conceptos) y significan para el alumno cualquier significado al que sus referentes aludan.

Siguiendo esa línea, para que un contenido sea significativo deberá ser incorporado al conjunto de conocimientos del sujeto, relacionándolo con sus conocimientos previos. En cuanto a su influencia en el diseño de software educativo, Ausubel, refiriéndose a la instrucción programada y a la enseñanza aprendizaje por ordenador, afirma que se trata de medios eficaces sobre todo para proponer situaciones de descubrimiento y simulaciones, pero no pueden sustituir la realidad del laboratorio. Resalta también las posibilidades de los ordenadores en la enseñanza ya que posibilitan el control de muchas variables de forma simultánea, si bien considera necesario que su utilización en este ámbito venga respaldada por una teoría validada empíricamente de la recepción significativa y el aprendizaje por descubrimiento (Ausubel, Novak y Hanesian, 1989, p339) citado por (Cueva P. & Mallqui S, 2013, p. 38)

2.3.2.4 Teoría del constructivismo

Papert (1981), Considerado pionero en llevar las computadoras a las escuelas y relacionarlas con el aprendizaje (Goldberg, 1991) citado por (Lage, 1999, p. 4), desarrolló el programa Logo, llevando a cabo un gran proceso de aprendizaje

interactivo entre el sujeto y objeto capaz de producir el desequilibrio de las estructuras cognitivas del sujeto.

Según Papert (1981), el proceso de aprendizaje encuentra sus mejores condiciones cuando tiene lugar en un medio activo en el que los alumnos participan en el propio proceso por medio de la construcción de objetos y la idea central es la de aprendizaje autónomo. Papert asume una filosofía educativa y una epistemología concretas: ambas en parte derivadas de las teorías de Piaget y de la inteligencia artificial. (Lage, 1999).

Construir entornos educativos basados en las computadoras y enseñar y aprender con ellos, son tres actividades que pueden darse conjuntamente, bajo diversas formas y contribuir a que aparezcan diferentes culturas ligadas a las computadoras.

Papert considera que estos ambientes de aprendizaje son un lugar donde la gente, puede aprender de un modo natural, divertido y colaborativo. También destacó que la necesidad de apropiación de conocimiento por parte de los niños puede darse a través de un proceso de negociación y reconstrucción de significados.

Cuando hablamos de ambientes de enseñanza constructivistas nos referimos a la concepción del conocimiento desde el punto de vista de Piaget (1989) citado por (Lage, 1999) a través de desarrollos cognitivos fundamentados en una sólida interacción entre sujeto y objeto, donde el objeto trata de llegar al sujeto, a través de cierta alteración de su equilibrio cognitivo, quien intenta acomodarse a este nuevo proceso y obtener la adaptación del objeto. En este apunte ideal piagetiano, se parte de la actividad, fundamental, bien sea para la supervivencia, o para el desarrollo de la cognición. “La postura constructivista psicogenética acepta la indisolubilidad del sujeto

y del objeto en el proceso de conocimiento. Ambos se encuentran entrelazados, tanto el sujeto, que, al actuar sobre el objeto, lo transforma y a la vez se estructura a sí mismo construyendo sus propios marcos y estructuras interpretativas” (Castorina, 1989), cita (Lage, 1999).

El enfoque básico de Piaget es la epistemología genética, es decir, el estudio de cómo se llega a conocer el mundo externo a través de los sentidos atendiendo a una perspectiva evolutiva. Para Piaget el desarrollo de la inteligencia es una adaptación del individuo al medio. Los procesos básicos para su desarrollo son: adaptación (entrada de la información) y organización (estructuración de la información). (Chadwick & Araújo Batista , 1988, pag. 67) cita (Urbina R, 2014)

El constructivismo, en esencia, plantea que el conocimiento no es el resultado de una mera copia de la realidad preexistente, sino de un proceso dinámico e interactivo a través del cual la información externa es interpretada y reinterpretada por la mente. En este proceso la mente va construyendo progresivamente modelos explicativos, cada vez más complejos y potentes, de manera que conocemos la realidad a través de los modelos que construimos para explicarla. (Serrano & Pons Parra, 2011, p. 11)

El enfoque constructivista del aprendizaje, en relación a las CMI busca que el sujeto descubra un aprendizaje significativo, que parte de sus conocimientos previos, y es activo, reflexivo e intencional en la realización de sus tareas. De tal manera el reto consiste en lograr que los estudiantes lleven a cabo métodos activos, resuelvan problemas haciendo uso de información, y realicen trabajos colaborativos, y autoevalúen el proceso para ser capaces de lograr un aprendizaje autónomo. (Hernández, 2007).

Rol del docente en la estimulación: Desde la perspectiva constructivista de la enseñanza, la intervención del profesor es una ayuda insustituible en el proceso de construcción de conocimientos por parte del alumno, es decir sin la ayuda del maestro es muy probable que los alumnos no alcancen objetivos educativos (Soler, 2009).

Por otro lado, el proceso existente en las escuelas, debe ser un proceso recíproco que se da de tal manera que mientras el maestro enseña, recuerda los conocimientos adquiridos y no sólo hace que el alumno aprenda, sino que él aprende también (Freire, 2010).

El rol del maestro, según el Constructivismo la función del docente es guiar al alumno proporcionándole materiales apropiados, pero lo esencial es que el niño una vez que entienda algo, debe construirlo por sí mismo, debe reinventarlo, es decir, adecuar las lecciones formales para promover el aprendizaje activo por su parte. En otras palabras, el trabajo del maestro no es solamente transmitir hechos y conceptos o reforzar en forma activa respuestas correctas, sino que su función es proporcionar el escenario, los materiales y la guía que permitirá a los niños experimentar la satisfacción intrínseca de descubrir este conocimiento por sí mismo.

De igual forma y en concordancia con la Teoría del Constructivismo, la educación basada en el conocimiento es de importancia crítica, debido a que afirma que la principal finalidad de la educación, es crear adultos que sean capaces de reinventar su entorno, no sólo de reproducir y repetir lo que han hecho otros, sino comprobar lo que señala el Constructivismo que es la importancia de fomentar en el aula la creatividad y el descubrimiento.

En la misma línea se encuentran las aportaciones realizadas por Vygotsky, quien describe en su teoría del aprendizaje sociocultural que el maestro debe ser una

influencia educativa, entendida como la ayuda prestada por el profesor a la actividad constructiva del alumno. De acuerdo con esta teoría, la influencia educativa eficaz consiste en un ajuste constante y sostenido de ayudas, por parte del maestro, a lo largo del proceso de construcción de aprendizajes de los alumnos.

De lo anterior es posible señalar que, al concebir la aportación o intervención del maestro como una ayuda, se sostiene que el verdadero constructor del conocimiento es el alumno, pero que, sin la ayuda del maestro, el alumno no alcanzaría las aproximaciones deseadas sobre los objetivos y contenidos de aprendizaje. En este sentido, la intervención del maestro no puede ser pensada en función de un método específico, único y aplicable a cualquier situación de enseñanza. Si no por el contrario, las intervenciones del maestro tienen que ser de diversos tipos, ajustadas a las características y necesidades de los alumnos, a fin de brindar la ayuda pedagógica que requieren para construir aprendizajes significativos.

Para Paulo Freire, “el rol del maestro va más allá al afirmar que es un ser comprometido con la transformación de la sociedad ya no solamente comprometido en el aula y quien con una metodología de preguntas y diálogo, la convierten en una colectividad menos arbitraria” (Freire, 2001, p. 112). El maestro según la pedagogía liberadora de Freire ejerce un papel de aprendizaje mutuo con sus estudiantes, no impone su contenido, sino que fomenta la crítica para lograr conjuntamente el aprendizaje sobre temas sociales y de interés general (Freire, 2001).

Al respecto Freire (1990, p. 75) dice “El rol del educador consiste en proponer problemas en torno a situaciones existenciales codificadas para ayudar a los educandos a alcanzar una visión cada vez más crítica de su realidad” Es decir, para Freire la práctica docente es una práctica social, no es posible ubicar el papel del

docente solamente en el logro de ciertos objetivos planteados en un programa escolar, ni el conocimiento y uso de ciertas técnicas didácticas, ni el control de su grupo con normas disciplinarias, ya que se estaría reduciendo el papel del docente solamente a su participación educativa en el ámbito del aula. El desempeño docente implica de nuevo tomar en cuenta la vinculación entre los niveles de lo social, lo institucional, lo grupal y lo individual. El trabajo del aula representa la cristalización que el docente realiza a partir de la relación que establece entre la sociedad, la educación y las determinantes de esta relación en la institución donde labora (Freire, 2010).

Para cumplir con esa función Freire propone que el maestro ponga todo su empeño en ser creativo, que posea una alta dosis de imaginación para la consecución de los medios que le puede o no ofrecer el entorno y que le permitan con su utilización crear conciencia crítica y sentido de autonomía en sus estudiantes, quienes compartirán sus puntos de vista y dudas con un educador, promotor de oportunidades y no un simple transmisor de conocimientos.

La pedagogía de la alfabetización crítica que McLaren (2005) fomenta en concordancia con Paulo Freire, ambas conciben la enseñanza como un proceso de construcción de la identidad individual que facilitará la autoformación y formación social de individuos quienes se enfrenten a los espacios de la cultura común. Será necesario entonces, fortalecer el carácter de los educandos para que sean capaces de liberarse de las prácticas pasadas, en donde solamente eran sujetos pasivos del aprendizaje para convertirse en constructores de sus propias vidas, generando individuos responsables frente a sus iguales.

La idea es pensar a los profesores como intelectuales transformativos. Toda actividad humana implica alguna forma de pensamiento y existe la capacidad humana

de integrar pensamiento y práctica. Así (Mc Laren & Giroux, 2007) proponen pensar a los profesores como profesionales reflexivos de la enseñanza. Este modelo critica al tradicional, en donde los docentes son meros ejecutores; los profesores deben ejercer activamente la responsabilidad de plantear lo que enseñan, sobre la forma y los objetivos generales. Tienen que desempeñar un papel responsable en la configuración de los objetivos y las condiciones de la enseñanza escolar

Este modelo, propone a los docentes como activos y reflexivos, con funciones sociales dentro de una sociedad libre y democrática; los docentes son un eje de la enseñanza y deben establecer una reconciliación entre conocimientos y reflexión. El profesor, más que un trabajador dentro del aula, es un trabajador cultural, porque también trabaja en los lugares en donde confluyen el conocimiento, el poder y la autoridad.

El proceso de enseñanza-aprendizaje es un proceso conjunto entre el profesor y sus alumnos, por lo que la manera en que el maestro presenta los contenidos a aprender, es muy importante; en este sentido, el maestro debe saber que la tarea y la estructura que da a la misma tiene que ajustarse a la diversidad de las respuestas de los alumnos, tiene que observar el proceso que siguen los alumnos para apropiarse de un contenido, ya que esta observación es la base para su intervención.

A manera de resumen es posible señalar que el rol del profesor dentro del aula va más allá de la mera transmisión de conocimientos, es un trabajador cultural debido a que la educación está fuertemente relacionada con los cambios sociales, por lo que los docentes están inmersos en un proceso de cambio constante y relaciones que hacen de esta práctica educativa una labor más compleja comparada con otras y si a

lo anterior le añadimos la importancia socio cultural de la enseñanza la complejidad crece aún más.

Se debe considerar dentro de la labor docente, la motivación de los alumnos para la adquisición de nuevos conocimientos, generando un ambiente estimulante, acorde a sus capacidades de aceptación y confianza en el cual el alumnado se sienta con la seguridad de participar y en consecuencia, contribuir a una representación personal positiva.

2.3.3. Relacionados con el Aprendizaje de la Función Lineal

2.3.3.1 Función Lineal

Una función lineal es toda expresión polinómica de primer grado, es decir el exponente de las variables dependiente e independiente es uno (1). Algebraicamente una función lineal se conoce como toda aquella expresión del tipo $f(x)=mx$ o $y=mx$, donde m es una constante que pertenece al conjunto de los números Reales, $m \neq 0$.

“Y” se denomina variable dependiente, X es la variable independiente y m se conoce como pendiente, coeficiente angular o coeficiente de proporcionalidad. Por ejemplo: La función $f(x)=5x$ es la función lineal que multiplica todos los números por cinco. La siguiente es la Tabla de valores para la función:

X	- 4	- 2	0	1	5	9,7	15	100
F(x)	-20	-10	0	5	25	48,5	75	500

Figura 1: Ejemplo tabla de valores de una función lineal

El número m de la expresión $f(x)=5, mx$ puede ser negativo, decimal, una fracción, un irracional, etc.

Los siguientes son algunos ejemplos de funciones lineales:

$$f(x) = -4x, \quad g(x) = 5,75x, \quad h(x) = -\frac{3}{4}x, \quad q(x) = \sqrt{2}x$$

Las funciones lineales permiten estudiar las relaciones de proporcionalidad entre dos magnitudes. Además, la pendiente de la recta de una función indica el cambio de la variable Y por cada unidad de la variable X .

2.3.3.2 Representación Gráfica de la Función Lineal

La gráfica de la función como la palabra lo dice, es una línea recta, que siempre pasa por el origen del plano cartesiano, es decir por el punto $(0,0)$, creciente cuando $m>0$ y decreciente cuando $m<0$.

Para graficar en el plano cartesiano una función lineal, se debe primero realizar una tabla de valores en la cual se le asignan valores arbitrarios a la variable independiente X , y los reemplazamos en la ecuación en forma de función para obtener como resultado los valores de la variable dependiente Y ; formando con ello los pares ordenados, cada par ordenado (x,y) , representa un punto, que luego ubicamos en el plano cartesiano. Posteriormente unimos los puntos por medio de una línea recta (Teniendo en cuenta que por dos puntos

pasa una y solo una recta, es suficiente con la ubicación de dos pares ordenados). como se puede observar en la gráfica de la función $f(x)=5x$, relacionada en la tabla de valores anteriormente (figura 13), la cual se grafica de la siguiente forma:

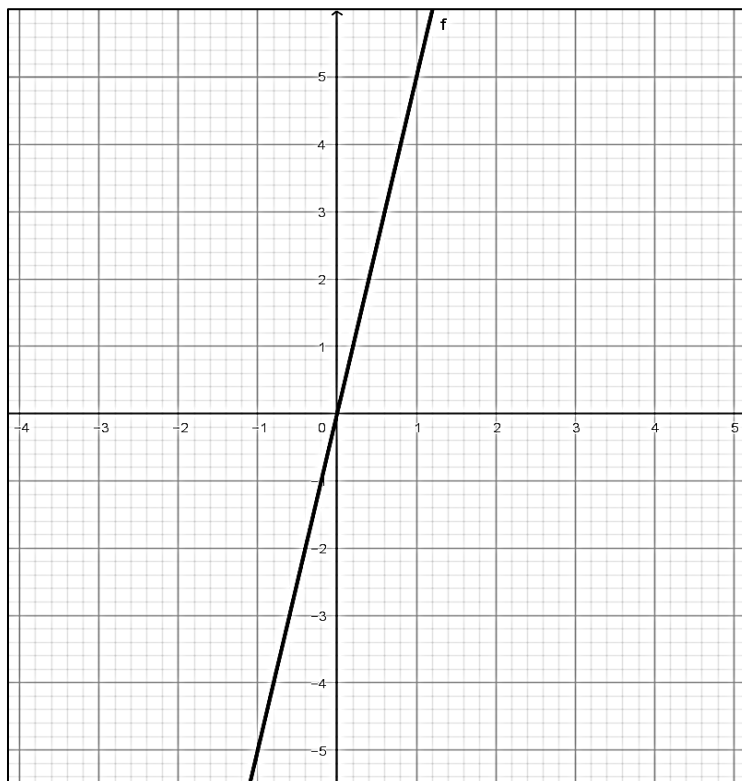


Figura 2: Representación Gráfica de la Función Lineal $f(x)=5x$

La función $f(x)=5x$ se representa con una línea recta que pasa por el punto (0,0) del plano cartesiano, y como $m>0$, entonces, es creciente.

2.3.3.3 Función Afín

La expresión de la forma $y = mx + b$, con m y b números reales, se llama función afín, la cual es familia de la función lineal $y = m$. Su grafica corresponde a una línea recta, creciente si $m > 0$ y decreciente si $m < 0$, que no pasa por el origen del plano cartesiano, es decir no pasa por el punto $(0,0)$.

Al igual que en la función lineal X y Y son las variables independiente dependiente respectivamente, m es la pendiente, coeficiente angular o coeficiente de proporcionalidad y ahora se le adiciona la “ b ” que es el intercepto y o punto donde la recta corta el eje de las ordenadas, es decir, el eje Y en el punto $(0,b)$

En el siguiente gráfico podemos apreciar la familia de funciones de la función lineal $y=2x$ (de color negro), entre las cuales encontramos la función $y=2x-4$ (de color azul) y $y=2x+3$ (de color rojo)

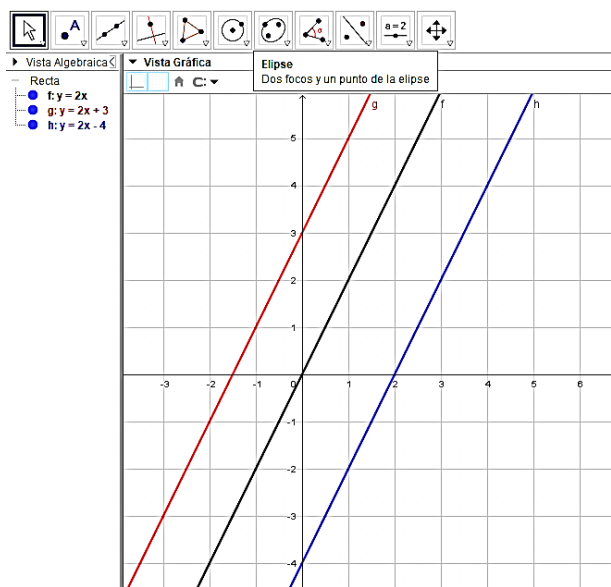


Figura 3: Gráfica de funciones Afín, familia de la función lineal $y=2x$

Como se puede observar las gráficas $y=2x+3$ y $y=2x-4$ no pasan por el origen, por eso se denominan funciones Afín, y cortan al eje de las ordenadas o eje Y en los puntos $(0,3)$ y $(0,-4)$ respectivamente,

2.3.3.4 Álgebra Lineal y la Función Lineal y Afín

Una de las características principales por las que se reconoce una función lineal es la forma que toma al ser graficada en el plano cartesiano. Sin embargo esta forma de caracterizarla produce una ambigüedad, debido a que tanto la expresión $y = f(x) = mx$ como la expresión $y = f(x) = mx + b$ tienen como gráfica cartesiana asociada una línea recta. Es decir, a veces una función lineal tiene la forma:

$$f: R \rightarrow R$$

$$x \rightarrow y = mx + b$$

Y a veces presenta la forma

$$f: R \rightarrow R$$

$$x \rightarrow y = mx$$

Caso particular del anterior; a la primera definición se le llama con frecuencia función afín. La ambigüedad descrita se presenta en diversos textos tanto de nivel básico, técnico o profesional. El concepto de función lineal se presenta en algunos como una función cuya gráfica es una línea recta (cualquiera), en otros, como casos particulares de rectas que pasan por el origen. Se tiene en Cálculo

de Hughes Hallett, Gleason, & al., (1997) que se define la función lineal como aquella que tiene forma $y = f(x) = b + mx$ se aclara que su gráfica es una línea con las condiciones de que m es la pendiente o razón de cambio y b es la intersección vertical. En el mismo texto se distingue la proporcionalidad como caso particular de la función lineal definiendo que si y es directamente proporcional se cumple que $y = k \cdot x$. En El Cálculo de Louis Leithold (1998) se define análogamente la función lineal y además hace explícito el caso de una función lineal particular $f(x) = x$ planteando ser llamada identidad. En Cálculo y Geometría Analítica de Larson, Hostetler, & Edwards (1999) se trabaja la recta presentando diferentes elementos y formas analíticas de mostrarse, no se menciona en el apartado la palabra función y se emplea: ecuación lineal. En el texto Cálculo de Tom Apóstol (1988, p. 66) se menciona: “una función g definida para todo real x mediante una fórmula de la forma $g(x) = ax + b$ se llama función lineal porque su gráfica es una recta. El número b es la ordenada en el origen, es la coordenada y del punto $(0, b)$ en el que la recta corta al eje y . El número “ a ” es la pendiente de la recta” (Apostol, 1988, p. 66).

2.3.3.5 Ecuación General De Una Recta

La expresión algebraica $ax + by + c = 0$, en la cual a , b , y c son números reales, representa una línea recta. Para demostrar analíticamente que esta ecuación denominada “ecuación general de la recta”, “ecuación implícita de la recta” o “ecuación completa de primer grado en las variables x e y ” representa

en verdad una línea recta, basta con despejar la variable Y y nos daremos cuenta que se obtiene la expresión:

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$$

La ecuación $ax + by + c = 0$ se denomina ecuación general de la recta porque a además de todas las rectas oblicuas que no pasan por el origen, representada, las demás rectas se pueden trazar en el plano a saber:

- Si $c=0$, la ecuación se reduce a $ax + by = 0$, es decir, a $y = \left(-\frac{a}{b}\right)x$, que es misma ecuación de la función lineal, es decir de una recta que pasa por el origen.
- Si $b=0$, la ecuación se reduce a $ax + c = 0$, o sea, $x = \left(-\frac{c}{a}\right)$, que es la ecuación de una recta paralela al eje Y
- Si $a=0$, la ecuación se reduce a $by + c = 0$, es decir, $y = \left(-\frac{c}{b}\right)$, que es la ecuación de una recta paralela al eje X
- Si $a=0$ y $c=0$, la ecuación se reduce a $y=0$, que es la ecuación del eje X

2.3.3.6 Ecuación Común o Explícita De Una Recta

Observemos una línea recta que no pasa por el origen del sistema cartesiano. Si $B(0, b)$ es el punto de intersección de la recta con el eje Y (figura 16) y $P(x, y)$ es un punto de ella, al trazar por B la paralela al eje X y por P la paralela al Y, se obtiene el punto $Q(x, b)$.

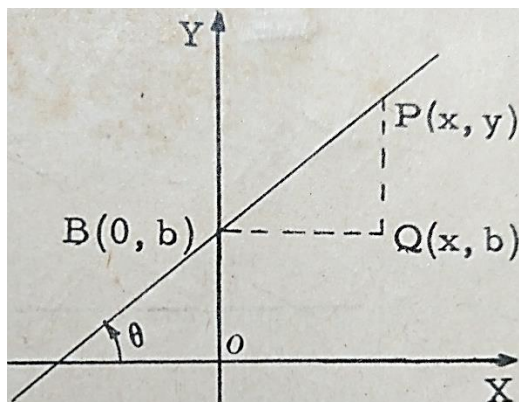


Figura 4: Representación del Intercepción Y y la Pendiente en la ecuación explícita de la recta

Como el ángulo $QBP = \theta$ el coeficiente angular de la recta es:

$$m = \frac{QP}{BQ}$$

Expresando los segmentos orientados QP y BQ a través de las coordenadas de sus extremos, se obtiene la expresión

$$y = \frac{y - b}{x}$$

o, también $y = mx + b$, que es la “forma común” de la línea recta, que también es llamada “forma pendiente – intercepción” o “forma explícita”

2.3.3.7 Pendiente de la Recta

La pendiente de la recta, llamada también coeficiente de proporcionalidad o coeficiente angular, cuyo símbolo es (m), es la inclinación de la recta con respecto al eje X o también, $m = \tan\theta$ la cual indica una variación de Y con respecto a X, o una razón de cambio entre dos variables. Observemos la justificación gráfica:

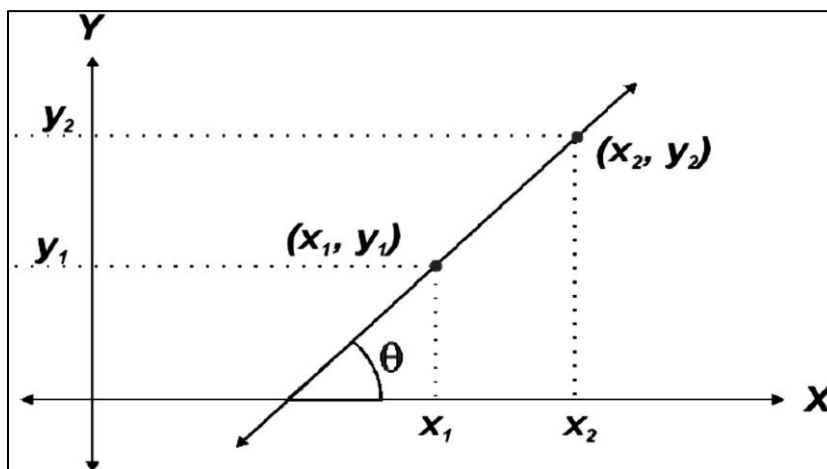


Figura 5: Justificación Gráfica de la Pendiente de la Recta

Calculo de la pendiente de la recta, La pendiente de una recta es la tangente del ángulo que forma la recta con la dirección positiva del eje de abscisas. Sean $P1(x_1, y_1)$ y $P2(x_2, y_2)$ dos puntos de una recta, no paralela al eje Y, la pendiente se calcula mediante la expresión:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Si la pendiente (m) es mayor que 0 se dice que la pendiente es positiva y la función es creciente y la gráfica va desde el tercer al primer cuadrante. Si la pendiente es menor que 0 se dice que la pendiente es negativa, la función es decreciente y su gráfica va desde el segundo al cuarto cuadrante. Si la pendiente es igual a 0 la recta es paralela al eje (x) del plano cartesiano, y si la pendiente es indefinida la recta es paralela al eje (y) del plano cartesiano

2.3.3.8 Ordena en el Origen o Intercepto Y

En toda función Afín expresada en forma explícita $y = mx + b$ se llama intercepto Y u ordenada en el origen al punto $(0, b)$, en el cual la recta corta al eje Y conocido también como eje de las ordenadas. Esto significa que si reemplazamos la variable X por cero (0), y multiplicamos por la pendiente (m) se obtiene como resultado la expresión $+b$

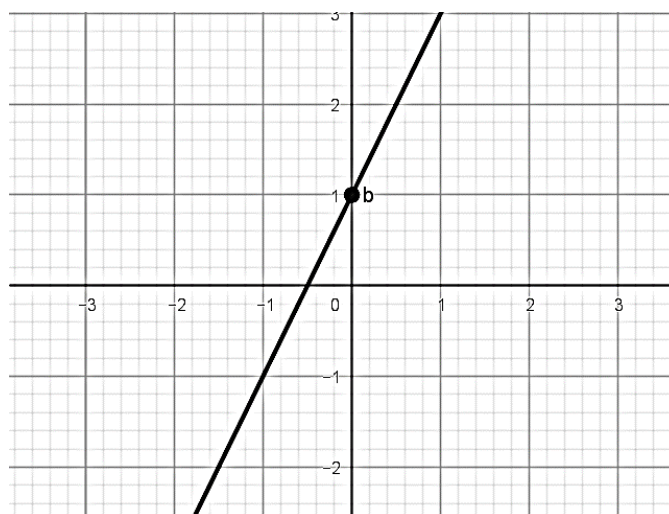


Figura 6: Representación intercepto Y de la recta

Como se puede observar en la figura anterior, la gráfica $y = 2x + 1$, la recta corta al eje Y en el punto $(0, 1)$ o $y = 1$

2.3.3.9 Ecuación de la recta conocidos un punto y la pendiente

Uno de los tipos de ecuación lineal es la forma punto-pendiente. En esta ecuación conocemos la pendiente de la recta y las coordenadas de un punto de ella. La forma punto - pendiente de la ecuación lineal se escribe como $(y - y_1) = m(x - x_1)$ En ésta ecuación, m es la pendiente, y (x_1, y_1) son las coordenadas del punto.

2.3.3.10 Ecuación de la recta conocidos dos puntos de ella

Dados dos puntos de una recta (x_1, y_1) y (x_2, y_2) , entonces la ecuación de la recta está dada por la expresión:

$$\frac{y - y_1}{y - y_2} = \frac{x - x_1}{x - x_2}$$

Esta ecuación también se denomina ecuación continua de la recta. A partir de esta ecuación continua es posible determinar la ecuación de la recta $y = mx + b$

La ecuación de la recta que pasa por dos puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) , también se puede determinar hallando primero la pendiente y luego aplicar la ecuación punto-pendiente.

2.3.3.11 Relación entre las pendientes de rectas paralelas y perpendiculares

Sean las rectas l_1 y l_2 cuyas pendientes son respectivamente m_1 y m_2 , entonces: $l_1 \parallel l_2 \leftrightarrow m_1 = m_2$. Esto significa que "Dos rectas son paralelas si sus pendientes son iguales" (Ver figura 19)

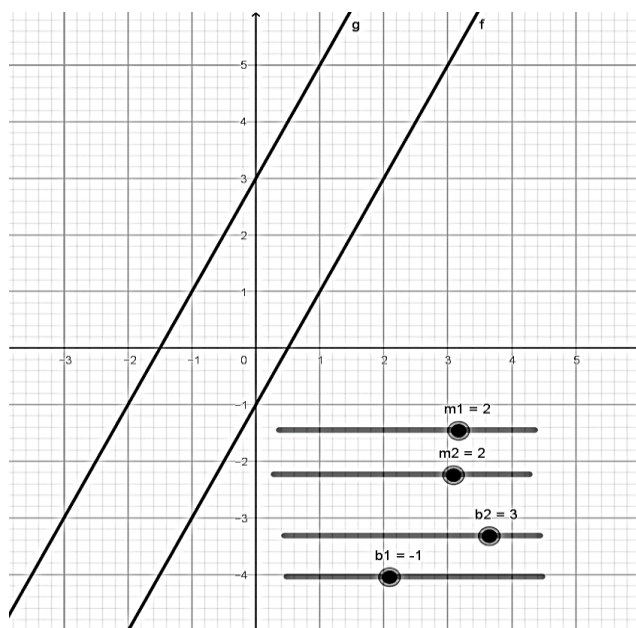


Figura 7: Relación entre las pendientes de Rectas Paralelas

Sean las rectas l_1 y l_2 cuyas pendientes son respectivamente m_1 y m_2 , entonces: $l_1 \perp l_2 \leftrightarrow m_1 * m_2 = -1$. Es decir que “Dos rectas son perpendiculares si el producto de sus pendientes es igual a -1 (ver figura 20)

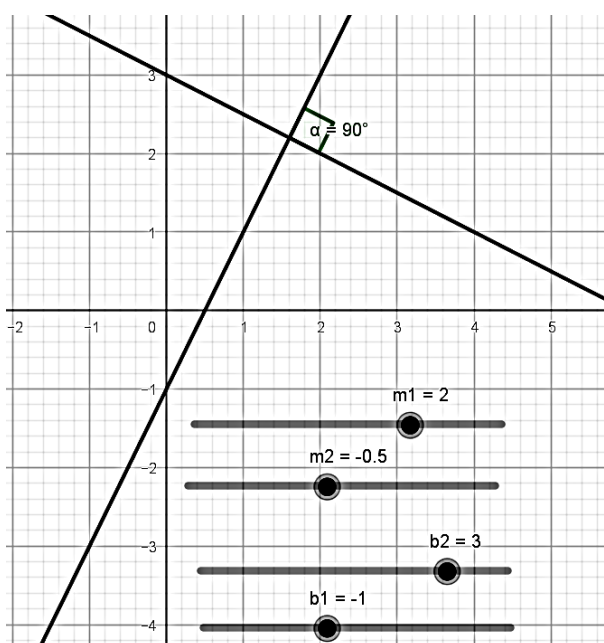


Figura 8: Relación entre las pendientes de rectas perpendiculares

2.3.3.12 Aplicaciones de la función lineal y afín en la solución de Problemas

Muchas ciencias como la economía, la física, la geología y astronomía se valen de las funciones lineales y afín en la modelación y análisis de comportamientos como la velocidad de los objetos, la medida de distancias o el crecimiento proporcional de un elemento entre otras.

Ejemplo 1: Dos ciudades A y B están a una distancia de 227,5 km. Si un carro rojo parte de la ciudad A hacia B con una velocidad de 40 km/h, y al mismo tiempo parte un carro verde desde la ciudad B hacia A con una velocidad de 25 km/h ¿En qué lugar se cruzan los dos carros? ¿Cuánto tiempo emplean? Se puede representar la información mediante una gráfica en la que se muestre la velocidad de los dos autos así:

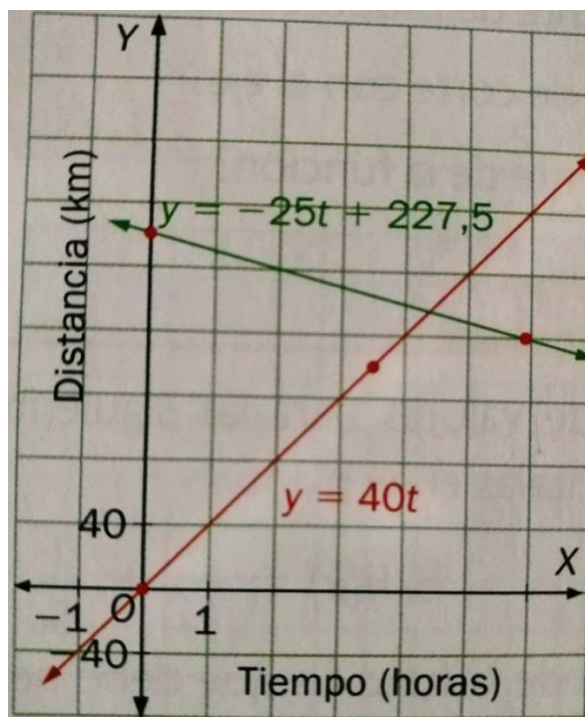


Figura 9: Aplicación de la función lineal ejemplo 1

En la gráfica se observa que la ecuación $y=40t$ representa la velocidad del carro rojo y la ecuación $y= - 25t + 227,5$ representa la velocidad del carro verde. La primera de las expresiones corresponde a una función lineal y la segunda a una función afín.

Para determinar con exactitud el tiempo en el que se cruzan los dos autos se igualan las ecuaciones que representan sus velocidades.

$$40t = -25t + 227.5$$

$$t = \frac{227.5}{65}$$

$$t = 3.5 \text{ h}$$

Al reemplazar $t = 3.5 h$ en la ecuación $y = 40t$ se tiene que $y = 140$. Luego, se concluye que los carros se cruzan a las tres horas y media a una distancia de 140 km de la ciudad A.

Ejemplo 2: Un televisor nuevo cuesta \$1.600.000 y pierde un valor de \$320.000 cada año. Encontrar el valor del televisor cuatro años después de su compra, ¿Cuánto tiempo después de comprado el televisor costará \$320.000?, ¿Cuánto tiempo pasará para que el televisor pierda todo su valor?

Solución:

En este caso la pendiente o constante de proporcionalidad es -320.000 y el intercepto $Y(0,c)$ es 1.600.000 ya que en el año cero el televisor valdrá lo mismo que el precio por el cual se compró. Por lo tanto la función que representa la situación es: $C(t) = -320.000t + 1600000$, y para mayor facilidad se divide toda la expresión por 1000, quedando $C(t) = -320t + 1600$

Para responder la primera pregunta es necesario reemplazar $t=4$ así:

$$\text{Reemplazando } t=320 \qquad C(4) = -320(4) + 1600$$

$$\text{Realizando el producto indicado} \qquad C(4) = -1280 + 1600$$

$$\text{Realizando la adición de enteros} \qquad C(4) = 320$$

Lo cual significa que a los cuatro años de comprado el televisor vale \$320.000

Para responder la segunda pregunta debemos reemplazar la variable dependiente $C(t)$ por 320 y calcular con ello el valor de la variable independiente X , así:

$$\text{Reemplazando } C(t) \text{ por } 320 \quad 320 = -320t + 1600$$

$$\text{Transponiendo términos} \quad t = \frac{1600-320}{320}$$

$$\text{Realizando la resta y luego la división} \quad t = 4$$

En conclusión, cuando el televisor valga solo \$320.000 habrán transcurrido cuatro (4) años.

Para responder la tercera pregunta es necesario reemplazar $C(t) = 0$ y calcular el valor de X así:

$$\text{Reemplazando } C(t) = 0 \quad 0 = -320t + 1600$$

$$\text{Transponiendo términos} \quad t = \frac{1600}{320}$$

$$\text{Dividiendo} \quad t = 5$$

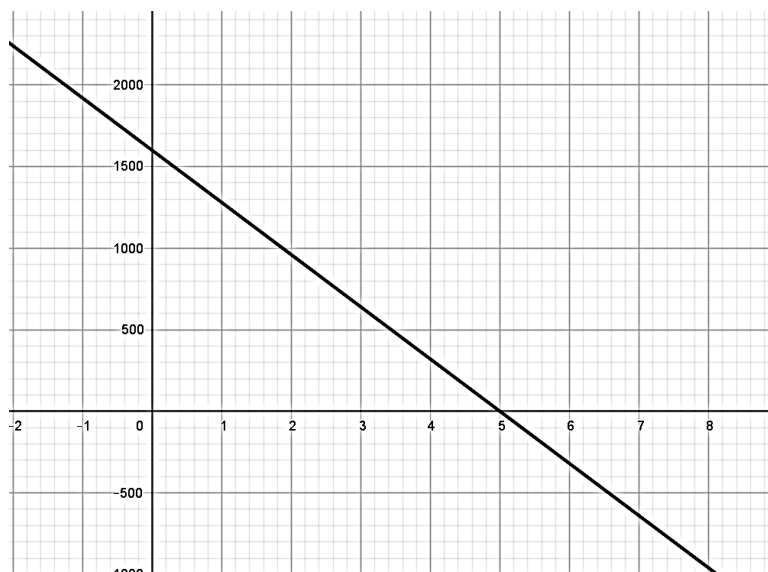


Figura 10: Aplicación Función lineal ejemplo 2

2.3.4 Relacionados con las Tecnologías de la información y la comunicación TIC

2.3.4.1 Las Nuevas Tecnologías En Educación

Desde las últimas décadas del siglo XX las “Nuevas Tecnologías” ha sido la causa de la llamada “Revolución Digital”; revolución que, a diferencia de otras revoluciones, ha conseguido impactantes cambios y transformaciones a partir de lo que hoy se llama Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (TIC).

No obstante, las TIC y en especial la Internet, se desarrollan e incorporan en la vida de los ciudadanos a una velocidad vertiginosa. Los efectos que la Internet y sus múltiples aplicaciones tienen en la vida de los ciudadanos, empresas, instituciones y gobiernos se han manifestado en menos de una década. Por otra parte, si miramos a nuestro alrededor, se observan muchos cambios en la forma de comunicarse, de organizarse, incluso de trabajar o divertirse. Debido a lo anterior, se ha configurado una nueva sociedad, la “Sociedad de la Información” (SI) también denominada como la “Sociedad del Conocimiento”, caracterizada por la posibilidad de conectarse con otros colectivos o ciudadanos fuera de los límites del espacio y del tiempo y de acceder a volúmenes ingentes de información.

Es oportuno mencionar que Las Tecnologías de la Información y la Comunicación no son un instrumento homogéneo, especialmente en el campo de la educación; puesto que algunos usos pueden ser más beneficiosos para algunas asignaturas o conceptos dentro de ellas que otros. Por ejemplo, el uso de software de simulaciones y modelos ha demostrado ser más efectivo para el aprendizaje de

ciencias y matemáticas, mientras que el uso del procesador de textos y software de comunicación (e-mail) ha probado ser de ayuda para el desarrollo del lenguaje y destrezas de comunicación de los estudiantes. (Condie & Monru, 2007)

En este sentido, dada la variedad de funciones y aplicaciones de las TIC, los efectos más claros se encuentran en estudios que han mirado la naturaleza específica de las tareas basadas en el uso de TIC y los tipos de conceptos, destrezas y procesos que pueden afectar (Cox et. al. 2012).

Por otro lado, Pierce, Stacey & Barkatsas (2011), “afirman que la tecnología ofrece nuevos enfoques para la enseñanza y por lo tanto para el aprendizaje dentro y fuera del aula” (Córdoba et. al. 2014). Es por tal motivo que la investigación y la literatura profesional sugieren que los nuevos mediadores didácticos pueden mejorar el aprendizaje a través de canales cognitivos, meta-cognitivos y afectivos, nuevos y diferentes a los ya tradicionales.

Por su parte, Lim Cher Ping (2014) en su documento, afirma que la principal motivación para la integración de las TIC en la educación consiste en promover en los estudiantes su pensamiento constructivo y permitirles trascender sus limitaciones cognitivas de forma simultánea, involucrándolos en ciertas operaciones (cognitivas) que por otros medios tal vez no hubieran podido lograr, de esta manera es posible, según Lim, favorecer el desarrollo de habilidades de orden superior tales como el diseño, la toma de decisiones y la resolución de problemas que requieren análisis, evaluación, relación entre las partes, imaginación y síntesis en un todo integrado.

2.3.4.2 La inclusión de herramientas digitales en el aula de clase

Es pertinente mencionar que la inclusión de herramientas digitales en el desarrollo de una clase implica un cambio significativo en la planificación de la misma. Dicha planificación es de tal importancia, que su ausencia puede atender directamente contra las bondades del software a implementar.

Con base en lo anterior, se hace necesario citar los planteamientos de Carlos Madariaga, quien en su documento *Validación de Software educativos* (2013), sugiere que una buena planeación didáctica para la aplicación de un software educativo debe considerar entre otros aspectos la inserción del programa en el currículo, los objetivos que se persiguen, las características de los destinatarios, metodologías y actividades a desarrollar, recursos necesarios y tiempo de interacción y evaluación de los aprendizajes

Igualmente, es preciso mencionar que en la actualidad existe algo denominado “Entornos Virtuales de Aprendizaje” (EVA), estos son el arquetipo tecnológico que da sustento funcional a las diversas iniciativas de teleformación. Sin embargo, desde su concepción, diseño y posterior empleo en los procesos de aprendizaje, los EVA deben satisfacer una visión pedagógica que enriquezca su constitución tecnológica inherente. Por tal motivo, considerar este requerimiento puede orientar el uso de estas tecnologías más allá de los usos convencionales como simples máquinas, hacia una en que se contemple al aprendizaje como el principal motivo de su inclusión educativa.

En este sentido, los EVA, al producir nuevos contextos o ámbitos de aprendizaje desde una estructura de acción tecnológica, permiten de manera recíproca crear nuevos accesos de representación cognitiva que influyen en las oportunidades de

aprendizaje de quienes interactúan con estos instrumentos. Esta dinámica hace que los Entornos Virtuales de Aprendizaje sean considerados como un potente elemento de mediación educativa. Por ello, debe comprenderse que todo lo anterior se realiza a través de las herramientas de información virtuales, como un sistema de actuación que interviene como condición de aprendizaje y, por ello, deja una huella no sólo en el aprendizaje de un tema, sino que influye en los marcos de pensamiento.

El efecto mediacional de las nuevas tecnologías en el aprendizaje, según Salomon, Perkins y Globerson (1992), pueden ser de dos tipos: “aquello que se puede aprender CON la tecnología, y aquello que se aprende DE la tecnología”. Ambos son efectos mediacionales tecnológicos en los modos de aprender y pensar. Siguiendo esto, cuando se usan las tecnologías, como un EVA, para trabajar un tema de aprendizaje concreto se puede hablar de los efectos CON la tecnología. Recíprocamente, el otro sentido del efecto estaría asociado a las transformaciones cognitivas más o menos duraderas como consecuencia de la interacción con la estructura tecnología en sí, a este “residuo cognitivo” se le puede identificar como efectos DE tecnología. La distinción es de suma importancia, ya que nos hace conscientes de estas dos formas de analizar las consecuencias en un proceso de interactividad persona-tecnología. No obstante, ambos efectos no deben ser percibidos como procesos inconexos, sino como parte de un mismo fenómeno que hay que identificar y valorar al momento de plantear los procesos de aprendizaje con tecnología (Suárez, et. al. 2002).

Basado en lo anterior, es necesario que el docente desarrolle nuevas metodologías que permitan un aprendizaje significativo para sus estudiantes, metodologías que rindan cuenta a la evolución e innovación en la forma de enseñar y

que, por supuesto, aporte a la transformación de la mala imagen y percepción que tiene la gente hacia las matemáticas.

Algunos de los beneficios que tiene la aplicación de las TIC en el aula de clase, tanto para el alumno como para el profesor son entre otros: los nuevos canales y vías de comunicación permiten superar las limitaciones de tiempo, personalidad, privacidad e intimidad presentes en la interacción cara a cara entre el profesor y el alumno, permitir la interacción sincrónica y asincrónica de los estudiantes entre sí y con los educadores sin su presencia física, tener acceso sin horario al material, ambiente y herramientas académicas, los alumnos desarrollan la capacidad de poder mostrar ejemplos y aplicaciones prácticas y los alumnos tienen la posibilidad de realizar actividades individuales o conjuntas con personas distantes sin necesidad de tener que desplazarse a distintos domicilios, incluso tienen la posibilidad de interactuar con estudiantes y educadores de distintos lugares del mundo.

2.3.4.3 El software educativo

Se conoce como software educativo a los programas de computación realizados con la finalidad de ser utilizados como facilitadores del proceso de enseñanza y por consiguiente de aprendizaje, con algunas características puntuales tales como: la facilidad de uso, la interactividad y la posibilidad de personalización de la velocidad de los aprendizajes. (Cataldi, 2000, p. 14)

Los productos propiamente dichos de software educativo, aparecen con la difusión de las computadoras en la enseñanza, según tres líneas de trabajo,

computadoras como tutores, como aprendices y como herramienta. . Una aplicación interesante de las computadoras son las simulaciones porque permiten al alumno ponerse en contacto con una situación real que de otro modo nunca podría hacerlo, tal es el caso de los simuladores de vuelo o de una planta nuclear. Se presenta artificialmente una situación real y con gran uso de recursos gráficos e interactivos. Las computadoras pueden enseñar ciertas habilidades que no son posibles con los métodos tradicionales, y el aprender a programar ayuda a la resolución de problemas al modelado y división del problema en partes más pequeñas. También a la detección y corrección de errores. (Lepper, 1985) citado por (Cataldi, 2000, p. 12)

2.3.4.4 Clasificación del software educativo

Una clasificación factible de los programas puede ser: tutoriales, simuladores, entornos de programación y herramientas de autor.

Los programas tutoriales, son programas que dirigen el aprendizaje de los alumnos mediante una teoría subyacente conductista de la enseñanza, guían los aprendizajes y comparan los resultados de los alumnos contra patrones, generando muchas veces nuevas ejercitaciones de refuerzo, si en la evaluación no se superaron los objetivos de aprendizaje.

Los programas simuladores, ejercitan los aprendizajes inductivo y deductivo de los alumnos mediante la toma de decisiones y adquisición de experiencia en situaciones imposibles de lograr desde la realidad, facilitando el aprendizaje por descubrimiento.

Los entornos de programación, tales como el Logo, permiten construir el conocimiento,

paso a paso, facilitando al alumno la adquisición de nuevos conocimientos y el aprendizaje a partir de sus errores; y también conducen a los alumnos a la programación.

En la búsqueda permanente del mejoramiento de los procesos de enseñanza y de aprendizaje, se encuentra una herramienta poderosísima en los sistemas hipermediales, como un subconjunto del software educativo en general.

Se puede definir un sistema hipermedial como la combinación de hipertexto y multimedia. (Cataldi, 2000, p. 15)

2.3.4.5 La herramienta digital GeoGebra

Muchas veces el estudio de la geometría se resume a mostrar fórmulas, perímetros, áreas y volúmenes, por esta razón los estudiantes no son motivados a trabajar dichos contenidos. Para corregir lo anterior se propone utilizar como instrumento de mediación la herramienta digital GeoGebra, ya que esta permite que los temas propios de la geometría puedan ser enseñados y, por ende, aprendidos de forma más amena y significativa.

Cabe señalar que GeoGebra es un software de libre acceso y uso, por lo tanto, este programa puede descargarse desde un computador que tenga acceso a internet o puede ser utilizado en línea. Igualmente, GeoGebra es considerado como un software de geometría dinámica y su uso se hace cada vez más popular. Una muestra de ello son las tres asociaciones existentes actualmente en España (Associació Catalana de Geogebra, el Instituto Geogebra de Cantabria y el Instituto Geogebra de Andalucía), las cuales forman parte de la red del "International Geogebra Institute",

cuya finalidad es de difundir el uso de GeoGebra, certificar que el usuario adquiriera los conocimientos exigidos, desarrollar la aplicación y ayudar al profesorado en el desarrollo de sus metodologías.

Hay dos tipos de usos que se le pueden dar a Geogebra, uno expositivo en sala y un de uso interactivo. Para el uso en sala se necesita disponer de un computador, un proyector y haber descargado e instalado previamente el software en pc. Básicamente lo mismo que se requiere en la proyección de diapositivas PPT. No se hace referencia a la utilización de elementos adicionales muy complejos. En estos términos, todo profesor que maneje los contenidos puede dar una clase con GeoGebra.

Básicamente lo que cambia en el trabajo con GeoGebra en relación con una clase tradicional, es que, en vez de que el profesor vaya donde el estudiante, le enuncie y le escriba las propiedades de algo, con este software, el mismo estudiante las descubre y ese es un aprendizaje significativo. Si el alumno escribe y copia, lo más probable es que se le olvide lo estudiado. Pero si él, con la manipulación del objeto va descubriendo sus propiedades, eso queda grabado y no lo olvidará. En el fondo lleva al estudiante a un aprendizaje más significativo, de largo plazo.

Con el trabajo con este software, cobra sentido el explorar, descubrir y manipular. El tema conceptual es muy fuerte, lo procedimental de alguna manera queda un poco más de lado, porque GeoGebra hace muchas cosas de forma automática, pero nos damos cuenta de cómo eso se relaciona con lo conceptual, entonces en el fondo viene a suplir o a equilibrar algo que estaba desequilibrado en las clases convencionales, que tiene que ver con esto de hacer procedimientos algorítmicos, mecánicos, automáticos, y en un minuto no entendemos lo que estamos

haciendo. Es decir, que mediante la visualización, estas representaciones gráficas, vienen a ser un sustento para la demostración y eso es muy potente

Para dar una visión un poco más amplia del funcionamiento de GeoGebra se presentará un breve ejemplo (Figura 1 y 2) de lo fácil que puede ser calcular el dibujo de una recta; en el ejemplo se observa que un usuario al dar click sobre la cuadrícula y al seleccionar los puntos que deseó, permitió que el programa hiciera una representación gráfica de la ecuación planteada:

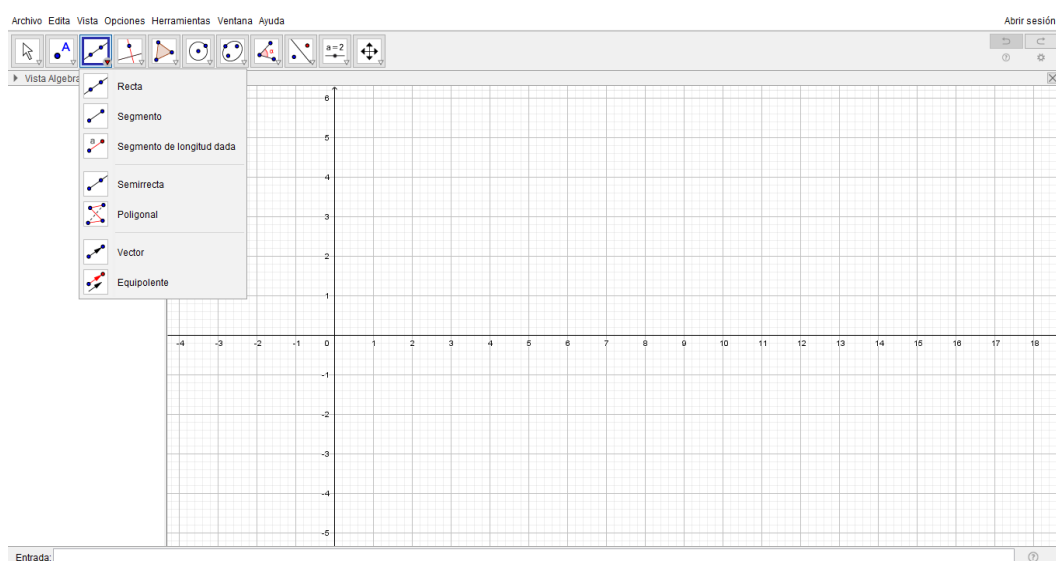


Figura 11 Ventana de herramienta digital GeoGebra, Ejecución herramienta rectas

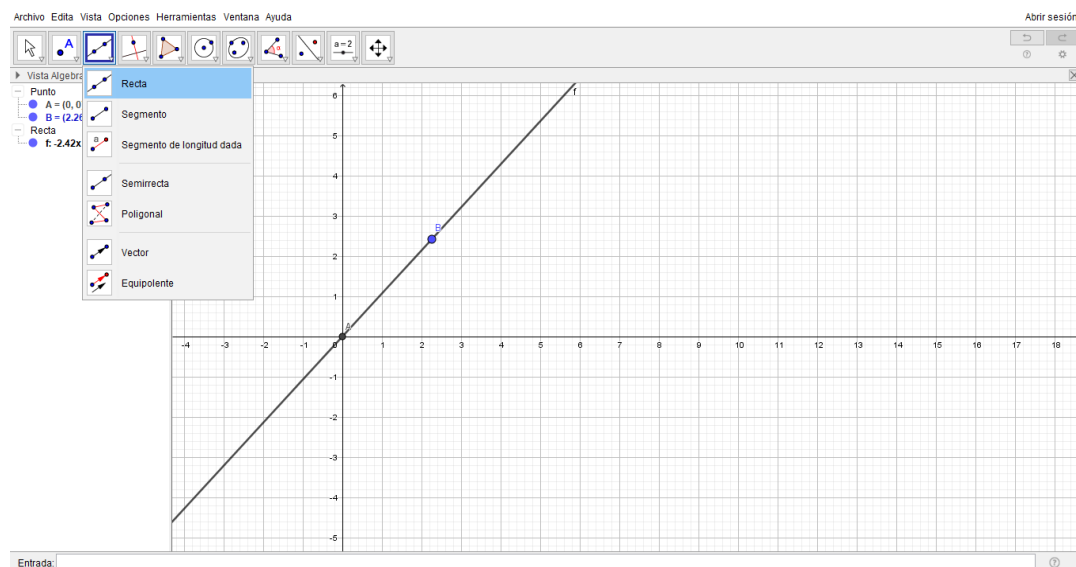


Figura 12 Ventana Herramienta Digital GeoGebra, ejecución comando recta que pasa por dos puntos

En las imágenes anteriormente expuestas, se observa lo sencillo que es proporcionar múltiples representaciones de un mismo objeto matemático utilizando GeoGebra, por lo tanto, si este tipo de actividades se aplican en el aula de clase puede fomentarse fácilmente la comprensión de conceptos matemáticos en los estudiantes.

Con base en la información dada por la misma herramienta digital GeoGebra se dará a conocer las características del entorno de trabajo, cuáles son las funciones de sus herramientas y cómo se define cada una:

- i. **Vista gráfica de GeoGebra**, Parte de las apariencias usuales, es la vista de registro gráfico de los objetos creados y está encabezada por la Barra de Herramientas Gráficas y sendos botones, Deshace/Rehace, en el extremo derecho de la Barra de Título que se hacen visibles al acercarlos el ratón o mouse.

- ii. **Vista Algebraica de GeoGebra**, Por omisión, la Vista algebraica se abre junto a la Vista Gráfica. La Barra de entrada aparece al pie de la ventana de GeoGebra (versión de Escritorio) o como una Línea de entrada integrada a la Vista algebraica (versiones Web y tabletas). La barra de herramientas gráficas se muestra en el margen superior de la ventana, con los botones Deshace / Rehace en la esquina superior derecha.
- iii. **Vista hoja de cálculo de GeoGebra**, aparte de las apariencias usuales, esta vista, aledaña por omisión a la Gráfica, está encabezada por la Barra de herramientas y sendos botones, "Deshace"/"Rehace", en el extremo derecho de la Barra de Título que se hacen visibles al acercarlos el ratón o mouse.

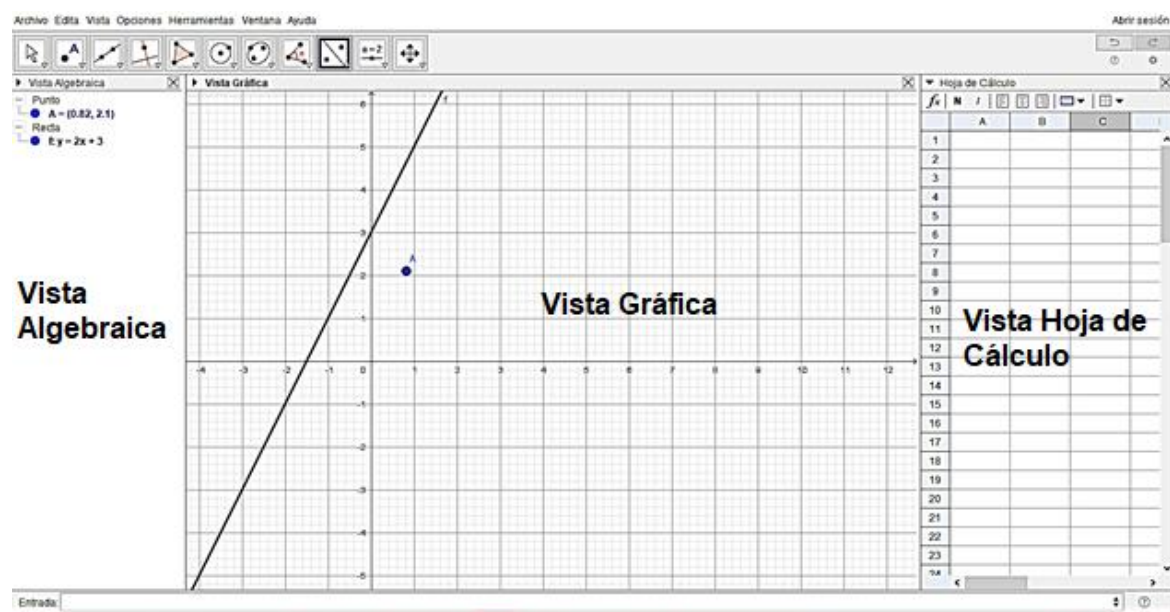


Figura 13: Vistas Algebraica, Gráfica y Hoja de Cálculo de GeoGebra

- iv. **Barra de herramientas de la vista gráfica de GeoGebra**

Está compuesta por una serie de íconos ubicada en la parte inferior inmediatamente de la barra de título de la ventana, iniciando en su parte izquierda con la herramienta selección o desplazamiento y finaliza en su parte derecha con los botones de Deshacer/Rehacer. Cada ícono en la Barra representa una herramienta que contiene una selección de las del mismo tipo que se despliegan con un clic sobre la que caratula la caja (versión web o para Tablet de GeoGebra) y la flechita del extremo inferior derecho del cuadro del ícono (versión de escritorio).



Figura 14: Barra de Herramientas vista gráfica de GeoGebra, versión de escritorio

Herramienta Selección, en ella encontramos los comandos elige y mueve, gira en torno a un punto, figura a mano alzada y lápiz

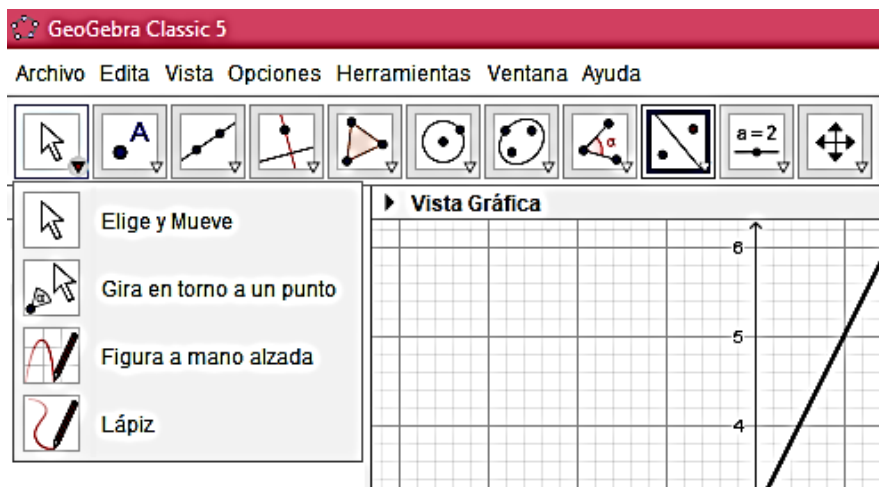


Figura 15: Comandos de la Herramienta Selección de GeoGebra

Herramienta puntos, que contiene los comandos punto, punto en objeto, limitar/liberar punto, intersección, número complejo, extremos y raíces

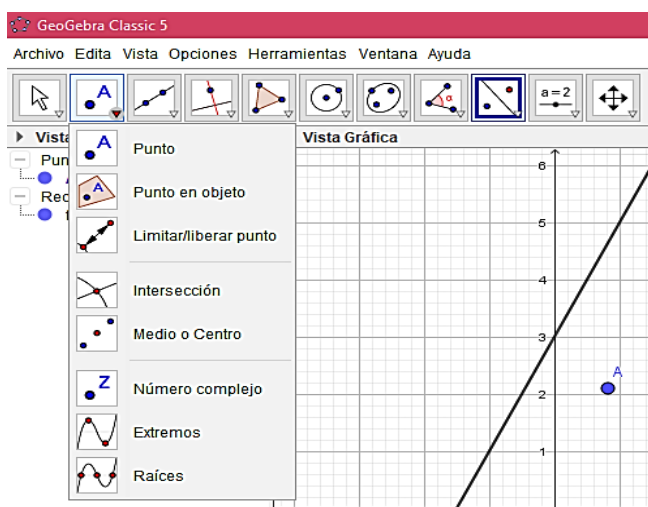


Figura 16: Comandos de la Herramienta Puntos de GeoGebra

Herramienta rectas, en ella se despliega un menú que contiene los comandos recta que pasa por dos puntos, segmento, segmento de longitud dada, semirrecta, poligonal, vector y equipolente.

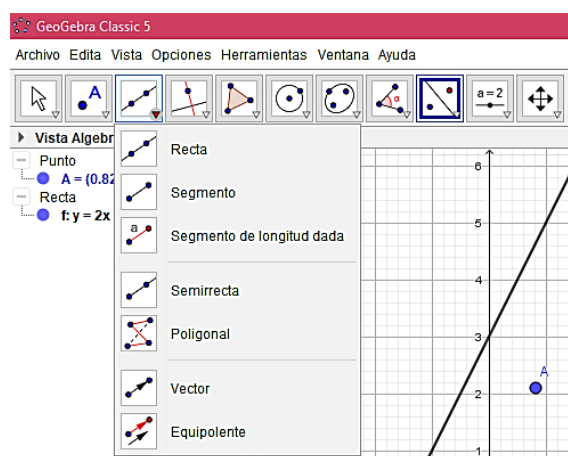


Figura 17: Comandos de la Herramienta Rectas de GeoGebra

La herramienta Trazados, nos permite crear rectas perpendiculares, paralelas, mediatrices, bisectrices, tangentes, polares y conjugados, ajustes lineales, y lugares geométricos

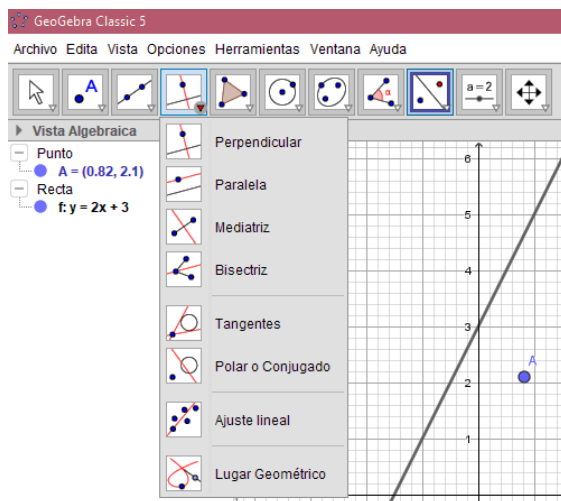


Figura 18: Comandos de la Herramienta Trazados GeoGebra

Con la herramienta polígonos, podemos dibujar polígonos, polígonos regulares, polígonos rígidos, polígonos vectoriales

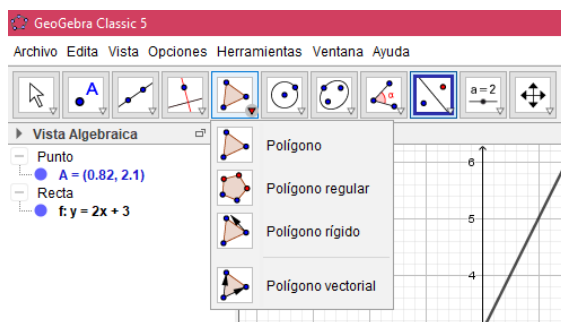


Figura 19: Comandos de la Herramienta Polígonos de Geogebra

Circulares Estas herramientas están, por omisión, agrupadas bajo el ícono Circunferencia (centro-punto). No lo describiremos ya que para nuestro objetivo no se necesita.

Secciones cónicas Estas herramientas están agrupadas, por omisión, en la Barra de Herramientas bajo el ícono Elipse. No será necesario describirla, ya que para nuestro objetivo no es necesario.

Mediciones, estas herramientas están agrupadas, por omisión, en la Barra de Herramientas bajo el ícono Ángulo, con ella podremos dibujar ángulos, ángulos dada su amplitud, obtener distancia o longitud de segmentos, calcular áreas, hallar la pendiente de una recta, hacer listas, hallar relaciones entre objetos e inspeccionar funciones

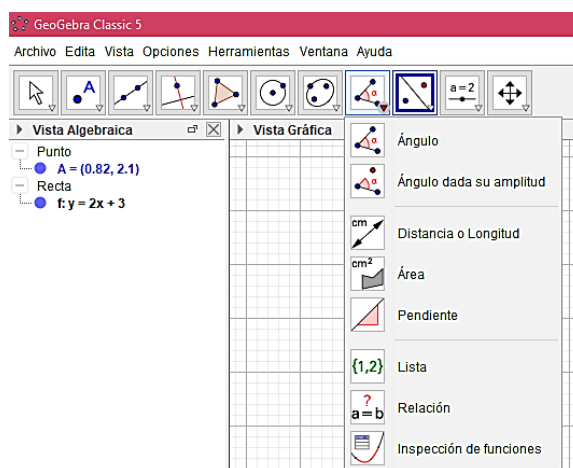


Figura 20: Comando de la Herramienta Mediciones de GeoGebra

Transformaciones Estas herramientas están agrupadas, por omisión, en la Barra bajo el ícono Simetría Axial

Incorporaciones Estas herramientas están agrupadas, por omisión, en la Barra de Herramientas bajo el ícono Texto, nos sirve para insertar texto plano, deslizadores o variables, imágenes, y botones de programación sencilla

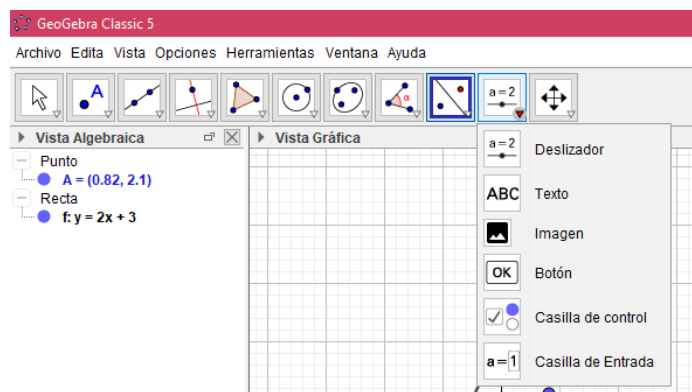


Figura 21: Comandos de la Herramienta Transformaciones de GeoGebra

Generales Estas herramientas están agrupadas, por omisión, bajo el ícono Desplaza Vista Gráfica, también encontramos los comandos aproximar, alejar, mostrar/ocultar objeto, mostrar/ocultar etiqueta, copiar estilo visual y borrar.

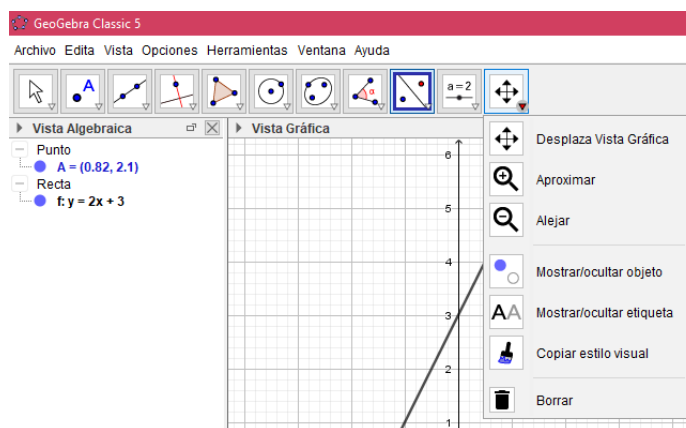


Figura 22: Comandos de la Herramienta Generales de GeoGebra

2.3.4.6 Ambiente virtual de aprendizaje

Un ambiente virtual de aprendizaje puede considerarse como un entorno mediado por la tecnología, lo cual transforma la relación educativa, puesto que la

acción tecnológica facilita la comunicación y el procesamiento, así como la gestión y la distribución de la información, agregando a la relación educativa, nuevas posibilidades y limitaciones para el aprendizaje. A su vez, es preciso mencionar que los ambientes o entornos virtuales de aprendizaje son instrumentos de mediación que posibilitan las interacciones entre los sujetos y media la relación de éstos con el conocimiento, con el mundo, con los hombres y consigo mismo.

Es preciso mencionar que un Entorno Virtual de Aprendizaje (EVA) es definido como un sistema de acción que basa su particularidad en una intención educativa y en una forma específica para lograrlo a través de recursos info-virtuales. Igualmente, los EVA permiten la orientan una forma de actuación educativa dentro de unos márgenes tecnológicos. Esa nueva forma de orientar la acción que nos proporcionan las TIC, y con ello un EVA, facilita entre otras:

Las posibilidades de acceso a la información y a la comunicación (material digital e hipertextual), la libertad del estudiante para orientar su acción, en tanto amplían su concepción del qué, dónde y con quiénes se puede (y es necesario) aprender, la ampliación de estrategias de aprendizaje, la relación con las tecnologías, y las posibilidades de aprender con tecnología y aprender de tecnología.

Los efectos cognitivos gracias a la interacción con la tecnología informacional, que ponen en evidencia que éstas modifican las estrategias de pensamiento, sus formas de representación, las estrategias de metacognición, las formas de ver el mundo y ciertas habilidades de procesamiento y comunicación de la información, que efectivamente sirven de guía, apoyando y organizando, el proceso de aprendizaje

Un re-encuadre del concepto de aula, de clase, de enseñanza y aprendizaje.

Una forma renovada de comprender la interacción entre estudiantes, ya que la eleva exponencialmente a múltiples posibilidades -y limitaciones- de comunicación que sólo pueden hacerse con esta tecnología y no con otras.

La posibilidad de mejorar algunas habilidades cognitivas que dependen directamente del estímulo específico de cada herramienta, ampliando el repertorio de lo que podemos pensar y hacer cooperativamente

Las representaciones simbólicas y herramientas complejas de actuación basadas en la interacción cooperativa entre personas.

Frente a lo anterior, es preciso mencionar que las investigaciones realizadas sobre dicha situación han demostrado que el aprendizaje mediado por el uso de las TIC en los salones de clase ocurre sólo cuando se dan un número de condiciones escolares y pedagógicas específicas, de las que se destacan el acceso adecuado a recursos TIC, los profesores que integran las TIC al currículum, la experiencia escolar y las condiciones institucionales favorables al uso de las TIC. Por otra parte, por sus características especiales (flexibilidad, versatilidad, interactividad), el uso de estas tecnologías en el aula de clase ha puesto en evidencia que es posible hacer del proceso de enseñanza aprendizaje algo más motivacional para el profesor y el estudiante.

2.4 Formulación de Hipótesis

2.4.1 Hipótesis general

El uso de la herramienta digital GeoGebra influye en la comprensión de la función lineal en estudiantes de grado 9º del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra Santander.

2.4.2 Hipótesis específicas

Hipótesis Específica de Investigación No. 1

El uso de la herramienta digital GeoGebra influye en el reconocimiento y gráfica de la función lineal, en estudiantes de grado 9º del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra Santander.

Hipótesis Específica De Investigación No. 2

El uso de la herramienta GeoGebra influye en la comprensión de la pendiente de la recta y el intercepto “Y” de la función lineal en estudiantes de grado 9º del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra Santander

Hipótesis Específica De Investigación No. 3

El uso de la herramienta GeoGebra influye en el mejoramiento de la capacidad para resolver problemas de función lineal en estudiantes de grado 9^o del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra Santander.

2.5 Operacionalización de variables e indicadores

VARIABLE INDEPENDIENTE	DIMENSIONES	INDICADORES	SESIONES
La herramienta digital GeoGebra (X)	1. Vista gráfica (X1)	Usa las herramientas básicas de Geogebra: punto, rectas, etc.	2 sesiones
		Representa la función lineal y afín haciendo uso caja de entrada y la vista gráfica de Geogebra	
		Usa deslizadores de Geogebra para analizar el comportamiento de la función lineal y afín.	
	2. Vista algebraica (X2)	Usa objetos Libres y objetos dependientes	1 sesión
		Introducción al concepto de función lineal	
	Reconocimiento y gráfica de la función lineal y afín	Reconoce situaciones de variación que corresponden a una function lineal y afín	1 sesión
		Emplea representaciones tabulares, gráficas y algebraicas de la función lineal y afín	2 sesiones
		Determina el conjunto de valores que puede tomar una variable en una función lineal y afín	
Pendiente de la recta e intercepto "Y"	Interpreta y calcula la pendiente o coeficiente de proporcionalidad de la recta.	1 sesión	

		Describe las características de la función lineal y afín de acuerdo a la variación de la pendiente.	1 sesión
		Interpreta y calcula la ordenada en el origen o intercepto "y"	1 sesión
	Solución de problemas sobre función lineal	Formula la ecuación de la recta conocidos un punto y la pendiente	1 sesión
		Formula la ecuación de la recta conocidos dos puntos	1 sesión
		Establece relaciones entre pendientes de rectas paralelas y perpendiculares	1 sesión
		Análisis, formulación de problemas y simulación de situaciones sobre función lineal	1 sesión

VARIABLE DEPENDIENTE	DIMENSIONES	INDICADORES	ÍTEMS	NIVELES DE DESEMPEÑO	RANGOS
Aprendizaje de la función lineal (Y)	Reconocimiento y gráfica de la función lineal (Y1)	Reconoce situaciones de variación que corresponden a una función lineal y afín	1	Insuficiente	10 – 39
		Emplea representaciones tabulares, gráficas y algebraicas de la función lineal y afín.	2	Mínimo	40 – 69
		Determina el conjunto de valores que puede tomar una variable en una función lineal y afín.	1	Satisfactorio	70 - 89
	Pendiente de la recta e intercepto "Y" (Y2)	Interpreta y calcula la pendiente o coeficiente de proporcionalidad de la recta.	3	Avanzado	90 - 100
		Describe las características de la función lineal y afín de acuerdo a la variación de la pendiente.	2	Insuficiente	10 – 39
		Interpreta y calcula la Ordenada en el origen o intercepto "Y"	3	Mínimo	40 – 69
	Solución de problemas sobre función lineal (Y3)	Formula la ecuación de la recta conocidos un punto y la pendiente	1	Satisfactorio	70 - 89
		Formula la ecuación de la recta conocidos dos puntos	1	Avanzado	90 - 100
					Insuficiente
				Mínimo	40 – 69

		Establece relaciones entre las pendientes de rectas paralelas y perpendiculares	2	Satisfactorio	70 - 89
		Análisis, formulación de problemas y simulación de situaciones sobre función lineal	4	Avanzado	90 - 100

Tabla 1: Operacionalización de las Variables, dimensiones e indicadores

2.6 Definición de términos básicos

Aprendizaje: “proceso de cambio relativamente permanente en el comportamiento de una persona generado por la experiencia” (Feldman, 2005). Por lo tanto, al referir el aprendizaje como proceso de cambio conductual, asumimos el hecho de que el aprendizaje implica adquisición y modificación de conocimientos, estrategias, habilidades, creencias y actitudes.

Constructivismo: El constructivismo plantea que "cada alumno estructura su conocimiento del mundo a través de un patrón único, conectando cada nuevo hecho, experiencia o entendimiento en una estructura que crece de manera subjetiva y que lleva al aprendiz a establecer relaciones racionales significativas con el mundo" (Aboot & Terence, 1999). Por ello, cabe mencionar a Jean Piaget y a Lev Vygotsky como figuras clave del constructivismo; puesto que Piaget se centra en cómo se construye el conocimiento partiendo desde la interacción con el medio y, por el contrario, Vygotsky se centra en cómo el medio social permite una reconstrucción interna.

Didáctica: Según Díaz Barriga (2007), la didáctica se define como “una disciplina teórica, histórica y política”. Tiene su propio carácter teórico porque responde

a concepciones sobre la educación, la sociedad, el sujeto, el saber, la ciencia. Es histórica, ya que sus propuestas responden a momentos históricos específicos. Y es política porque su propuesta está dentro de un proyecto social (Díaz Barriga, 2007); cabe destacar que esta disciplina es la encargada de articular la teoría con la práctica. Fue Juan Amós Comenio quién acuñó la palabra didáctica en su obra "Didáctica Magna", desarrollada en 1657 (Comenio J. A., 1998).

Hipótesis: Se define como una suposición sin pruebas que se toma como base de un razonamiento. Esta se formula provisionalmente para guiar una investigación científica que debe demostrarla o negarla. Así mismo, la hipótesis es una explicación tentativa del fenómeno investigado, formulada como una propuesta. Puede ser sometida a prueba para su demostración.

Página Web: Esta es conocida como una fuente de información adaptada para la World Wide Web (WWW) y asequible mediante un navegador de Internet. Esta información se presenta generalmente en formato HTML y puede contener hiperenlaces a otras páginas web, constituyendo la *red* enlazada de la World Wide Web.

TIC: Son las siglas que definen las Tecnologías de la Información y la Comunicación. Es, a su vez conjunto de tecnologías que permiten la adquisición, producción, almacenamiento, tratamiento, comunicación, registro y presentación de informaciones contenidas en señales de naturaleza acústica (sonidos), óptica (imágenes) o electromagnética (datos alfanuméricos)

CAPITULO III: METODOLOGÍA

3.1 Tipo y Alcance de la investigación

3.1.1 Tipo de Investigación

De acuerdo al propósito propuesto, solucionar el problema, “bajos resultados en el aprendizaje de la función lineal en estudiantes de noveno grado, esta investigación se puede decir que es de tipo aplicada. Tal como lo expresa Hernández Sampieri (2014), “Tal clase de investigación cumple dos propósitos fundamentales: a) producir conocimiento y teorías (investigación básica) y b) resolver problemas (investigación aplicada)” (Hernández Sampieri, 2014)

3.1.2 Alcance de Investigación

Teniendo en cuenta las perspectivas y los objetivos propuestos por el investigador, el estudio tiene un alcance de tipo explicativo ya que se pretende

establecer las causas o sucesos de los fenómenos que se estudian (Hernández Sampieri, 2014, p. 95)

Los estudios explicativos no se quedan solo en la descripción de conceptos o fenómenos o del establecimiento de relaciones entre conceptos; más bien, están dirigidos a responder por las causas de los eventos y fenómenos físicos o sociales. Como su nombre lo indica, su interés se centra en explicar por qué ocurre un fenómeno y en qué condiciones se manifiesta o por qué se relacionan dos o más variables. (Hernández Sampieri, 2014, p. 95)

3.2 Diseño y Nivel de la Investigación

3.2.1 Diseño de Investigación

Por las condiciones de nuestro estudio y teniendo en cuenta lo dicho por (Hernández Sampieri, 2014) podemos decir que es un diseño de tipo experimental ya que se estudian los efectos que causa en una variable dependiente (Aprendizaje de la función lineal), la manipulación de otra variable independiente (Aplicación de la herramienta digital GeoGebra)

Una acepción particular de experimento, más armónica con un sentido científico del término, se refiere a un estudio en el que se manipulan intencionalmente una o más variables independientes (supuestas causas antecedentes), para analizar las consecuencias que la manipulación tiene sobre una o más variables dependientes (supuestos efectos consecuentes), dentro de una situación de control para el

investigador (Fleiss, 2013; O'Brien, 2009 y Green, 2003 Citados por Hernández Sampieri, 2014)

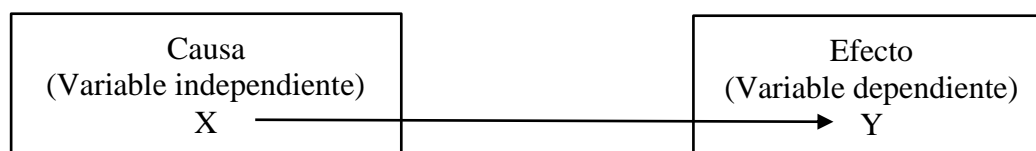


Figura 23: Diseño Experimental (Hernández Sampieri, 2014, p. 131)

En este caso seleccionamos dos grupos un denominado grupo experimental y otro llamado control o testigo. Solo en el primero, se manipula la variable independiente para ver sus efectos en la variable dependiente, la variable dependiente no se manipula, sino que se mide para ver el efecto que la manipulación de la variable independiente causó en ella. (Hernández Sampieri, 2014, p. 131)

3.2.2 Nivel de la Investigación

Por las características del diseño de nuestro estudio y teniendo en cuenta que los grupos con los cuales se trabajó eran grupos intactos, es decir, que ya estaban formado antes del inicio de la investigación se puede asegurar que ésta corresponde a un nivel Cuasi experimental

“Un diseño cuasi experimental es aquel en el cual los sujetos no se asignan al azar a los grupos ni se emparejan, sino que dichos grupos ya están conformados antes del experimento: son grupos intactos”. (Hernández Sampieri, 2014, p. 151)

En tal sentido, se seleccionaron los dos grupos que conformaron la muestra, que constituyeron dos grupos diferentes del mismo grado noveno en la asignatura de matemáticas, de forma que se estableció un grupo experimental (conformado por el grado Noveno “C”, del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria, quienes interactuaron con las herramientas digitales) y un grupo control (Grado Noveno “A” que se utilizó como referencia o control).

G ₁	O ₁	X	O ₂
G ₂	O ₃	–	O ₄

Grupo Noveno C (34 estudiantes) Grupo experimental con X₁

Grupo *Noveno A* (34 estudiantes) Grupo Control

3.3 Enfoque de la Investigación

De acuerdo a lo que plantea Roberto Hernández Sampieri en su libro “Metodología de la Investigación, este estudio encaja dentro de un enfoque cuantitativo, ya que éste es un proceso, deductivo, secuencial y probatorio en el que cada etapa precede a la siguiente sin eludir pasos. (Hernández Sampieri, 2014, p. 3). Es decir, se sigue un estricto orden, pese a que algunas veces se haga necesario redefinir alguna de las fases. Parte de una idea que va perfeccionando y, luego de que se ha delimitado se formulan los objetivos y preguntas de investigación, se revisa la literatura se fundamenta la idea con un marco teórico. De las preguntas se establecen hipótesis y determinan variables;

se formula un plan para probarlas (diseño); se miden las variables en un determinado contexto; se analizan las mediciones obtenidas utilizando métodos estadísticos, y se extrae una serie de conclusiones

El enfoque cuantitativo Utiliza la recolección de datos para probar hipótesis con base en la medición numérica y el análisis estadístico, con el fin establecer pautas de comportamiento y probar teorías. (Hernández Sampieri, 2014, p. 3)

3.4 Población y Muestra

3.4.1 Población

Para llevar a cabo esta investigación se tuvo en cuenta una población de 138 estudiantes pertenecientes a los grupos de noveno A, B, C, y D del Colegio Nuestra señora de la Candelaria del municipio de Cimitarra departamento de Santander 2017 cuyas edades oscilan entre 14 y 17 años

Noveno	Hombres	Mujeres	Total
A	13	21	34
B	19	17	36
C	14	20	34
D	15	19	34
Total Población	61	77	138

Tabla 2: Distribución de la población por salones**Fuente:** programa académico institucional**3.4.2 Muestra**

Se trabajó con una muestra no probabilística, pues se eligieron a los 70 estudiantes de los grados Noveno A y C. 9ºA Con 34 estudiantes fue el Grupo de control, y 9ºC fue grupo experimental integrado por 36 estudiantes. Se seleccionaron estos grupos ya que son los grados donde el investigador tiene su asignación académica como docente. Los sujetos del estudio fueron asignados al grupo experimental y al grupo de control de forma natural, es decir, como están distribuidos en la institución.

MUESTRA			
NOVENO	Hombres	Mujeres	TOTAL
A Grupo Control	13	21	34
C Grupo Experimental	19	17	36
TOTAL MUESTRA	32	38	70

Tabla 3: Muestra de la investigación**Fuente:** programa académico institucional

3.5 Desarrollo del Diseño de Investigación

A grandes rasgos para llevar a cabo la investigación se siguieron los siguientes pasos: 1) Se hicieron, en ambos grupos, una medición "antes" (pre-test) de la variable dependiente (el fenómeno o característica en cual se deseaba apreciar el efecto de la variable independiente llamada también tratamiento o factor causal); 2) A continuación se aplicó o hizo actuar la variable independiente (Aplicación de la herramienta digital GeoGebra) en el grupo designado como experimental; 3) Se hicieron mediciones "después (post-test) en ambos grupos. 4) Finalmente se hicieron comparaciones de las mediciones "después" a ambos grupos, tomando en cuenta los valores de las mediciones hechas "antes".

Fase I: Diseño, validación y aplicación del primer instrumento, el cual consistió en una pre-prueba de 20 preguntas de selección múltiple con única respuesta sobre “Función Lineal y a fin”, a partir de la cual se demostró la existencia del problema y se estableció el nivel de trabajo con la herramienta digital GeoGebra para mediar en el aprendizaje de la función lineal.

Fase II: Se llevaron a cabo durante siete semanas de clase con el grupo experimental (9º C) distribuidas en trece sesiones en las cuales se aplicó el uso de la herramienta digital GeoGebra para realizar el proceso de aprendizaje de la función lineal. El mismo número de semanas se trabajó con el grupo control, pero en este caso se realizó el proceso de aprendizaje mediante la enseñanza tradicional, es decir a ellos no trabajaron con la herramienta GeoGebra.

Las actividades que se realizaron durante las sesiones se describen en la siguiente tabla:

SESIONES	INDICADORES
2 sesiones	Usa las herramientas básicas de Geogebra: punto, rectas, etc.
	Representa la función lineal y afín haciendo uso caja de entrada y la vista gráfica de Geogebra
1 sesión	Usa deslizadores de Geogebra para analizar el comportamiento de la función lineal y afín.
	Usa objetos Libres y objetos dependientes
	Introducción al concepto de función lineal
1 sesión	Reconoce situaciones de variación que corresponden a una función lineal y afín
2 sesiones	Emplea representaciones tabulares, gráficas y algebraicas de la función lineal y afín
	Determina el conjunto de valores que puede tomar una variable en una función lineal y afín
1 sesión	Interpreta y calcula la pendiente o coeficiente de proporcionalidad de la recta.
1 sesión	Describe las características de la función lineal y afín de acuerdo a la variación de la pendiente.
1 sesión	Interpreta y calcula la ordenada en el origen o intercepto "y"
1 sesión	Formula la ecuación de la recta conocidos un punto y la pendiente
1 sesión	Formula la ecuación de la recta conocidos dos puntos
1 sesión	Establece relaciones entre pendientes de rectas paralelas y perpendiculares
1 sesión	Análisis, formulación de problemas y simulación de situaciones sobre función lineal

Tabla 4: Descripción de actividades en las sesiones de clase en el grupo experimental.

Se concibe al estudiante como centro del proceso de aprendizaje, quien interactúa con dicho proceso y con sus demás compañeros de una forma significativa,

mediante el uso de la herramienta digital GeoGebra y la solución de problemas establecidos desde el tópico función lineal, trabajando de forma colaborativa y en equipo, con la orientación constante del docente.

Al inicio de cada sesión de clase el docente expone las pautas generales, la competencia a alcanzar y todo lo concerniente al uso de la herramienta digital GeoGebra y el aprendizaje de la función línea; a su vez, con el fin de desarrollar en los estudiantes dichas competencias y promover tal aprendizaje de forma didáctica se utilizaron herramientas audiovisuales.

El maestro, después de la orientación inicial, entrega a los estudiantes las actividades previas, de conceptualización y de práctica, las cuales deben desarrollar en parejas en el computador asignado

Durante todo el proceso se realizaron actividades de socialización y retroalimentación que permitieron que los estudiantes despejaran las dudas que iban surgiendo de forma colaborativa.

Con el fin de ir siguiendo una secuencia didáctica, las actividades fueron concentradas en el aprendizaje de función lineal y del uso de la herramienta digital GeoGebra, estos ejes fueron la combinación adecuada para el desarrollo de las clases planeadas sobre dicho tema, ya que ello garantizó un trabajo académico y disciplinario.

Fase III: Aplicación del post-test, con el propósito de diagnosticar el nivel de competencias alcanzado por los estudiantes del grado noveno “C” o grupo experimental, frente al aprendizaje de la función lineal, gracias al uso de la herramienta digital GeoGebra. Esto permitió medir las destrezas de los estudiantes en cuanto a la comprensión de conceptos básicos, formas de expresión de la función, gráfica y

comportamiento en el plano y la resolución de problemas, establecidos en la temática y comparar los resultados con los obtenidos en el grupo de control.

Fase IV: Evaluación de los resultados: Después de aplicados el pre-test, las sesiones y el post-test , se analizaron los resultados obtenidos pos los dos grupos con el fin de compararlos y con base en ello confirmar o rechazar las hipótesis y sacar las conclusiones y recomendaciones.

3.6 Técnicas e Instrumentos de Recolección de Datos

3.6.1 Técnicas Recolección de Datos

De acuerdo al diseño y nivel de esta investigación, fue necesaria la utilización de la evaluación escrita como única técnica de recolección de datos, la cual se aplicó dos momentos de la investigación. Al inicio se aplicó la pre-prueba, y al final de la investigación se aplicó la post-prueba para evaluar los resultados finales. Estas se aplicaron a los grupos experimental y control.

3.6.2 Instrumentos de Recolección de Datos

Para la investigación se Diseñó una prueba la cual se aplicó en dos momentos, la primera vez, la pre-prueba o pre-test, se aplicó al inicio a los grupos experimental y control con el fin de demostrar la existencia del problema “bajo desempeño en el aprendizaje de la función lineal” y tener una línea base o estado de referencia, para

compararlo luego con los resultados que causen la aplicación de las sesiones con el uso de la herramienta digital Geogebra en el grupo experimental y los resultados que arroje el aprendizaje obtenido de forma tradicional

La segunda aplicación de la prueba, la post-prueba o post-test se aplicó al final de las sesiones para determinar el nivel de competencia alcanzado por los estudiantes en ambos grupos; en el experimental después de trabajar la función lineal mediante el uso de la herramienta digital GeoGebra y en el grupo de control mediante la pedagogía tradicional.

La prueba fue de tipo ICFES, de selección múltiple con única respuesta. La segunda aplicación de la evaluación sirvió para determinar, en el grupo experimental, el conocimiento adquirido a través de la aplicación de la herramienta GEOGEBRA en el aprendizaje de la función lineal.

3.6.3 Descripción de Instrumentos

Pre test.

Se aplicó el pre test a los estudiantes para saber el grado conocimiento sobre función lineal y sus aplicaciones, el cual constó de 20 preguntas de selección múltiple con única respuesta, en las que se evaluó al estudiante sobre sus conocimientos sobre: reconocimiento y gráfica de la función lineal, pendiente de la recta e intercepto “y” y la solución de problemas sobre función lineal.

Post test.

Finalizadas las clases, en las cuales solo se aplicó o hizo actuar la variable independiente (Aplicación de la herramienta digital GeoGebra) en el grupo designado como experimental, se aplicó nuevamente el test a los estudiantes de los grupos para ver el avance de los estudiantes respecto al tema. Se hicieron mediciones en ambos grupos, se hicieron comparaciones de las mediciones "después" a ambos grupos, tomando en cuenta los valores de las mediciones hechas "antes". La ficha técnica es la siguiente: (ver Tabla 5)

Estadístico		GC	GE
Media		55,5882	78,1944
Intervalo de confianza para la media al 95%	Límite inferior	51,5191	74,4191
	Límite superior	59,6574	81,9698
Error Típico de la Media		2,00005	1,85969
Mediana		55,0000	80,0000
Varianza		136,007	124,504
Desv. típ.		11,66221	11,15813
Mínimo		30,00	55,00
Máximo		75,00	100,00
Rango		45,00	45,00

Tabla 5: Ficha Técnica del estudio estadístico

3.6.4 Validación de Instrumentos

Dos cualidades fundamentales que no deben faltar en todo instrumento de carácter científico para la recolección de datos son la validez y la confiabilidad. Según Pérez (1988) citado por Pumacallahui (2015) Si el instrumento reúne estos requisitos habrá cierta garantía de los resultados obtenidos en la investigación y, por lo tanto, las conclusiones pueden ser creíbles y merecedoras de una mayor confianza. Si esta herramienta de recolección de información es defectuosa, nos llevará a resultados sesgados y a conclusiones equivocadas.

La validez de un instrumento nos indica si este es capaz de cuantificar significativa y adecuadamente el indicador para cuya medición ha sido diseñado. Es decir, que mida la característica (o evento) para el cual fue diseñado y no otra similar. Es decir, que la validez se refiere al grado en el que un instrumento en verdad mide la variable que se busca medir, en este sentido, el investigador aunó esfuerzos para elaborar un instrumento que mida lo que se desea medir.

Salkind (1998) y Hemández (1998) citados por Pumacallahui (2015) clasificaron la validez de instrumento en: validez de contenido, validez de criterio y la validez de constructo. La validez de contenido hace referencia al grado en el que un instrumento refleja un dominio específico de contenido de lo que se mide. Por tal motivo, deberán seleccionarse los indicadores e ítems de tal manera que estos respondan a las características del objeto de estudio. Para lograr una buena evidencia del contenido debe tenerse en cuenta: Definición conceptual, definición operacional, pertinencia, exhaustividad, plan de prueba y evaluación o juicio de un experto

La validez de criterio establece la validez de un instrumento de medición comparándola con un criterio externo. Este criterio un estándar con el que se juzga la

validez del instrumento. La validez de constructo se refiere a grado en que una medición se relaciona consistentemente con otras mediciones.

3.6.4.1 Validación del instrumento mediante juicio de expertos

El método que más se utiliza para estimar la validez de contenido es el denominado Juicio de Expertos, el cual consiste en seleccionar un número impar (3 ó 5) de jueces (personas expertas o muy conocedoras del problema o asunto que se investiga), quienes tienen la labor de leer, evaluar y corregir cada uno de los ítems del instrumento buscando que los mismos se adecúen directamente con cada uno de los objetivos de la investigación propuestos.

En este sentido se contó con la colaboración de tres expertos de reconocida trayectoria en el campo educativo con el fin de corroborar el consenso entre el investigador y los expertos con respecto a la pertinencia de cada ítem, a las respectivas dimensiones de la variable a medir y, de esta manera, apoyar la definición de la cual se parte. (Hurtado, 2012, p. 792).

Para llevar a cabo este proceso se realizó y entregó a cada uno de ellos lo siguiente:

- i. Carta de presentación.
- ii. Definiciones conceptuales de las variables y dimensiones.
- iii. Matriz de operacionalización de las variables.
- iv. Certificado de validez de contenido del instrumento.

4.6.4.1.1 Resultado de la validación

La información consignada por cada uno de los jueces o expertos se consolida en la siguiente tabla con el fin de obtener la validez total del instrumento. Para ello se tiene en cuenta que si un ítem es calificado como aplicable se suma 1 y si la calificación de éste es no aplicable se suma 0.

JUECES	ITEMS																				TOTAL FILA	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20		
JUEZ 1	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	60
JUEZ 2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	60
JUEZ 3	2	2	2	3	2	3	3	2	3	3	3	3	3	2	0	2	0	3	3	0	44	

Tabla 6: Consolidado validación instrumento por juicio de expertos

Mediante el software SPSS se verificó la confiabilidad del consolidado de validación del instrumento por juicio de expertos, calculando el Alfa de Cronbach, arrojando el siguiente resultado:

Alfa de Cronbach	Alfa de Cronbach basada en los elementos tipificados	N de elementos
1,000	1,000	3

Estadísticos de fiabilidad			Estadísticos de la escala			
Alfa de Cronbach	Alfa de Cronbach basada en los elementos tipificados	N de elementos	Media	Varianza	Desviación típica	N de elementos
1,000	1,000	3	2,00	3,000	1,732	3

Tabla 7: Confiabilidad del consolidado de validación del instrumento

Como se puede observar en la tabla que nos arroja el programa, (ver Tabla 7) el consolidado tiene un alfa de cronbach de 1.00 y de acuerdo a la tabla de referencia de Ruiz (1988), (ver Tabla 8), es una confiabilidad perfecta, por lo tanto, queda demostrada la validación del instrumento mediante el juicio de experto.

4.6.4.2 Confiabilidad del Instrumento

La confiabilidad de un instrumento de medición se refiere al grado en que su aplicación repetida al mismo individuo, objeto o grupo produce resultados iguales (Hernández Sampieri *et al.*, 2013; Kellstedt y Whitten, 2013; Ward y Street, 2009), Es decir, produce resultados consistentes y coherentes (Hernández Sampieri, 2014, p. 200).

Existen varias pruebas para medir la confiabilidad de un instrumento. En el caso del instrumento de esta investigación, por ser de características policotómicas se optó por utilizar la expresión matemática Alfa de Cronbach, que es la fórmula utilizada para los instrumentos policotómicos, la cual consiste en medir por medio de un coeficiente qué tan confiable son los datos, este coeficiente se determina por medio

de la variación de los datos, se obtiene como coeficiente de correlación o variación con respecto a la unificación o igualación de promedios o cifras, en nuestro caso era importante hallarlo pues nos determinaría que tanto varían los resultados de los estudiantes en el test. Ahora bien, si los promedios se han probado con un nivel de significancia del 95%, entonces podremos asegurar que todo valor por encima del 0,7 determina que ese conjunto de resultados se agrupa casi que uniformemente.

Los resultados sobre el cálculo del nivel de confianza se comparan con los de la escala establecida por Ruiz (1998), la cual se refleja en el cuadro que a continuación se presenta a efecto de que se puedan realizar las comparaciones de rigor correspondientes:

Rango	Magnitud
0,81 a 100	Muy alta
0,61 a 0,80	Alta
0.41 a 0,60	Moderada
0,21 a 0,40	Baja
0.01 a 0.20	Muy baja

Tabla 8: Escala de Ruiz utilizada para establecer el nivel de confianza, en lo que respecta a la calidad de la información recopilada.

Para probar la confiabilidad del instrumento se decidió aplicar una prueba piloto a 70 estudiantes diferentes de los grupos que componen la muestra de la investigación, pero con características similares a estos, como, edad, estrato socio-económico y nivel educativo, con el fin de analizar su consistencia y evaluar su validez, es decir, que midiera en ellos los conocimientos sobre función lineal, objetivo de dicho instrumento. Para ello se tuvieron en cuenta las respuestas u opciones seleccionadas por todos y cada uno de los estudiantes en cada uno de los ítems del instrumento.

Primero se organizaron todos los datos con las opciones de respuesta escogidas por los estudiantes en cada una de las preguntas en una tabla de Excel, cambiando las opciones A, B, C, D por 1, 2, 3 o 4 respectivamente en cada ítem. Para el cálculo de los estadísticos descriptivos se usó el software estadístico SPSS de IBM al cual copiamos todos los datos realizados en Excel anteriormente.

Se introducen los datos anteriores al software anteriormente mencionado y se calculan los estadísticos descriptivos Media, desviación típica y varianza. Se calcula además la varianza de cada ítem, la sumatoria de las varianzas de cada ítem y la varianza total del instrumento o de todos los ítems.

Con esta información obtenida en el software ya mencionado, se realizó el cálculo del coeficiente alfa de cronbach reemplazando y operando los datos en la siguiente fórmula matemática.

$$\alpha = \frac{K}{K - 1} \left[1 - \frac{\sum V_i}{V_t} \right]$$

Donde:

K: número de ítems del instrumento.

V_i: Varianza de cada ítem.

V_t: Varianza total del instrumento.

Estadísticos descriptivos						
	N	Varianza		Ítem	N	Varianza
	70	.978		IT_13	70	.882
IT_1	70	1.098		IT_14	70	.913
IT_2	70	.743		IT_15	70	1.265
IT_3	70	1.171		IT_16	70	.895
IT_4						

IT_5	70	.867		IT_17	70	1.006
IT_6	70	1.557		IT_18	70	1.026
IT_7	70	1.069		IT_19	70	1.189
IT_8	70	.798		IT_20	70	1.091
IT_9	70	1.058		$\sum V_i$		21.170
IT_10	70	.975		VT	70	11.048
IT_11	70	1.169		N	70	
IT_12	70	1.418				

Tabla 9: Cálculo de confiabilidad del instrumento, prueba piloto

$$\alpha = \frac{20}{20 - 1} \left[1 - \frac{21.170}{11.048} \right]$$

$$\alpha = \frac{20}{19} [1 - 1.916]$$

$$\alpha = 1.053[-.916]$$

$$\alpha = 1.053 * .916$$

$$\alpha = .96$$

$$.81 < .96$$

Aplicando la fórmula del alfa de cronbach, se obtuvo el coeficiente de 0.96 y al ser mayor que 0.8, se pudo corroborar que el instrumento era altamente confiable y se podía aplicar con confianza en los dos grupos que componían la muestra de la investigación.

4.7 Técnicas de procesamiento de los datos

Después de aplicados los instrumentos de recolección de información se procedió a organizar la información, se analizó y tabuló en forma gráfica y se realizó una descripción de cada una de las tablas y graficas presentadas. la información se presentó en porcentajes.

CAPÍTULO IV: PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

4.1. Procesamiento de datos: Resultados

4.1.1. Pre-Test

En el Control, Antes de iniciar las sesiones programadas sobre función lineal incluida en el currículo del curso se aplicó la prueba pre-test diseñada para evidenciar los conocimientos que tenían los estudiantes y establecer el punto de partida de esta investigación, estos resultados corresponden al grupo de control el cual en ningún momento de la investigación estuvo expuesto al estímulo de la herramienta digital Geogebra; los resultados como se puede evidenciar en la gráfica fueron los siguientes (Ver Figura 24):

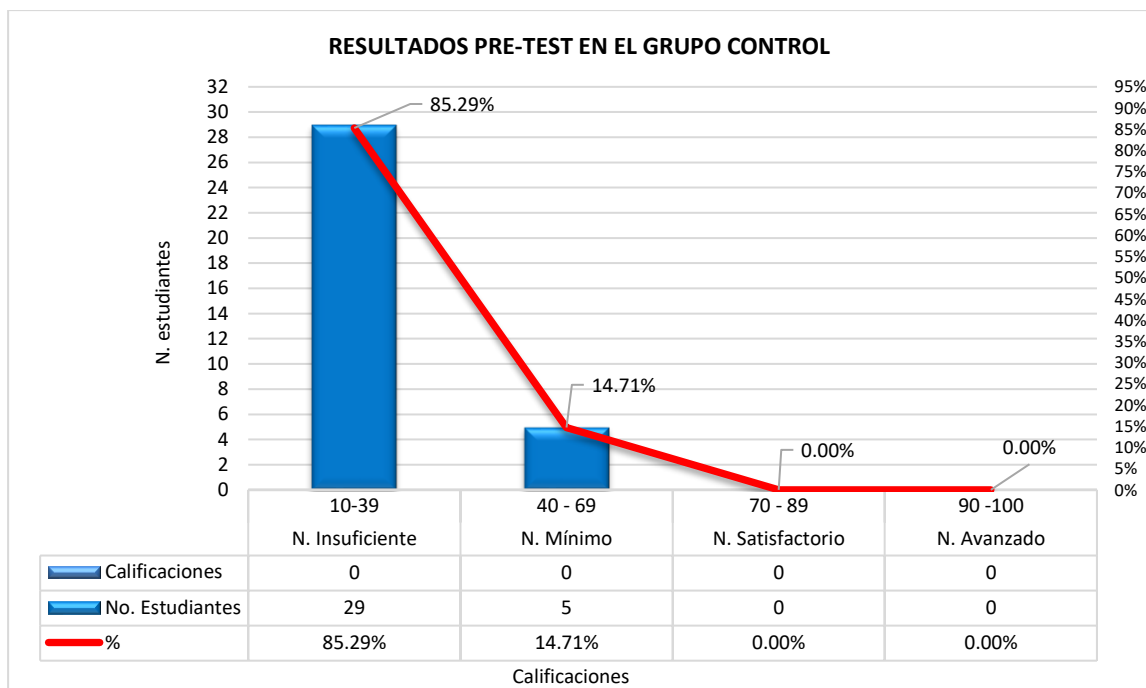


Figura 24: Resultados Pre-Test en el Grupo Control (9ªA)

Estadísticos Pre-test		
N	Válidos	34
	Perdidos	0
Media		30,4412
Error típ. de la media		1,16331
Mediana		30,0000
Moda		30,00
Desv. típ.		6,78318
Varianza		46,012
Rango		25,00
Mínimo		20,00
Máximo		45,00

Tabla 10: Estadísticos Resultados Pretest en el Grupo Control

1. Según la información que nos provee el gráfico el 85.29% de los estudiantes del grupo Control apenas alcanzó el nivel insuficiente y solo un 14.71% llegó al nivel mínimo. El promedio de calificación obtenido fue de 30.44 y la mitad

del grupo obtuvo calificaciones inferiores a 30. La nota máxima alcanzada fue de 45, mientras que la mínima fue 20. Es decir que todas las calificaciones del grupo estuvieron ubicadas en un rango de 25. Ningún estudiante obtuvo puntajes por encima de 69

2. Ningún estudiante aprobó la prueba, pues la calificación máxima fue de 45, la cual se encuentra por debajo de los 55 puntos, valor necesario para aprobar; este valor corresponde al acierto de la mitad más uno de preguntas, es decir, 11 respuestas acertadas (Ver Tabla 10)
3. A pesar de no haber recibido ningún tipo de orientación al tema el promedio obtenido se encuentra dentro de un rango válido y con potencial para trabajar.

En el grupo experimental

Antes de iniciar las sesiones programadas sobre Función Lineal incluidas en el currículo del curso, se aplicó la prueba pre-test diseñada para evidenciar el conocimiento que tenían los estudiantes y establecer el punto de partida de esta investigación, estos resultados corresponden al grupo experimental en el cual se aplicó la herramienta digital Geogebra en su proceso de aprendizaje; los resultados como se puede evidenciar en la gráfica fueron los siguientes (Ver Figura 25).

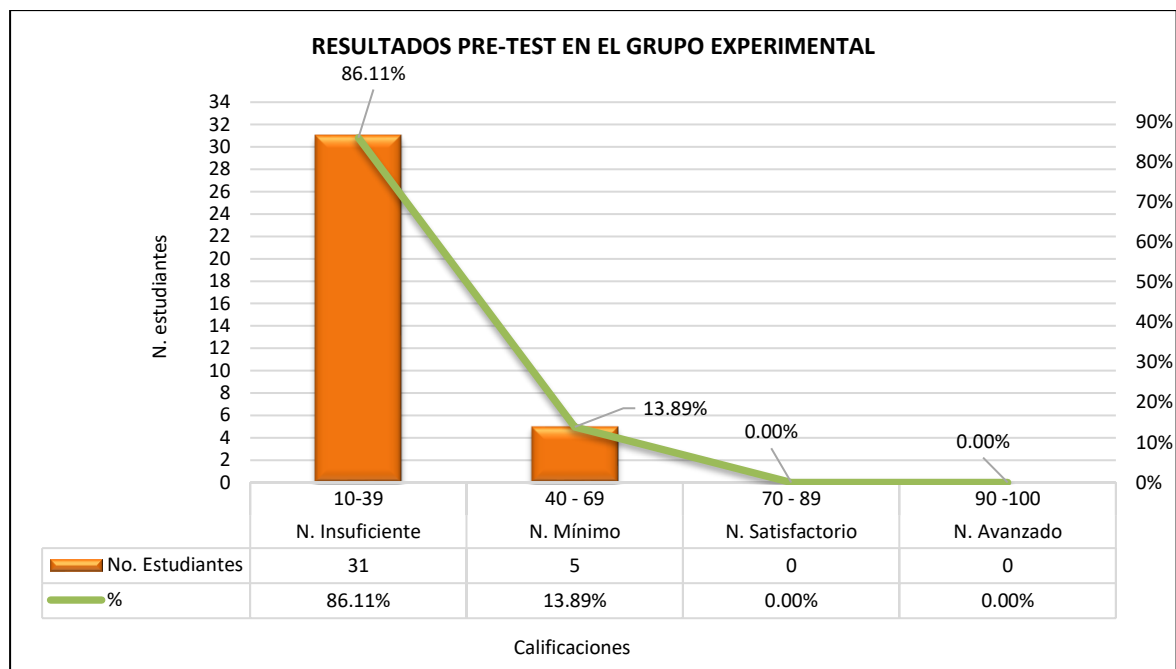


Figura 25: Resultados Pre-Test en el grupo experimental (9°C)

Resultados Pre-Test GE				Estadísticos Pre-Test GE	
Puntaje	Frecuencia	%	% acumulado		
20.00	8	22.2	22.2	Media	30.1389
25.00	5	13.9	36.1	Error típ. de la media	1.20327
30.00	7	19.4	55.6	Mediana	30.0000
35.00	11	30.6	86.1	Moda	35.00
40.00	4	11.1	97.2	Desv. típ.	7.21963
45.00	1	2.8	100.0	Varianza	52.123
Total	36	100.0		Mínimo	20.00
				Máximo	45.00

Tabla 11: Resultados y Estadísticos Pre-test en el GE

1. En este grupo experimental, es decir 9^o C, 31 estudiantes equivalentes a un 86.11%, se ubicaron el nivel insuficiente y solo 5 estudiantes, es decir, el 13.89% apenas alcanzó el nivel mínimo, ya que obtuvieron calificaciones que oscilaron entre 40 y 69 puntos.

2. Ninguno de los evaluados del grupo experimental, aprobó el pre-test ya que ninguno de ellos acertó al mínimo de 11 preguntas para obtener 55 puntos con los cuales se aprueba esta.
3. El promedio de calificación obtenido por el grupo fue de 30.1 y la mitad de los evaluados en este grupo obtuvieron notas inferiores a 30
4. Esta información se usa como línea base para realizar la comprobación de la efectividad de la aplicación de la herramienta digital Geogebra en la enseñanza de la función lineal.

Comparativo Grupo Control y Experimental

En el siguiente gráfico y la tabla de estadísticos que se relacionan, se puede observar las diferencias académicas de conocimientos sobre función lineal entre los dos grupos (Ver Figura 26) (verTabla 12)

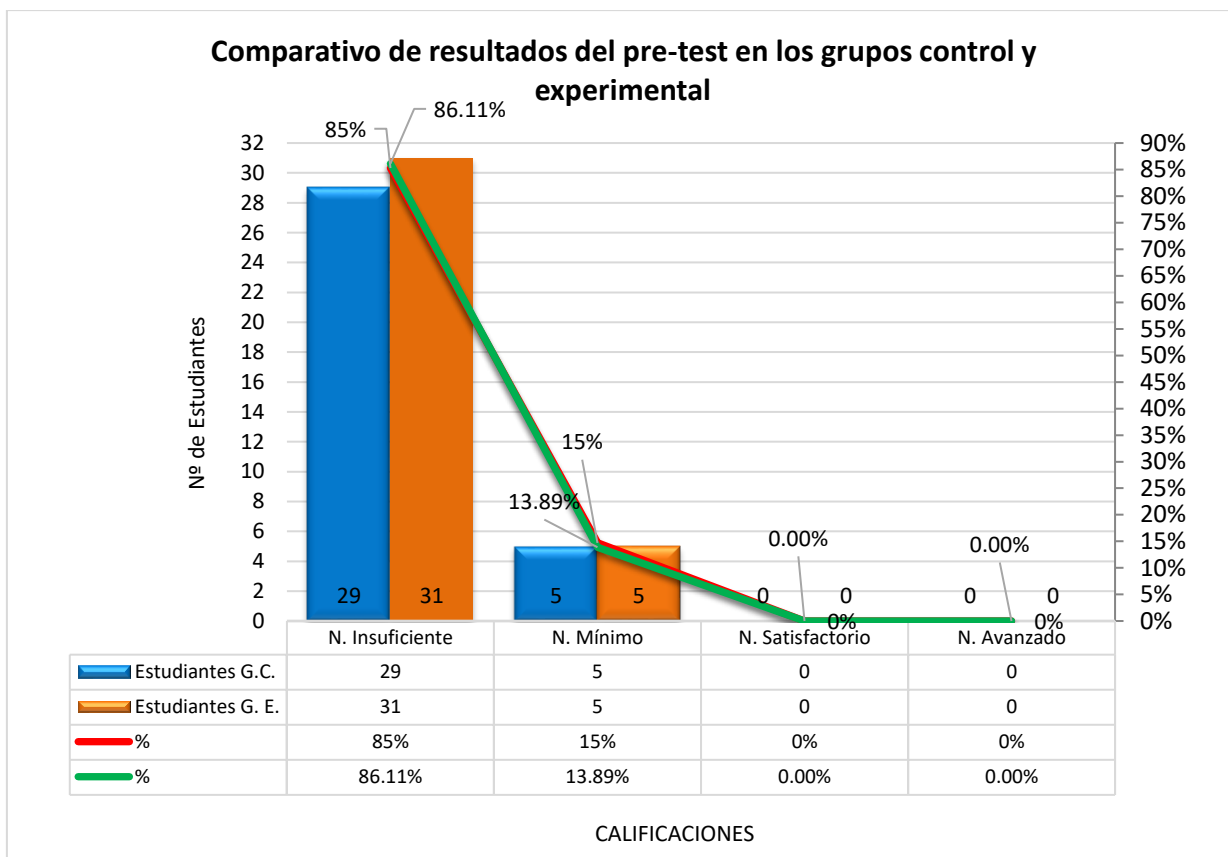


Figura 26: Comparativo de resultados del pre-test en los grupos control y experimental

GRUPO	PUNTAJES								
	N total	Media	Mediana	Moda	Máximo	Mínimo	Varianza	Desviación típica	Error típico de la media
GRUPO CONTROL	34	30.44	30.00	30.00	45.00	20.00	46.01	6.78	1.16
GRUPO EXPERIMENTAL	36	30.1389	30.00	35.00	45.00	20.00	52.123	7.21963	1.20327

Tabla 12: Estadísticos descriptivos de comparación entre grupos control y experimental

Se puede observar que no hay diferencias significativas en los resultados del grupo experimental en comparación con el grupo de control ya que solo existe

una diferencia de un 1.11% entre los estudiantes que obtuvieron el nivel insuficiente (86.11% en el GE y 85% en el GC) y tan solo 2,89% de diferencia entre quienes alcanzaron el nivel mínimo (13.89% en el GE y 15% en el GC) En ninguno de los dos grupos hubo estudiantes que alcanzaran los niveles satisfactorio y avanzado.

El promedio de calificación tampoco evidencia diferencias significativas, ya que el GE obtuvo un promedio de 30.13 y el GC 30.44 de 100 posibles. es decir, solo una diferencia de 0.31 puntos. La máxima nota fue de 45 y la mínima de 20 en los dos grupos, demostrándose con esto la semejanza de los resultados obtenidos entre estos, al igual que en ambos grupos, la mitad de los evaluados obtuvo una calificación inferior a 30. (ver Tabla 10).

4.1.2 Post-Test

Se aplicó una prueba al finalizar las sesiones de clase en las cuales se trabajó en el aprendizaje de la función lineal en los dos grupos, Los resultados se presentan en la tabla de estadísticos y gráficos correspondientes a cada grupo de investigación, control y experimental

En el grupo Control

A diferencia del grupo experimental, en el grupo control el aprendizaje de la función lineal no estuvo influenciado por el trabajo con la herramienta digital

GeoGebra, sino que fue el resultado del trabajo mediante la metodología tradicional.

Los resultados fueron los siguientes (ver Figura 27).

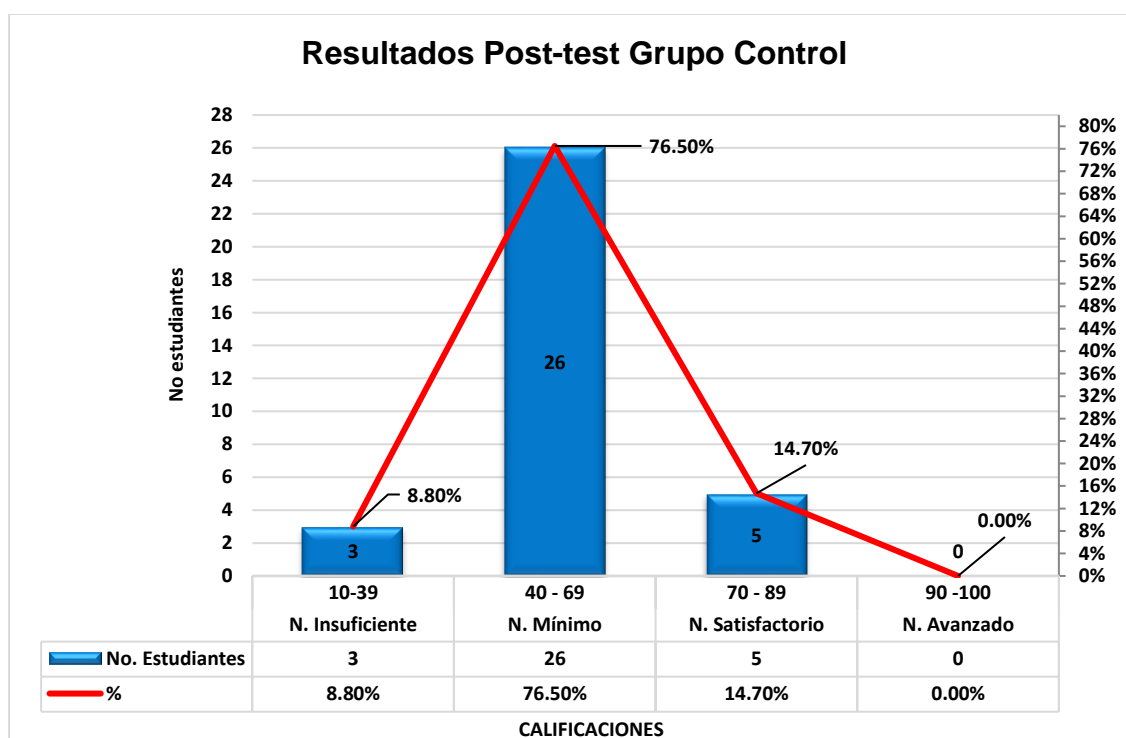


Figura 27: Resultados Post-test en el Grupo Control

Se puede observar a nivel general que 3 estudiantes correspondientes a 8.80% apenas alcanzaron el nivel insuficiente, es decir obtuvieron calificaciones entre 10 – 39 puntos. 26 estudiantes, equivalentes al 76.50% se ubicaron en el nivel mínimo obteniendo calificaciones entre 40 – 69 puntos. A diferencia de los resultados del pre-test en este grupo, ya se puede observar que hubo un 14.7%, es decir 5 estudiantes que alcanzaron el nivel satisfactorio obteniendo resultados de calificaciones entre 70 y 89 puntos. Ningún estudiante obtuvo puntos que lo ubicaran en el nivel avanzado.

Resultados Post-test_GC				Estadísticos Post-test GC	
Calif.	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje acumulado		
30,00	1	2,9	2,9	Media	55,2941
35,00	2	5,9	8,8	Error típ. de la media	1,95699
40,00	2	5,9	14,7	Mediana	55,0000
45,00	3	8,8	23,5	Moda	55,00
50,00	4	11,8	35,3	Desv. típ.	11,41113
55,00	7	20,6	55,9	Varianza	130,214
60,00	6	17,6	73,5	Rango	45,00
65,00	4	11,8	85,3	Mínimo	30,00
70,00	3	8,8	94,1	Máximo	75,00
75,00	2	5,9	100,0	N	34
Total	34	100,0			

Tabla 13: Estadísticos Resultados Post-test Grupo Control

A pesar de que la mitad del grupo aprobó el post-test, no se evidencian puntajes significativos que nos den la idea de que el aprendizaje de la función lineal mediante los métodos tradicionales sea efectivo. En la tabla (ver Tabla 13) se observa que un 64.7% de la muestra correspondiente al grupo de control aprobó, ya que obtuvo una calificación mínima de 55 puntos, es decir acertar 11 respuestas. Esto se refleja en el promedio que obtuvo el grupo en general, pues éste fue de 55.3 puntos. Además, el 50% de los estudiantes obtuvo una calificación superior a 55 puntos y el otro 50% sacó puntajes inferiores a 55. La nota más alta fue de 75, mientras que la más baja fue de 30, es decir, que existe una diferencia de 45 puntos entre el estudiante con menor rendimiento y el de mayor rendimiento en este grupo.

Comparativo de los resultados del pre-test y el post-test en el Grupo Control

En el siguiente gráfico se puede apreciar la comparación de los resultados obtenidos en el pre-test y el post-test aplicados al grupo control. (Ver Figura 28)

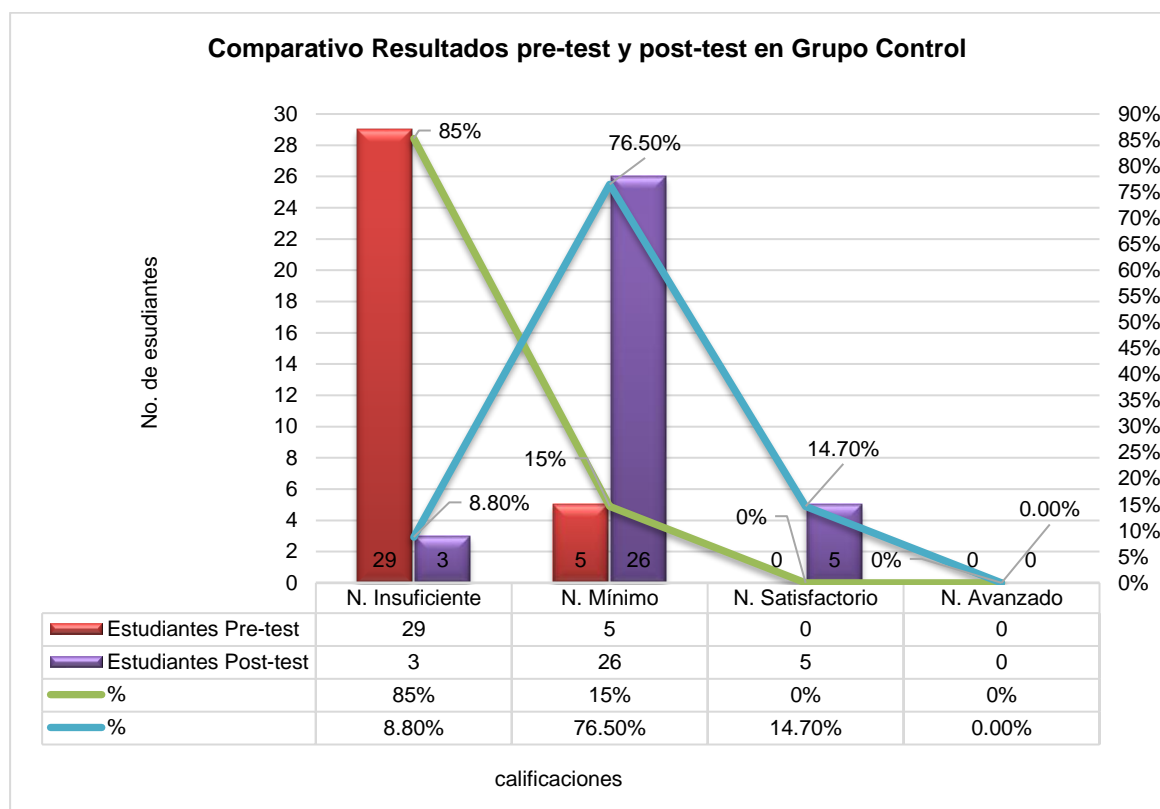


Figura 28: Comparativo Resultados Grupo Control

Como se pudo observar, el avance de los estudiantes en el grupo Control no fue muy significativo, pues, aunque ya no hubo tantos estudiantes en el nivel insuficiente, éstos escasamente alcanzaron el nivel mínimo y muy pocos el nivel satisfactorio. Mientras que aproximadamente el 85% de los alumnos se ubicaron en el nivel insuficiente en el pre-test, en el post-test solo se ubicó un 8.80% en este nivel, notándose una notoria mejoría relativa. También se puede observar que mientras en el pre-test el 15% de los jóvenes alcanzó el nivel mínimo, en el post-test el porcentaje de estudiantes que alcanzó este nivel llegó al 76.50%. Se puede observar también en el gráfico, que ya

hubo un 14.70% que alcanzó el nivel satisfactorio ya que obtuvieron notas entre 70 y 89.

Comparativo resultados en el GC		
Estadísticos	Pretest_GC	Postest_GC
Media	30,4412	55,2941
Error típ. de la media	1,16331	1,95699
Mediana	30,0000	55,0000
Moda	30,00	55,00
Desv. típ.	6,78318	11,41113
Varianza	46,012	130,214
Rango	25,00	45,00
Mínimo	20,00	30,00
Máximo	45,00	75,00
N	34,00	

Tabla 14: Estadísticos de comparación de resultados entre pre-test y post-test en el grupo Control

Se puede observar en la tabla (ver **Tabla 14**), que en el pre-test la nota predominante fue de 30 mientras que en el post-test, después de haber asistido a las sesiones de función lineal mediante métodos tradicionales, fue de 55, reflejando una mejoría de 25 puntos, Además, se puede observar que en el post-test hubo una mejoría de 24.85 puntos en el promedio de calificaciones del grupo, respecto al pre-test, Pues mientras que en el post-test se obtuvo un promedio de 55.29 con una desviación típica de 6.78 y un error típico de la media de 1.16, en el pre-test el promedio del grupo fue de 30.44 con una desviación de 11.41 y un error típico de 1.96. Se observa también de la tabla que, en el pre-test la mitad del grupo obtuvo calificaciones superiores a 30, mientras que en el post-test la mitad del grupo obtuvo calificaciones superiores a 55.

En el grupo Experimental

Se aplicó una prueba pos-test al final de las sesiones para evidenciar la evolución del grupo a lo largo de la exposición al tema de funciones lineales, este grupo estuvo expuesto a la aplicación de la herramienta digital Geogebra, la cual pretendía facilitar el proceso de aprendizaje de esta noción básica para luego comparar los resultados que obtuvieran los estudiantes con los del grupo control y de esta manera confirmar o rechazar la hipótesis de investigación.

Los resultados se describen en la siguiente tabla y se pueden observar también en el gráfico con el objetivo de tener una visión más clara de estos en la aplicación de post-test y poder realizar las inferencias respectivas.

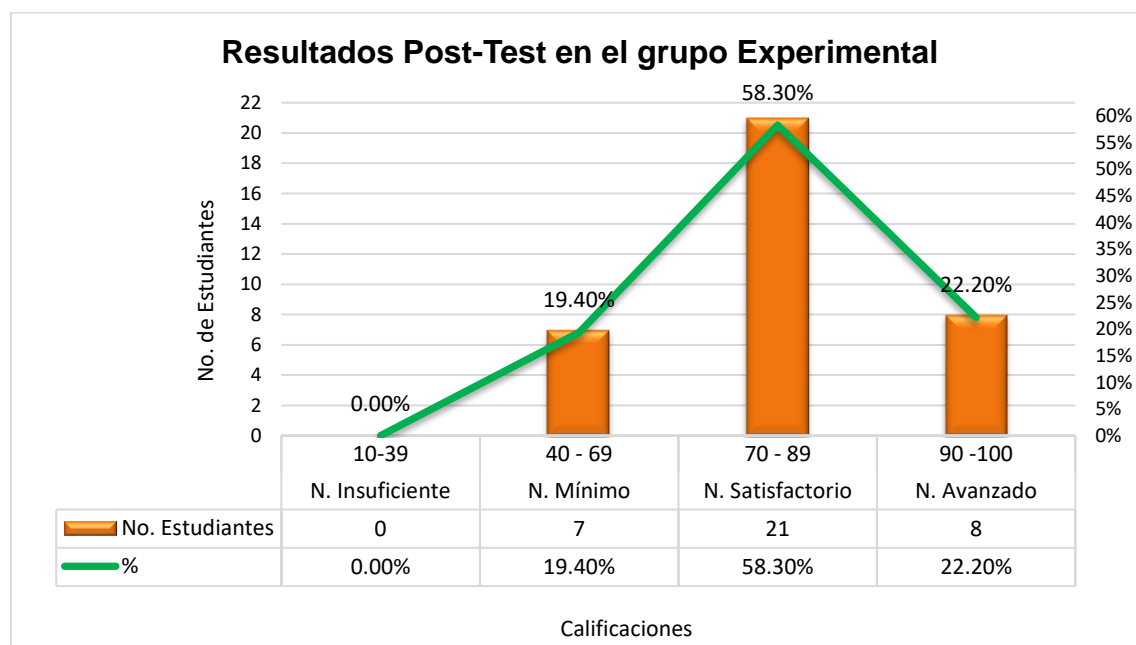


Figura 29: Resultados Post-test en el Grupo Experimental (9°C)

Analizando los resultados (ver Figura 29), se puede observar que en el grupo experimental ningún estudiante del grupo experimental se ubicó en el nivel insuficiente, ya que ninguno de ellos obtuvo notas inferiores a 40 puntos. El 19.40% correspondiente a 7 de los estudiantes se ubicó en el nivel mínimo, un 58.3% equivalente a 21 alumnos en el nivel satisfactorio y un 22.2%, (8 estudiantes), se logró ubicar en el nivel avanzado obteniendo una calificación de entre 90 y 100 puntos

Calificaciones	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje Acumulado	Estadísticos	
55,00	1	2,8	2,8	Media	78,1944
60,00	2	5,6	8,3	Error típ. de la media	1,85969
65,00	4	11,1	19,4	Mediana	80,0000
70,00	4	11,1	30,6	Moda	75,00
75,00	6	16,7	47,2	Desv. típ.	11,15813
80,00	6	16,7	63,9	Varianza	124,504
85,00	5	13,9	77,8	Rango	45,00
90,00	4	11,1	88,9	Mínimo	55,00
95,00	3	8,3	97,2	Máximo	100,00
100,00	1	2,8	100,0	N	36
N	36	100			

Tabla 15: Estadísticos sobre resultados del Post-test en el grupo Experimental

En los datos presentados en la tabla (ver Tabla 15), se puede observar que el 100% de los estudiantes del grupo experimental aprobó el test, ya que obtuvieron una calificación igual o superior a 55 puntos, es decir, respondieron como mínimo 11 preguntas correctamente. El promedio de calificaciones fue de 78.20 puntos con una desviación típica de 11.16 aproximadamente y un error típico de la media de 1.86. La mitad de los estudiantes obtuvo en la prueba una calificación mayor que 80 puntos.

El rango de calificaciones entre los estudiantes que obtuvieron la menor nota (55), y los estudiantes que obtuvieron la mayor calificación (100) fue de 45.

Las notas de mayor frecuencia fueron de 75 y 80 puntos, obtenida 6 estudiantes cada una, correspondientes al 33.4% de los miembros del grupo.

Comparativo Resultados Pre-test y Post-test en el Grupo Experimental

Al igual que se hizo con los resultados del grupo control, en el siguiente gráfico de barras y tabla podemos apreciar la comparación entre el pre-test y el post-test en el grupo experimental.

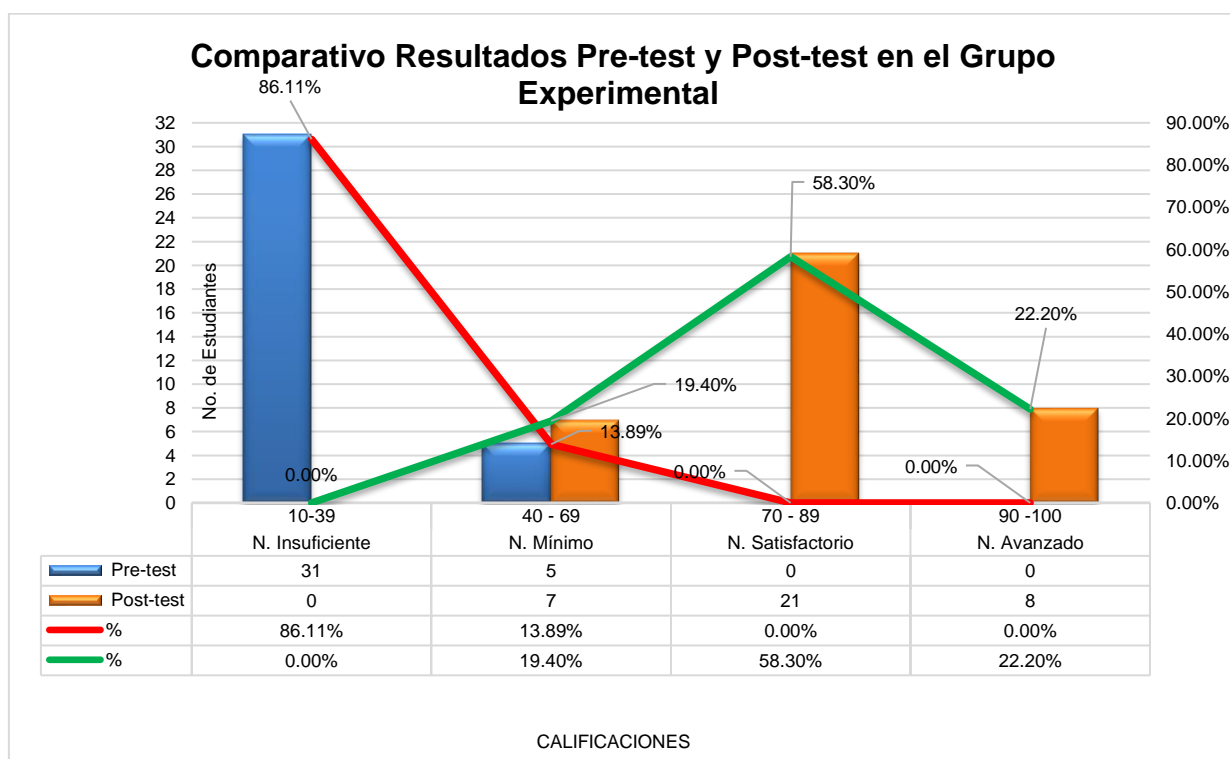


Figura 30: Comparativo Resultados Pre-test y Post-test en el Grupo Experimental

De los datos representados en el gráfico (Ver Figura 30) se puede concluir que hubo una diferencia significativa entre los resultados obtenidos por los estudiantes del

grupo experimental en el pre-test y el post-test. Mientras que en el pre-test el 100% de los estudiantes se ubicó en los niveles insuficiente y mínimo; 86.11% en el primero y 13.89% en el segundo, en el post-test estos resultados se superaron con un amplio margen de diferencia, ya que se ubicaron en los niveles mínimo, satisfactorio y avanzado, con 19.4%, 58.3% y 22.2% de los estudiantes respectivamente en cada nivel. Vale la pena mencionar también en el post-test que ningún estudiante se ubicó en el nivel insuficiente.

Comparativo Estadísticos en el GE		
Estadísticos	Pre_test_GE	Pos_test_GE
Media	30,1389	78,1944
Error típ. de la media	1,20327	1,85969
Mediana	30,0000	80,0000
Moda	35,00	75,00
Desv. típ.	7,21963	11,15813
Varianza	52,123	124,504
Rango	25,00	45,00
Mínimo	20,00	55,00
Máximo	45,00	100,00
N	36	

Tabla 16: Estadísticos de Comparación Resultados Pre-test y Post-test en el grupo experimental

Se observa también en la tabla (Ver Tabla 16) que mientras que el promedio calificaciones en el del pre-test fue de 30.14, con una desviación típica de 7.21, una varianza de 52.1 y un error típico de la media de 1.2, el promedio del post-test fue de 78.20 puntos, con una desviación típica de 11.16, una varianza de 124.5 y un error típico de la media de 1.86. Es decir, existe un mejoramiento significativo de 48.06 puntos entre los resultados de las dos pruebas aplicadas.

La nota predominante en el pre-test fue de 35 mientras que en el post-test ésta fue de 75. La mitad de los estudiantes en este grupo, obtuvo en el pre-test notas superiores a 30, lo que significa 25 puntos por debajo del mínimo requerido para aprobar, mientras que en el post-test la mitad de los evaluados obtuvo una calificación superior a 80, es decir 25 puntos por encima de la calificación mínima para aprobar la prueba.

Otro aspecto para resaltar es el de los picos en la prueba aplicada; mientras en el pre-test hubo un máximo de 45 y un mínimo de 20, es decir un rango de 25 puntos, en el post-test hubo un máximo de 100 y un mínimo de 55, es decir un rango de 45 puntos.

Como se ha podido observar en los estadígrafos anteriormente descritos se notó un mejoramiento significativo del post-test en los estudiantes del grupo experimental (9°C) con relación a los resultados del pre-test

Comparativo de resultados en el Pos-Test en los Grupos Control y Experimental

A continuación, se hace un análisis de los resultados de los dos grupos con el fin de confirmar lo descrito en los gráficos anteriores, y que se hicieron de forma separada. (ver Figura 31).

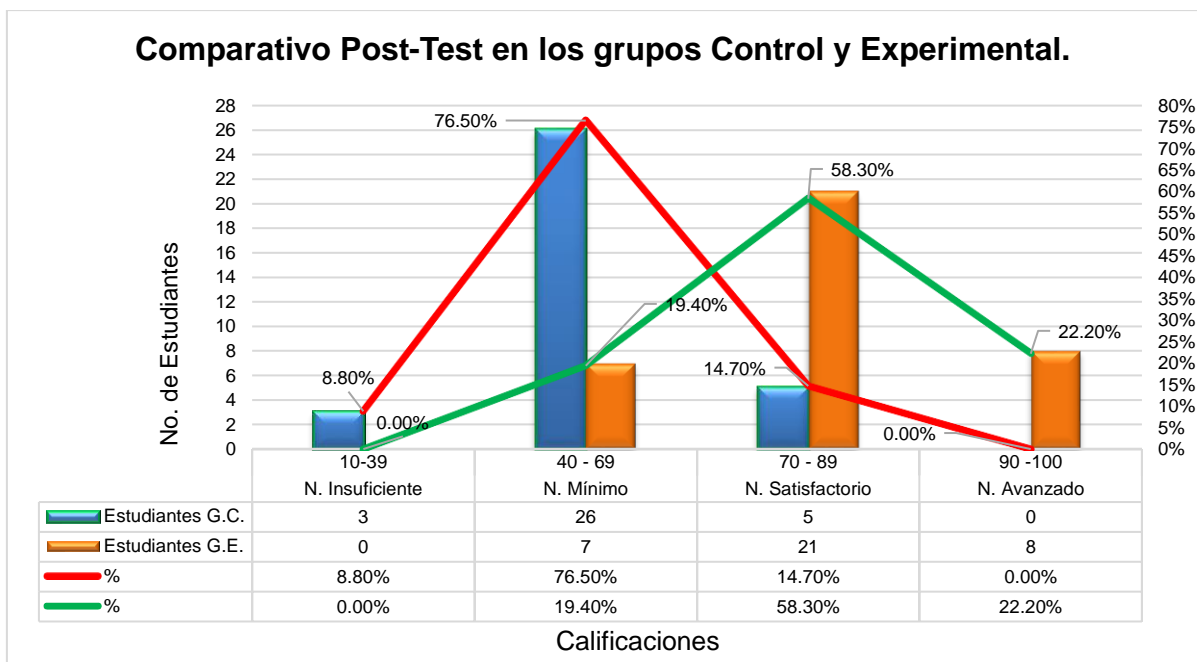


Figura 31: Comparación de Resultados Post-test Grupo Control y Experimental

Mientras que en el grupo Control el 8.80% de sus integrantes se quedaron en el nivel insuficiente, en el grupo Experimental ningún estudiante se ubicó en este nivel. En el Grupo Control el 76.50% de los estudiantes se ubicaron en el nivel mínimo, mientras que solo el 19.40% de los chicos del Grupo Experimental se ubicó en este nivel. Mientras que el 14.70% de los estudiantes del grupo Control se ubicaron en el nivel satisfactorio, en el grupo Experimental se observó que el 58.30% se ubicó en este nivel de desempeño. Ningún estudiante del Grupo Control alcanzó el nivel avanzado, mientras que en el Grupo Experimental hubo un 22.20% que alcanzó este nivel de desempeño.

Como se observa y se describe en los datos anteriores existe una diferencia significativa en los resultados obtenidos por los dos grupos. Esto gracias a las competencias adquiridas mediante el trabajo con la herramienta GeoGebra.

Comparativo Post-Test GC y GE		
Estadísticos	CALIF_GC	CALIF_GE
Media	55,2941	78,1944
Error típ. de la media	1,95699	1,85969
Mediana	55,0000	80,0000
Moda	55,00	75,00
Desv. típ.	11,41113	11,15813
Varianza	130,214	124,504
Rango	45,00	45,00
Mínimo	30,00	55,00
Máximo	75,00	100,00
N	34	36

Tabla 17: Comparativo Resultados Post-test entre Grupos Control y Experimental

Observando la tabla (Ver Tabla 17) de estadísticos de comparación entre grupos se puede observar que el promedio obtenido por los estudiantes del grupo experimental (9°C) el cual estuvo influenciado por el uso de la herramienta digital GeoGebra en el aprendizaje de la función lineal, fue 22.9 puntos más alto que el del grupo control (9ªA) quienes obtuvieron el aprendizaje mediante la metodología tradicional, ya que el promedio del GE fue 78.20 mientras que el del GC fue de 55.30.

Mientras que la mitad del GE obtuvo calificaciones superiores a 80, esta misma proporción en el GC obtuvo puntajes superiores a 55, con la diferencia que en el primero la nota mayor fue de 100, mientras que el segundo el mejor estudiante escasamente llegó a los 75 puntos, mientras que los resultados del GC oscilaron entre 30 y 75 puntos, es decir en un rango de 45, con una desviación respecto al promedio de 11.41 y una varianza entre estos de 130.21, en el GE los resultados se comportaron entre un máximo de 100 y un mínimo de 55, es decir en un rango de 45, una desviación de 11.16 y una varianza de 124.50

4.2 Prueba de Hipótesis

Una prueba de hipótesis es el proceso que lleva a cabo el investigador con el fin de tomar una decisión sobre el valor de verdad de una afirmación o hipótesis estadística. Al realizar una prueba de hipótesis se decide si se rechaza o no se rechaza dicha hipótesis. Esta decisión se basa en la evidencia muestral.

4.2.1 Diseño de la Prueba de hipótesis

Como menciona Mason, Citado por (Sanabria Montañez, 2003, p. 62) existe un procedimiento de cinco pasos que sistematiza la prueba de hipótesis. Al llegar al paso 5, se tiene ya la capacidad de tomar la decisión de rechazar o no la hipótesis" Teniendo en cuenta este planteamiento que a criterio del investigador es muy coherente, se ha optó por seguir estos pasos para el contraste de las hipótesis.

- i. **Redacción de la hipótesis alterna H_1 y la hipótesis nula h_0** , Se redacta la hipótesis nula la cual nos indica que no hay diferencia entre las dos muestras, y la hipótesis alternativa indica que éstas presentan diferencia significativa.
- ii. **Determinar el nivel alfa (α)**

Es el porcentaje de error que el investigador está dispuesto a correr en la realización de la prueba estadística, en este caso se usó un nivel (α) =.05, es

decir de 5%, que es el máximo error aceptable cuando se rechaza H_0 , y usar este valor para construir la región crítica

iii. Prueba de normalidad y supuesto de igualdad de varianza

Normalidad, Se debe tener claro si los datos de la variable dependiente, el aprendizaje de la función lineal, corresponde a una distribución normal en ambos grupos, para esto se usa la prueba de Kolmogorov-Smirnov cuando la muestra es mayor a 30 o la prueba de Shapiro-Wilk cuando dicha muestra es menor a 30. En este caso se usó la primera ya que la muestra es de 70 estudiantes. Para determinar si en la variable aleatoria o dependiente se presenta una distribución normal se tiene en cuenta lo siguiente:

Si $P - Valor \geq \alpha$: Los datos provienen de una distribución normal

Si $P - Valor < \alpha$: Los datos no provienen de una distribución normal

Igualdad de Varianzas: se debe comprobar si las varianzas de los grupos son iguales, mediante la una prueba llamada prueba de Levene. Para ello se tiene en cuenta lo siguiente:

Si $P - Valor \geq .05$: Las varianzas son iguales

Si $P - Valor < .05$: Existe diferencia significativa entre las varianzas

iv. Selección del tipo de prueba de hipótesis

Aunque los grupos Control (9^oA) y Experimental (9^oC) son de la misma institución educativa, del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria, se dice que pertenecen a muestras independientes porque trabajaron en aulas diferentes, y con metodología diferente un mismo eje temático, en un mismo momento o espacio de tiempo. Además, la variable aleatoria o dependiente, que en este caso es el aprendizaje de la función lineal, se mide de forma cuantitativa y se representa con las notas obtenidas por los estudiantes en escala de 0 -100.

Las pruebas para probar las hipótesis formuladas en esta investigación fueron la prueba T de Student para muestras independientes con distribución normal e igualdad de varianzas. (Varela López, s.f.) o la prueba U de Mann Whitney para muestras independientes con distribución no normal.

v. Decisión

Por último, se calcula el P – Valor de la prueba seleccionada (T de Student o U de Mann Whitney). Tanto la comprobación de normalidad y la igualdad de varianzas como el P- Valor de la prueba T de Student se calculan con la ayuda del paquete de Software estadístico SPSS V.19, teniendo en cuenta lo siguiente:

Si $P - Valor \geq .05$: no se rechaza la hipótesis nula (H_0)

Si $P - Valor < .05$: Se acepta la hipótesis alterna (H_1)

4.2.2 Aplicación de la Prueba de Hipótesis

4.2.2.1 Para Hipótesis General

El uso de la herramienta GeoGebra influye en la comprensión de la función lineal en estudiantes de grado 9º del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra Santander.

i. Redacción de Hipótesis nula y alternativa

H_0 : No existe diferencia significativa entre los promedios de calificaciones obtenidos por los estudiantes del grupo control y los del grupo experimental.

H_1 : Existe diferencia significativa entre los promedios de calificaciones obtenidos por los estudiantes del grupo control y los del grupo experimental.

$$H_0: \mu_C = \mu_E$$

$$H_1: \mu_C \neq \mu_E$$

ii. Determinación del nivel de significancia.

Se decidió determinar un nivel de confianza del 95% y un posible error del 5%, es decir, un nivel de significancia de .05

iii. Elección del estadístico de Prueba

Debido a que los dos grupos Experimental y Control son distintos, pero se trabajó con ellos la variable a medir (aprendizaje de la función lineal) en un

mismo momento y dicha variable es cuantitativa, el estadístico de prueba a usarse fue la prueba t de Student.

iv. **Lectura del P – valor: Prueba de normalidad y supuesto de igualdad de varianza.**

Prueba de normalidad: Se aplicó la prueba normalidad de Kolmogorov – Smirnov, ya que el tamaño de la muestra es mayor a 50 individuos. (70 estudiantes en total; 34 del GC y 36 del GE)

Prueba de Normalidad			
CALIFICACIÓN POR GRUPO	Kolmogorov-Smirnov ^a		
	Estadístico	gl	Sig.
GC	,137	34	,108
GE	,092	36	,200 [*]

Tabla 18: Prueba de Normalidad datos de los Grupos Control y Experimental

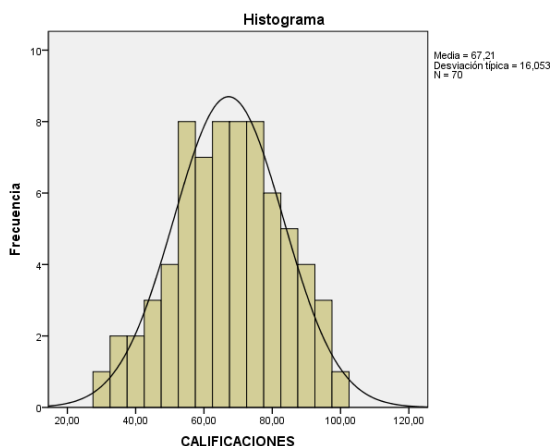


Figura 32: Normalidad en la distribución de datos en GC y GE

H_0 : Los datos provienen de una distribución normal

H_1 : Los datos no provienen de una distribución normal

$$P - \text{valor GC } .108 > .05$$

$$P - \text{valor GE } .200 > .05$$

Se acepta la hipótesis nula H_0 y se rechaza la hipótesis alterna H_1 .

Como se puede observar (Ver Tabla 18), los valores de Significancia o alfa son .108 en el Grupo Control y .200 en el Grupo Experimental, ambos son mayores que .05, lo que significa que los dos grupos presentan normalidad y además en el gráfico de la curva normal también se puede verificar la normalidad en la distribución de sus datos. (ver Figura 32) y por lo tanto, podemos continuar con el supuesto de igualdad de varianzas.

Supuesto de Igualdad de Varianzas: Mediante el software SPSS calculamos la prueba de Levene con la cual se obtuvo un valor de .865, mayor que .05 para la igualdad de varianzas (Ver

Tabla 19).

H_0 : *Las varianzas de los calificaciones de los grupos son iguales*

H_1 : *Existe diferencia significativa entre las varianzas de las calificacion los grupos*

	Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias						
	F	Sig.	t	GI	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	95% Intervalo de confianza para la diferencia	
								Inferior	Superior
Se han asumido varianzas iguales	,029	,865	-8,488	68	,000	-22,9003	2,6979	-28,2840	-17,5167
No se han asumido varianzas iguales			-8,483	67,563	,000	-22,9003	2,6997	-28,2881	-17,5126

Tabla 19: Igualdad de Varianzas y P-Valor para prueba de Student

P – valor en la prueba de Levene .865 > .05

Se acepta la H_0

En conclusión, se asume la igualdad de varianzas entre las calificaciones de los grupos Control y Experimental y por lo tanto, podemos continuar con el siguiente paso.

v. Decisión

Como se puede observar en los datos de la tabla (Ver Tabla 19Tabla 18), la significancia bilateral o alfa arroja un P-valor de .000 el cual es menor que .05. Por lo tanto, Se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa.

P – valor .000 < .005 luego:

Se rechaza: $H_0: \mu_C = \mu_E$

Se acepta: $H_a: \mu_C \neq \mu_E$

En conclusión: Se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa (general), es decir, que hubo una diferencia significativa entre los promedios de los grupos experimental y Control. Demostrando que uso de la herramienta digital GeoGebra influyó de manera positiva mejorando los resultados de aprendizaje de la función lineal en los estudiantes del grupo experimental (9°C).

4.2.2. Hipótesis Específicas

Para probar estas hipótesis se tuvo en cuenta el puntaje obtenido por los estudiantes de los dos grupos en los ítems correspondientes a cada una de éstas

4.2.2.2 Hipótesis Específica No. 1

El uso de la herramienta Geogebra influye en el reconocimiento y gráfica de la función lineal, en estudiantes de grado 9º del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra Santander.

Para realizar la prueba de esta hipótesis se tuvieron en cuenta los resultados obtenidos en el pos-test por los grupos experimental y control en 4 de los 20 ítems específicos a demostrar.

i. Redacción de hipótesis nula y alternativa

H_0 : No existe diferencia significativa entre las calificaciones obtenidas por los estudiantes del grupo control y el grupo experimental en el reconocimiento y gráfica de la función lineal.

H_a : Existe diferencia significativa entre las calificaciones obtenidas por los estudiantes del grupo control y el grupo experimental en el reconocimiento y gráfica de la función lineal.

$$H_0: M_e GC = M_e GE$$

$$H_0: M_e GC \neq M_e GE$$

ii. **Nivel de significancia**, se trabajó el coeficiente α o nivel de significancia del .05, es decir del 5% de error al que se estuvo dispuesto a correr y con un nivel de confianza del 95%

iii. **Prueba de normalidad**,

H_0 : Los datos provienen de una distribución normal

H_1 : Los datos no provienen de una distribución normal

al aplicar prueba de Kolmogorov-Smirnov para muestras mayores a 50 individuos, arroja un P – Valor α de .000, el cual es menor a .05 y el gráfico lo confirma (ver Tabla 20 y Figura 33) por lo tanto:

H_0 : Se rechaza la hipótesis nula

H_1 : Se acepta la hipótesis alternativa

se concluye que los datos no provienen de una distribución normal

Pruebas de normalidad				
Reconocimiento y gráfica de la función lineal	GRUPO	Kolmogorov-Smirnov ^a		
		Estadístico	gl	Sig.
		GC	,250	34
GE	,329	36	,000	

Tabla 20: Prueba de Normalidad para Prueba de Hipótesis Específica No. 1

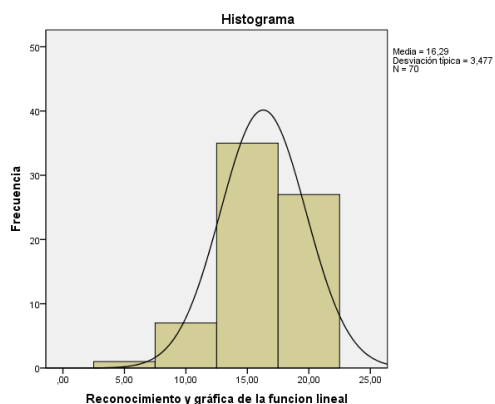


Figura 33: Histograma de frecuencias y curva normal en GC y GE en prueba de Hipótesis Específica No. 1

- iv. **Selección del estadístico de prueba**, Como se comprobó que los datos de comparación de los resultados obtenidos por los dos grupos, en la prueba, en lo correspondiente al reconocimiento y gráfica de la función lineal no correspondió a una distribución normal, se eligió como estadístico de contraste

la prueba U de Mann Whitney, la cual se calculó con la ayuda de aplicación SPSS (ver Tabla 21)

Estadísticos de contraste	
	Reconocimiento y gráfica de la función lineal
U de Mann-Whitney	381,500
W de Wilcoxon	976,500
Z	-3,038
Sig. asintót. (bilateral)	,002

Tabla 21: Prueba U de Mann Whitney para prueba de Hipótesis Especifica No. 1

Según los cálculos hechos en el software SPSS, con un nivel de confianza del 95%, se obtuvo un P-valor de significancia asintótica bilateral de .002, el cual es menor que .05 (Ver Tabla 20), luego se tiene que:

Se rechaza $H_0: M_e GC = M_e GE$

Se Acepta $H_1: M_e GC \neq M_e GE$

En conclusión, se rechaza la hipótesis nula (H_0), y se acepta la hipótesis alternativa, ya que entre las calificaciones de la prueba en lo concerniente al reconocimiento y gráfica de la función lineal mediante los dos métodos de aprendizaje, existe una diferencia significativa a un nivel de probabilidad de error menor que 0.05; es decir, que las calificaciones son más altas en el grupo experimental, en el cual se trabajó con la herramienta digital GeoGebra, con la probabilidad de equivocarse de .002 para aceptarlo. (ver también Tabla 22)

Descriptivos (Reconocimiento y gráfica de la función lineal)			
GRUPO	Estadístico		Error típ.
GC	Media	14,5588	,61065
	Mediana	15,0000	
	Varianza	12,678	
	Desv. típ.	3,56065	
	Mínimo	5,00	
	Máximo	20,00	
	Rango	15,00	
GE	Media	17,0833	,46184
	Mediana	15,0000	
	Varianza	7,679	
	Desv. típ.	2,77102	
	Mínimo	10,00	
	Máximo	20,00	
	Rango	10,00	

Tabla 22: Estadísticos de contraste Hipótesis Específica No. 1

4.2.2.3 Hipótesis Específica No. 2

Para la prueba de esta hipótesis se tuvieron en cuenta los puntajes obtenidos por los estudiantes de los dos grupos en la dimensión de pendiente de la recta e intercepto “y” de la función lineal lineal. El cual se evaluaba en 8 de las 20 preguntas que comprendían el test)

El uso de la herramienta GeoGebra influye en la comprensión de la pendiente de la recta y el intercepto “y” de la función lineal en estudiantes de grado 9º del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra Santander

i. Redacción de las hipótesis nula y alternativa

H_0 : No existe diferencia significativa entre las calificaciones del grupo control y el grupo experimental.

H_1 : Existe diferencia significativa entre las calificaciones del grupo control y el grupo experimental

$$H_0: M_e GC = M_e GE$$

$$H_1: M_e GC \neq M_e GE$$

ii. Prueba de normalidad

H_0 : Los datos provienen de una distribución normal

H_1 : Los datos no provienen de una distribución normal

al igual que en la hipótesis específica No. 1, se aplicó la prueba de Kolmogorov-Smirnov para muestras mayores a 50 individuos para verificar la normalidad de la distribución de los datos, la cual arrojó valores de significancia en la prueba de .027 para el grupo control y .001 para el grupo experimental, ambos menores que .05, (ver Tabla 21 y Figura 33).

H_0 : Se rechaza la hipótesis nula

H_1 : Se acepta la hipótesis alternativa

concluyéndose que los datos no corresponden a una distribución normal, como puede observarse en la siguiente tabla y gráfico (ver Tabla 21 y Figura 33).

Pruebas de normalidad				
	GRUPO	Kolmogorov-Smirnov ^a		
		Estadístico	gl	Sig.
Pendiente e intercepto "y"	GC	,160	34	,027
	GE	,194	36	,001

Tabla 23: Prueba de Normalidad para Prueba de Hipótesis Específica No. 2

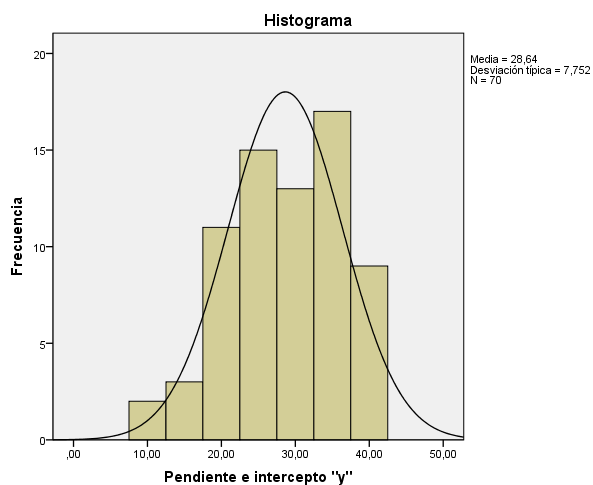


Figura 34: Prueba de Normalidad para Prueba de Hipótesis Específica No. 2

- iii. **Selección del estadístico de prueba,** Se seleccionó como estadístico de prueba la Prueba U de Mann Whitney para muestras independientes.

Estadísticos de contraste ^a	
	Pendiente e intercepto "y"
U de Mann-Whitney	375,000
W de Wilcoxon	970,000
Z	-2,837
Sig. asintót. (bilateral)	,005

Tabla 24: Prueba U de Mann Whitney para prueba de Hipótesis No. 2

Como se puede constatar en la tabla de estadísticos de contraste, el índice de significancia sintótica bilateral es un P-valor igual a .005, el cual es muy inferior al P-valor .05. Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna (Ver Tabla 24). Es decir,

Se rechaza: $H_0: \mu_{GC} = \mu_{GE}$

Se Acepta: $H_1: \mu_{GC} \neq \mu_{GE}$

En conclusión, se rechaza la hipótesis nula (H_0), y se acepta la hipótesis alternativa (H_1), ya que entre las calificaciones de la prueba, en lo concerniente a la comprensión de la pendiente de la recta y el intercepto “y” de la función lineal mediante los dos métodos de aprendizaje, existe una diferencia significativa a un nivel de probabilidad de error menor que 0.05; es decir, las notas son más altas en el grupo experimental, en el cual se trabajó con la herramienta digital GeoGebra, con la probabilidad de equivocarse de .005. (ver también Tabla 25)

Descriptivos (Pendiente e intercepto "y")			
GRUPO	Estadístico		Error típ.
GC	Media		25,8824
	Intervalo de confianza para la media al 95%	Límite inferior	23,0183
		Límite superior	28,7464
	Mediana		25,0000
	Varianza		67,380
	Desv. típ.		8,20851
	Mínimo		10,00
	Máximo		40,00
	Rango		30,00
GE	Media		31,2500
	Intervalo de confianza para la media al 95%	Límite inferior	29,0958
		Límite superior	33,4042
	Mediana		30,0000
	Varianza		40,536
	Desv. típ.		6,36677
	Mínimo		15,00
	Máximo		40,00
	Rango		25,00

Tabla 25: Estadísticos de Contraste Hipótesis específica No. 2

Lo anterior demuestra que el uso de la herramienta Geogebra mejoró significativamente en la comprensión de la pendiente de la recta y el intercepto "y" de la función y lineal, en los estudiantes de grado 9º del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra Santander que conformaron el grupo experimental

4.2.2.4 Hipótesis Específica No. 3

Para la prueba de esta hipótesis al igual que en las otras dos específicas, se procedió a seleccionar los puntajes obtenidos por los estudiantes de los dos grupos control y experimental, en lo referente a la solución de problemas sobre función lineal, las cuales correspondían a 8 de las 20 preguntas de las cuales constaba el post-test.

El uso de la herramienta GeoGebra influye en el mejoramiento de la capacidad para resolver problemas de función lineal en estudiantes de grado 9º del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra Santander.

i. Redacción de las hipótesis nula y alternativa

H_0 : No existe diferencia significativa entre las calificaciones de los estudiantes del grupo control y el grupo experimental en la resolución de problemas sobre función lineal

H_1 : Existe diferencia significativa entre las calificaciones de los estudiantes del grupo control y el grupo experimental en la resolución de problemas sobre función lineal

$$H_0: \mu GC = \mu GE$$

$$H_0: \mu GC \neq \mu GE$$

ii. Prueba de normalidad

H₀: Los datos provienen de una distribución normal

H₁: Los datos no provienen de una distribución normal

al igual que en la hipótesis específica No. 1 y 2, se aplicó la prueba de Kolmogorov-Smirnov para muestras mayores a 50 individuos para verificar la normalidad de la distribución de los datos. Según los estadísticos calculados por el software se llegó a la conclusión de que la variable evaluada no corresponde a una distribución normal, ya que tanto en el grupo control como en el grupo experimental se obtuvieron valores de significancia menores que .05 (.000 en el Grupo Control y .001 en el Grupo Experimental). Lo anterior se puede observar en la tabla y el gráfico siguientes: (ver Tabla 26 y Figura 35)

H₀: Se rechaza la hipótesis nula

H₁: Se acepta la hipótesis alternativa

Pruebas de normalidad				
	GRUPO	Kolmogorov-Smirnov ^a		
		Estadístico	GI	Sig.
Solución de	GC	,256	34	,000
Problemas	GE	,196	36	,001

Tabla 26: Prueba de Normalidad Para Prueba de Hipótesis No. 3

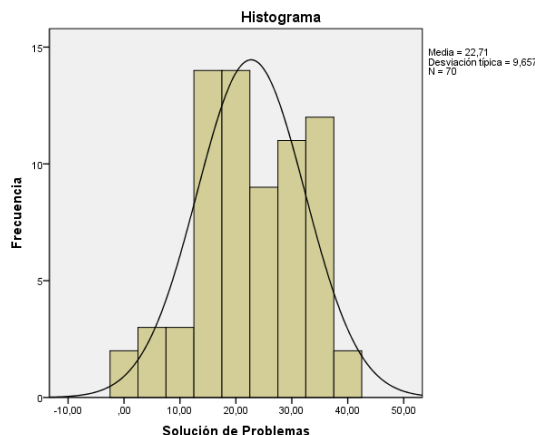


Figura 35: Prueba de Normalidad para Prueba de Hipótesis Específica No. 3

- iii. **Selección del estadístico de prueba**, En vista de las características verificadas anteriormente, se seleccionó como estadístico de prueba la U de Mann Whitney para muestras independientes (ver Tabla 24).

Estadísticos de contraste	
	Solución de Problemas de función lineal
U de Mann-Whitney	59,000
W de Wilcoxon	654,000
Z	-6,588
Sig. asintót. (bilateral)	,000

Tabla 27: Prueba U de Mann Whitney para Prueba de Hipótesis No. 3

Se observa en la tabla que el índice de significancia asintótica bilateral es un P-valor igual a .000, el cual es muy inferior al P-valor .05 (Ver Tabla 27). Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna. Es decir,

$$\text{Se rechaza: } H_0: M_e GC = M_e GE$$

Se acepta: $H_1: M_e GC \neq M_e GE$

En conclusión, se rechaza la hipótesis nula (H_0), y se acepta la hipótesis alternativa (H_1), ya que entre las calificaciones de la prueba, en lo concerniente a resolución de problemas sobre función lineal, mediante los dos métodos de aprendizaje, existe una diferencia significativa a un nivel de probabilidad de error menor que .05; es decir, las notas obtenidas por los estudiantes son más altas en el grupo experimental, en el cual se trabajó con la herramienta digital GeoGebra, con la probabilidad de equivocarse de .000 para aceptarlo. (ver también Tabla 28)

Descriptivos (Solución de problemas)			
GRUPO	Estadístico		Error típ.
GC	Media		15,1471
	Intervalo de confianza para la media al 95%	Límite inferior	12,8548
		Límite superior	17,4393
	Mediana		15,0000
	Varianza		43,160
	Desv. típ.		6,56959
	Mínimo		,00
	Máximo		30,00
	Rango		30,00
GE	Media		29,8611
	Intervalo de confianza para la media al 95%	Límite inferior	27,8600
		Límite superior	31,8623
	Mediana		30,0000
	Varianza		34,980
	Desv. típ.		5,91440
	Mínimo		15,00
	Máximo		40,00
	Rango		25,00

Tabla 28: Estadísticos de Contraste Hipótesis Específica No. 3

Lo anterior demuestra que el uso de la herramienta Geogebra mejoró significativamente la capacidad para resolver problemas del entorno escolar sobre función y lineal, en los estudiantes de grado 9º del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra Santander que conformaron el grupo experimental

4.3 Discusión de resultados

La validez de contenido mediante juicio de expertos y el nivel de fiabilidad por consistencia interna del instrumento usado en esta investigación fueron los adecuados. Muestra de ello son los resultados obtenidos que los certifican.

Al igual que en los casos estudiados como antecedente de esta investigación, en los que se comprueba el impacto de las TIC'S en el aprendizaje de las matemáticas, la influencia que ejerce el uso de la herramienta digital GeoGebra en el aprendizaje de la función lineal en estudiantes de grado 9º en el Colegio Nuestra Señora de la Candelaria fue significativa. Los resultados presentados anteriormente lo sustentan, ya que, a nivel general, mientras que en grupo control se pasó de 0% a 55.9% el índice de aprobación en las dos pruebas aplicadas, en el grupo experimental pasaron de un índice de aprobación del 0% en el pre-test a un 97.2% en el post-test.

El uso de la Herramienta Digital GeoGebra influye en la comprensión de la función lineal en estudiantes de grado noveno del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra Santander. Ayudó al mejoramiento de los resultados, pues los estudiantes del grupo experimental (9ºC) superaron en un 41.3% el índice de

aprobados en relación con el grupo control (9ºA). Mientras que en el grupo Control el índice de aprobados fue del 55.9%, en el grupo experimental fue de 97.2%.

El uso de la Herramienta Digital GeoGebra influye en el reconocimiento y gráfica de la función lineal en los estudiantes de grado noveno del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra Santander, se mejoraron las calificaciones en los cuatro ítems que comprendían el bloque de preguntas que indagaban sobre éstos tópicos, el grupo experimental fue superior al grupo control en 1.56 puntos, pues mientras el primero obtuvo un promedio de 16.15, el segundo solo fue de 14.56.

Aunque la diferencia es pequeña debido a que los indicadores evaluados en esta dimensión son los básicos, es decir los de más bajo nivel, mediante el estadístico de contraste se pudo comprobar la superioridad del GE sobre el GC.

El uso de la Herramienta Digital GeoGebra influye en la comprensión de la pendiente y el intercepto “y” de la función lineal y afín en estudiantes de grado noveno del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra Santander. Se mejoraron significativamente los resultados. Pues en comparación con 25.88 puntos de promedio que obtuvo el grupo control en los ocho puntos que comprendía el bloque de preguntas que evaluaban esta competencia, el grupo experimental lo superó en 5.35 puntos aproximadamente, obteniendo un promedio de 31.25.

Al analizar la capacidad para resolver problemas de función lineal, los resultados también fueron los satisfactorios, pues se pudo evidenciar una diferencia significativa a favor del grupo experimental, demostrando también que el Uso de la

Herramienta Digital GeoGebra influye significativamente en el mejoramiento de la capacidad para solucionar problemas de función lineal en estudiantes de grado 9º del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra Santander. En los ocho ítems que evaluaban esta competencia, que correspondían a 40 de 100 puntos posibles, el promedio alcanzado por el grupo experimental fue aproximadamente de 29.9, la mitad de este, superó esta marca obteniendo 30 puntos acertando a 6 preguntas y dos estudiante respondieron correctamente a la totalidad de los ítems, siendo muy superiores a los resultados obtenidos por el grupo control, ya que el promedio alcanzado apenas llegó a los 15.15, la mitad de los estudiantes allí solo obtuvieron 15 puntos, acertando a 3 preguntas y ningún estudiante acertó a la totalidad de las preguntas correspondientes a esta dimensión.

Lo anterior coincide con los hallazgos de Alvités Huamamaní (2017), quien pudo demostrar en su estudio, que el programa Desarrollo mis habilidades en matemáticas con TIC mejora significativamente el nivel de logro en el área de matemática en los estudiantes del tercer grado de primaria de la IE San José de Tarbes, Escuela Pop Up, Piura, Perú, ya que en el informe de los resultados de su investigación obtuvo un porcentaje acumulado de 57.1% (la mayoría) de estudiantes del grupo experimental del tercer grado B que estuvieron entre el logro previsto y el logro destacado; mientras que un porcentaje acumulado de 55.9% de estudiantes de tercer grado D estuvieron entre los niveles de logro previsto y logro destacado. Esto indicó la tendencia que las TIC tienen en la actualidad son relevantes en los estudiantes como herramientas de apoyo en su proceso de aprendizaje. A su vez sus resultados coincidieron con lo

mencionado por González (s.f.) al indicar que las herramientas TIC generan un alto nivel de motivación al aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes.

De igual forma se relaciona con lo encontrado por Parada Hernández & Suárez Aguilar, (2014) en su investigación en el uso de TIC como método de enseñanza de conceptos básicos de electrónica análoga, en el cual obtuvo un porcentaje de apropiación en el 85,2% de los estudiantes del grupo experimental, mayor al registrado por el grupo control, quienes recibieron la temática mediante clase magistral de aula el cual fue de 59,3%. Además, el uso de las TIC aumentó en 1,4 veces la posibilidad de aprender la temática, respecto a aquellos que no las utilizaron. De igual manera, con un 95% y un margen de error menor del 5%, se demostró que Su uso si mejora la apropiación de los conceptos.

Caso similar sucedió con los hallazgos de Cueva Paulino & Mallqui Samoza, (2013) en su investigación en la cual llegó a la conclusión de que en el pre-test, la mayoría de estudiantes obtuvo notas bajas [6 y 10]; mientras que en el post-test la mayoría de estudiantes obtuvo notas altas [14 y 17]. Por lo cual, estos resultados de la investigación le permitieron comprobar, que el uso de software Educativo PIPO mejora significativamente el aprendizaje de estadística en los estudiantes del quinto grado de primaria de la I.E. "Juvenal Soto Causso" de Rahuapampa (T - student=.000). Los niveles de aprendizaje son excelentes en la estadística. A su vez sus hallazgos se relacionan con lo encontrado en el contenido de la variable y las dimensiones realizada por Neiret (2012), que llegó a la conclusión de que la Música en el software educativo facilita el aprendizaje de los estudiantes. Y termina concluyendo en pocas

palabras que su estudio evidencia que el software educativo PIPO facilita el aprendizaje de matemática en los estudiantes, y aconseja enseñar en el nivel de educación primaria con programas educativos interactivos y personalizados.

Asimismo concuerda con los resultados obtenidos por Pumacallahui (2015), en su trabajo en el cual demostró, que el uso del software educativo Geogebra y Cabri Geometre II mejora significativamente la enseñanza y el aprendizaje de la geometría en los estudiantes de cuarto grado del nivel secundario en las instituciones educativas, "Señor de los Milagros." Y "Nuestra Señora de las Mercedes." de la provincia de Tambopata-Región de la Madre de Dios, donde los estudiantes del grupo experimental obtuvieron un promedio de 13.4762 puntos y el grupo control un promedio de 11.02857 puntos.

CAPÍTULO V: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 Conclusiones

1. Se demostró que el uso de la Herramienta Digital GeoGebra influye en la comprensión de la función lineal en estudiantes de grado noveno del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra Santander, mejorando los resultados académicos, pues según los cálculos realizados se pudo determinar con un 95% de confianza que existe una diferencia significativa entre los promedios de calificaciones obtenidos por los estudiantes del grupo control y los obtenidos por los estudiantes del grupo experimental quienes estuvieron expuestos a la aplicación de la herramienta digital como recurso mediador en el aprendizaje de la función lineal. Las tecnologías de la educación y la comunicación TICS, en especial los softwares de simulación y modelación como GeoGebra usados de una forma correcta se constituyen en una poderosa herramienta que potencia el trabajo de aula; su uso ha demostrado ser más

efectivo para el aprendizaje de las matemáticas, en especial el aprendizaje de la función lineal.

2. Se comprobó que el uso de la Herramienta Digital GeoGebra influye en el reconocimiento y gráfica de la función lineal en los estudiantes de grado noveno del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra Santander, mejorando sus resultados, ya que estos demostraron que existe una diferencia significativa entre las calificaciones de los estudiantes del grupo control y las obtenidas por los del grupo experimental en lo concerniente a esta competencia específica. Las herramientas digitales, y en especial el software educativo como GeoGebra, promueven las competencias colaborativas en los alumnos, les ayuda a centrarse en sus aprendizajes, mejoran en ellos la motivación y el interés, promueven la integración y estimulan el desarrollo de diversas habilidades intelectuales tales como el razonamiento, la resolución de problemas, la creatividad y la capacidad de aprender a aprender.

3. Se confirmó la influencia del uso de la Herramienta Digital GeoGebra en la comprensión de la pendiente de la recta y el intercepto “y” de la función lineal en estudiantes de grado noveno del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra Santander, mejorando significativamente los resultados en estos aspectos de aprendizaje. Se evidenció que las calificaciones obtenidas por el grupo experimental mostraron una diferencia significativa en comparación con los obtenidos por los estudiantes del grupo control. La herramienta matemática GeoGebra es un poderoso medio virtual interactivo que mantiene

permanentemente motivado al estudiante y es muy de fácil manejo en la representación y análisis de ecuaciones y funciones matemáticas.

4. Se logró demostrar la influencia que ejerce el Uso de la Herramienta Digital GeoGebra en el mejoramiento de la capacidad para solucionar problemas de función lineal en estudiantes de grado 9º del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra Santander. Se mejoraron significativamente los resultados en esta competencia evaluada. Se logró establecer que existe una diferencia significativa entre los resultados alcanzados por los estudiantes de del grupo experimental con respecto a los obtenidos por sus similares del grupo control. Las herramientas digitales, entre ellas la herramienta digital GeoGebra, promueven en los estudiantes su pensamiento constructivo y les permite trascender sus limitaciones cognitivas de forma simultánea, favorecen el desarrollo de habilidades de orden superior tales como el diseño, la toma de decisiones y la resolución de problemas que requieren análisis, evaluación, relación entre las partes, imaginación y síntesis en un todo integrado.

5. La herramienta digital GeoGebra como software educativo de simulación es una de las opciones tecnológicas que favorecen la calidad de la investigación y permite visualizar desde diferentes perspectivas el proceso de enseñanza - aprendizaje de la matemática; también nos ofrece a las y los docentes estrategias para la enseñanza de acuerdo teniendo en cuenta las necesidades de cada estudiante.

6. El uso de la herramienta digital GeoGebra facilitó el proceso de aprendizaje de la función lineal, ya que los estudiantes del grupo experimental a siete semanas de haber abordado el tema, ya tenían claros los conceptos asociados al aprendizaje de dicha función, comprendían su proceso de graficación y muchos de ellos habían adquirido la capacidad para resolver sencillos problemas de éste eje temático.

6.2 Recomendaciones

1. Dados los resultados positivos en los que se evidencia que la herramienta digital GeoGebra favorece y potencia el aprendizaje de las matemáticas, se recomienda institucionalizar la aplicación de la herramienta digital para el aprendizaje de las nociones asociadas a las funciones lineales con el fin de que los demás estudiantes gocen del beneficio que nos trae esta herramienta la cual contribuirá al mejoramiento en los resultados académicos en el desarrollo de esta competencia.
2. Para futuras investigaciones sobre el uso de la herramienta digital en el aprendizaje de la función lineal, se sugiere realizar estudios con una muestra mayor, con el fin de obtener resultados más confiables y así poder confirmar o refutar lo planteado en la presente investigación.
3. Se recomienda ampliar el campo de aplicación de la herramienta GeoGebra al aprendizaje de las demás funciones matemáticas (cuadrática, cúbica,

racional, exponencial y logarítmica entre otras) con el fin de que sean aprovechados los beneficios que se obtuvieron en la presente investigación y se alcancen iguales o mejores resultados, beneficiando con ello el rendimiento académico de los estudiantes en el área de matemáticas

4. Se recomienda que para futuras investigaciones se tengan en cuenta otras variables que puedan influir en el aprendizaje de la función lineal mediante el uso de la herramienta GeoGebra tales como grado de motivación, disponibilidad de recursos computacionales o el uso del Smartphone en el aula de clase.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- About & Terence . (1999). Constucting Knowledge and Saping Brains. Retrieved from <http://www.21learn.org>
- Alfonso Orozco, L. S., Zambrano Llamas, L. P., Fuentes Díaz, J. A., Rodríguez, N. E., Bogotá Torres, M., & Mariño Beltrán, O. Y. (2012). Proyecto Sé Matemáticas . Bogotá D.C.: SM.
- Alvités Huamaní, C. G. (2017). Herramientas TIC en el aprendizaje en el área de Matemáticas Caso Escuela PopUp Piura -Perú. Universidad Alas Peruanas, Perú. Lima : Revista semestral de divulgación científica. Retrieved 02 07, 2018, from <http://revistas.uap.edu.pe/ojs/index.php/HAMUT/issue/archive>
- Area, M. M. (2010). El proceso de integración y uso pedagógico de las TIC en los centros educativos. Tesis, Universidad de La Laguna, Tenerife. Retrieved 01 16, 2018, from http://www.revistaeducacion.educacion.es/re352/re352_04.pdf
- Arrieta, X., & Delgado, M. (2006). Tecnologías de la Información en la Enseñanza de la Física de Educación Básica. Scielo, 3(1). Retrieved 01 22, 2018, from

http://www.scielo.org.ve/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1690-75152006000100005

Ausubel, D. P. (1976). Significado y Aprendizaje Significativo *Psicología Educativa*.

Un punto de vista cognoscitivo. Retrieved 01 18, 2018, from

[http://cmapspublic2.ihmc.us/rid=1J3D72LMF-1TF42P4-](http://cmapspublic2.ihmc.us/rid=1J3D72LMF-1TF42P4-PWD/aprendizaje%20significativo.pdf)

[PWD/aprendizaje%20significativo.pdf](http://cmapspublic2.ihmc.us/rid=1J3D72LMF-1TF42P4-PWD/aprendizaje%20significativo.pdf)

Bruner, J. (1972). *El Proceso de Educación*. Mexico: Uteha. Retrieved 01 15, 2018,

from http://www.arnaldomartinez.net/docencia_universitaria/bruner001.pdf

Campus Mathema. (2018). *Campus Mathema*. Retrieved 08 02, 2018, from

[http://www.campusmathema.com/nuevo/index.php/inicio/indice-de-](http://www.campusmathema.com/nuevo/index.php/inicio/indice-de-matematica/geometria-analitica/prueba-de-funcion-lineal)

[matematica/geometria-analitica/prueba-de-funcion-lineal](http://www.campusmathema.com/nuevo/index.php/inicio/indice-de-matematica/geometria-analitica/prueba-de-funcion-lineal)

Carrillo, J., Contreras, L. C., & Zakaryan, D. (2013). *Avances de un Modelo de*

Relaciones entre las Oportunidades de Aprendizaje y la Competencia

Matemática. *Scielo*, 27(47). Retrieved 01 20, 2018, from

<http://www.scielo.br/pdf/bolema/v27n47/05.pdf>

Cataldi, Z. (2000). *Metodología de diseño, desarrollo y evaluación de software*

educativo. Tesis de Maestría, Universidad Nacional de la Plata, Buenos Aires

Argentina. Retrieved 07 30, 2018, from [http://laboratorios.fi.uba.ar/lsi/cataldi-](http://laboratorios.fi.uba.ar/lsi/cataldi-tesisdemagistereninformatica.pdf)

[tesisdemagistereninformatica.pdf](http://laboratorios.fi.uba.ar/lsi/cataldi-tesisdemagistereninformatica.pdf)

Cataldi, Z. (2010). *Una metodología para el diseño, desarrollo y evaluación del*

Software Educativo. Tesis, Universidad Nacional de la Plata, La plata.

Retrieved 01 20, 2018, from

[http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/4055/Documento_completo.pdf](http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/4055/Documento_completo.pdf?sequence=20)

[f?sequence=20](http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/4055/Documento_completo.pdf?sequence=20)

- Chadwick, C. B., & Araújo Batista, J. (1982). *Tencología Educacional: Teoría de la Instrucción* (Segunda ed.). Madrid, España: Paidós Ibérica S.A.
- Comenio, J. A. (1998). *Didáctica Magna* (Octava ed.). Av. República Argentina, México: Porrúa. Retrieved 10 15, 2017, from <http://fpschool.es/doc/www.saviadigital.com.pdf>
- Comenio, J. A. (1982). *Didáctica Magna*. Porrúa.
- Condie, R., & Monru, B. (2007). *The impact of ICT in schools – a landscape review*. Retrieved 08 26, 2017, from http://dera.ioe.ac.uk/1627/7/becta_2007_landscapeimpactreview_report_Redacted.pdf
- Cueva Paulino, G., & Mallqui Samoza, R. M. (2013). *Uso del Software Educativo PIPO en el Aprendizaje de Matemática en los Estudiantes del Quinto Grado de Primaria de la institución Educativa "Juvenal Soto Causso" de Rahuapampa*. Tesis, Universidad Católica Sedes Sapientiae, Áncash - Perú.
- Debárbora, N. (2012). *Uso de GeoGebra como Recurso Educativo Digital en la Transposición de las Funciones de Proporcionalidad*. Tesis, Instituto Nacional de Formación Docente, José de San Maratín Chaco, Argentina. Retrieved from https://cedoc.infed.edu.ar/upload/Debarbora_ok_1.pdf
- Delval, J. (1986). *Niños y Máquinas: Los Ordenadores y la Educación*. Madrid: Alianza.
- Díaz Barriga, Á. (2007). *Didáctica y Currículum*. México, México: Paidós Educador. Retrieved 01 21, 2018
- Feldman, R. (2005). *Psicología: con aplicaciones en países de habla hispana*. Mexico: MC - Grill Hill.

- Freire, P. (1990). *La Naturaleza Política de la Educación: Cultura, Poder y Liberación*. Mexico: Paidós.
- Giraldo Buitrago, H. (2012). *Diseño e implementación de una estrategia didáctica para la enseñanza-aprendizaje del concepto de función lineal en el grado noveno mediada en las nuevas tecnologías: Estudio de caso en el Colegio Marymount grupo 9° B del municipio de Medellín*. Tesis, Universidad Nacional de Colombia, Medellín Colombia.
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2003). *Fundamentos de la Enseñanza y el Aprendizaje de la Matemáticas para Maestros*. Granada. Retrieved 01 22, 2018, from https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/1_Fundamentos.pdf
- Gros, B. S. (2002). *Constructivismo y diseños de entornos virtuales de aprendizaje*. *Revista de educación* nº 328. Didácticas específicas, págs. 225-247.
- Gutiérrez, R. (2014). *Estrategias para el uso de las TIC en los procesos de enseñanza y aprendizaje en el área de economía y empresa, en la educación secundaria*. Madrid: Universidad de la Rioja.
- Hernández & Otros. (1998). *Metodología de la Investigación*. In R. Hernández Sampieri, *Metodología de la Investigación*. (p. 185). Mexico D.F.: Mc Graw Hill.
- Hernández Sampieri, R. (2014). *Metodología de la Investigación* (6ª ed.). McGRAW-HILL / INTERAMERICANA EDITORES, S.A. DE C.V.
- Hiraldos Rejos, R. (2013). *EDUTECH. Uso de los entornos virtuales de aprendizaje en la educación a distancia*. Costa Rica. Retrieved 09 23, 2017, from https://www.uned.ac.cr/academica/edutech/memoria/ponencias/hiraldos_162.pdf

- Hurtado A., P. (1967). Trigonometría y Geometría Analítica (Segunda ed.). Bogotá: Instituto de Matemáticas.
- Hurtado de Barrera, J. (2012). Metodología de la Investigación: Guía para una Investigación Holística de la Ciencia. Bogotá-Caracas: Quiron Ediciones, CIEA Sypal.
- Juan Crismar, Y. (2007). Rol del maestro a la Luz de Freire. Colombia. Retrieved 23 09, 2017, from <http://teacheryanethjuancrismar.blogspot.com.co/2007/07/rol-pdel-maestro-la-luz-de-freire.html>
- Lage, F. J. (1999). Universidad Nacional de la Plata. Las Teorías Educativas y el Diseño de Software Educativo. Retrieved 04 16, 2018, from <https://www.scribd.com/document/254846069/1-Las-Teorias-Educativas-y-El-Disen-de-Software-Educativo>
- Lim, C. P. (2007). Effective Integration of ICT in Singapore Schools: Pedagogical and Policy Implications.
- Madariaga, C. (2016). Validación del Software Educativo, Metodología de la Investigación y Estadística para su Generalización en la docencia médica. 20. Retrieved 09 06, 2017, from http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1560-43812016000200002
- Maldonado Rodríguez, L. (2013). Enseñanza de las Simetrías con uso de Geogebra según el modelo Van Hiele. Tesis, Universidad de Chile, Santiago Chile. Retrieved 02 28, 2018, from <http://repositorio.uchile.cl/handle/2250/133875>
- Martinez Gómez, J. N. (2013). Apropiación del concepto de función usando el software Geogebra. Tesis, Universidad Nacional, Manizales, Colombia.

- Retrieved 03 10, 2018, from
<http://www.bdigital.unal.edu.co/9498/1/8411011.2013.pdf>
- MEN. (1998). Serie Lineamientos Curriculares para Matemáticas. Santa Fe de Bogotá. Retrieved 02 25, 2018, from
https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf
- MEN. (2015). Informe por colegio de las Pruebas Saber 3º, 5º y 9º. Colegio La Candelaria.
- MEN. (2016). Informe por colegio de las Pruebas Saber de 3º, 5º y 9º. Colegio La aCandelaria.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencia. Bogotá. Retrieved 03 01, 2018, from
https://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf2.pdf
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. (2017). Vamos a Aprender Matemáticas 8º. Bogotá D.C.: SM.
- Ministerio de Educación Nacional;. (1998). Serie Lineamientos Curriculares para Matemáticas. Santa Fe de Bogotá.
- Muñoz C, O. (2012). Diseñar e implementar una estrategia didáctica para la enseñanzaaprendizaje de la función lineal modelando situaciones problema a través de las TIC: Estudio de caso en el grado noveno de la Institución Educativa la Salle de Campoamor. Tesis, Universidad Nacional de Colombia, Antioquia, Medellín. Retrieved 07 02, 2018
- Olivares Granados, S. A., & Gonzalez Reyes, J. A. (2016). La generación Z y los retos del docente. Los retos de la docencia ante las nuevas características de

los estudiantes universitarios, XI, 126-136. Retrieved 09 25, 2017, from http://www.ecorfan.org/proceedings/CDU_XI/TOMO%2011_11.pdf

Ospina Pineda, D. (n.d.). ¿Que es un Ambiente Virtual de Aprendizaje? (U. d. Antioquia, Ed.) Retrieved 10 23, 2017, from <http://aprendeonline.udea.edu.co/boa/contenidos.php/cee1c4c4045aded3a9cecfbcdaf9d8db/144/1/contenido/>

Papert, S. (1987). Lenguaje Logo.

Parada Hernández, A., & Suárez Aguilar , Z. E. (2014). Influencia de las Tecnologías de la Información y la Comunicación en la Apropiación de Conceptos de Electrónica Análoga en Estudiantes de Grado Séptimo. Tesis de Maestría, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Tunja, Tunja, Colombia. Retrieved from http://revistas.uptc.edu.co/index.php/investigacion_duitama/article/view/3137/3149

Parra Rodriguez, F. A. (2008). Matemática Mente 8º. Bogotá: Voluntad.

Pasive Castellanos, J. T. (Abril 2012). Incidencia de las Estrategias Didácticas Basadas en Tecnología en el Mejoramiento del Nivel de Competencias Matemáticas. Tesis de Maestría, Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey -Mexico, Meta Colombia, Villavicencio. Retrieved from <http://hdl.handle.net/11285/571116>

Proenza Garrido, Y., & Leyva Leyva, L. M. (2006). Reflexiones sobre la calidad del aprendizaje y de las competencias matemáticas. Revista Iberoamericana de educación, 10. Retrieved 01 30, 2018, from <https://rieoei.org/RIE/article/view/2479>

- Pumacallahui Salcedo, E. (2015). El uso de los Softwares Educativos como Estrategia de Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría en los Estudiantes de Cuarto Grado del Nivel Secundario en las Instituciones Educativas de la Provincia Tambopata - Región de Madre de Dios. Tesis Doctoral, Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle, Lima, Perú. Retrieved from <http://repositorio.une.edu.pe/bitstream/handle/UNE/530/TD%201513%20P1.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Reber, A. S. (1996). Penguin Dictionary of Psychology (2ª ed.). Londres, Inglaterra: Penguin.
- Rojano, T. (2003, Septiembre). Incorporación de entornos tecnológicos de aprendizaje a la cultura escolar: proyecto de innovación educativa en matemáticas y ciencias en escuelas secundarias públicas de México. 33. Ciudad de México, México. Retrieved from <https://rieoei.org/historico/documentos/rie33a07.htm>
- Salcedo Lagos, P. (2000). Ingeniería de software educativo, teorías y metodologías que la sustentan. Ingeniería Informática, ISSN 0717-4195(6). Retrieved 02 08, 2018, from https://www.researchgate.net/publication/28121258_Ingenieria_de_software_educativo_teorias_y_metodologias_que_la_sustentan
- Salomón, C. (1987). Entornos de Aprendizaje con Ordenadores: Una Reflexión sobre las Teorías del Aprendizaje y la Educación. Madrid: Paidós Ibérica.
- Sanabria Montañez, M. (2003). Influencia del seminario y la clase magistral en el rendimiento académico de los alumnos de la E.A.P. de economía de la U.N.M.S.M. Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Lima Perú: Tesis

- Digitales. Retrieved 08 20, 2018, from
http://sisbib.unmsm.edu.pe/bibvirtualdata/tesis/human/Sanabria_M_M/Cap4.PDF
- Serrano, J. M., & Pons Parra, R. M. (2011, 04 05). El Constructivismo hoy: Enfoques Constructivistas en la Educación. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 13. Retrieved 09 23, 2017, from
<https://redie.uabc.mx/redie/article/view/268/708>
- Soto & Zúñiga. (2003). Aplicaciones del programa Dr. Geo para la enseñanza de la geometría en la educación secundaria.
- Suárez Gerrero, C. (2002). Los Entornos Virtuales de Aprendizaje como Herramienta de Mediación. (U. d. Salamanca, Ed.) Retrieved 09 20, 2017, from
http://campus.usal.es/~teoriaeducacion/rev_numero_04/n4_art_suarez.htm
- Tascón, C. (2004). Aportaciones de Bruner. Retrieved 04 18, 2018, from
<http://www.ctascon.com/Aportaciones%20de%20Bruner.pdf>
- Tello Leal, E., Sosa Reyna , C. M., Lucio Castillo, M., & Florez Morelos, M. M. (2010). Análisis de los servicios de la tecnología Web 2.0 aplicados a la educación.
- The Free Dictionary. (2007). Retrieved from *Diccionario Manual de la Lengua Española*: <http://es.thefreedictionary.com/factorizar>
- Torres Rodríguez, C. A., & Racedo Lobo, D. M. (2014). Estrategia Didáctica Mediada por el Software Geogebra. Tesis, Universidad de la Costa "CUC", Barranquilla - Colombia.
- Urbina R, S. (2014). Informática y teorías del aprendizaje. *Pixel-Bit:Revista de Medios y Educación*. Retrieved 02 25, 2018, from

https://www.researchgate.net/publication/28102535_Informatica_y_teorias_del_aprendizaje

Valles Acosta, Y. (2014). De baby boomers a millenials, la necesaria evolución de las estructuras sociales. (Vol. No. 9). Ciudad de Mexico.

Varela López, A. (n.d.). T de Studen Muestras Independientes. Retrieved from Youtube: <https://www.youtube.com/watch?v=W6fuVCGGK8I>

Villarreal, F. G. (1995). La resoución de problemas en matemáticas y el uso de las TIC. Edutec. Revista Electrónica de Tecnología Educativa.

ANEXOS

Anexo 1: Matriz de Consistencia.

PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES E INDICADORES		
<p>Problema General</p> <p>¿Cómo influye el uso de la herramienta digital GeoGebra en la comprensión de la función lineal en los estudiantes de grado 9º, del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra Santander en 2017?</p> <p>Problemas Específicos:</p> <p>¿Cómo influye el uso de la herramienta digital GeoGebra en el reconocimiento y gráfica de la función lineal, en los estudiantes de grado 9º, del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra Santander?</p> <p>¿Cómo influye el uso de la herramienta digital GeoGebra en la comprensión de la pendiente de la recta y el intercepto “y” de la función lineal en los estudiantes de</p>	<p>Objetivo General</p> <p>Determinar cómo influye el uso de la herramienta GeoGebra en la comprensión de función lineal en estudiantes de grado 9º del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra Santander en 2017.</p> <p>Objetivos Específicos:</p> <p>Determinar cómo influye el uso de la herramienta GeoGebra en el reconocimiento y gráfica de la función lineal, en estudiantes de grado 9º, del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra Santander.</p> <p>Determinar cómo influye el uso de la herramienta GeoGebra en la comprensión de la pendiente de la recta y el intercepto “y” de la función lineal en estudiantes de</p>	<p>Hipótesis General</p> <p>El uso de la herramienta digital GeoGebra influye en la comprensión de la función lineal en estudiantes de grado 9º del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra Santander</p> <p>Hipótesis específicas:</p> <p>El uso de la herramienta GeoGebra influye en el reconocimiento y gráfica de la función lineal en estudiantes de grado 9º del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra Santander</p> <p>El uso de la herramienta GeoGebra influye en la comprensión de la pendiente de la recta y el intercepto “y” de la función lineal en estudiantes de grado 9º del Colegio Nuestra</p>	<p>Variable Independiente: Herramienta GeoGebra</p>		
			<p>VARIABLE INDEPENDIENTE</p>	<p>DIMENSIONES</p>	<p>INDICADORES</p>
			<p>La herramienta digital GeoGebra (X)</p>	<p>Vista Gráfica (X1)</p>	<p>Usa las herramientas básicas de Geogebra: punto, recta, etc. Representa la función lineal y afín haciendo uso de la caja de entrada de GeoGebra. Usa deslizadores de Geogebra para analizar el comportamiento de la función lineal y afín</p>
				<p>Vista algebraica (X2)</p>	<p>Usa objetos libres y objetos dependientes Introducción al concepto de función lineal</p>
			<p>Reconocimiento y gráfica de la función lineal.</p>		<p>Reconoce situaciones de variación que corresponden a una función lineal o afín. Emplea representaciones tabulares, gráficas y algebraicas de la función lineal.</p>

<p>grado 9º, del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra Santander?</p> <p>¿Cómo influye el uso de la herramienta digital GeoGebra en el mejoramiento de la capacidad para resolver problemas de función lineal en estudiantes de grado 9º, del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra Santander?</p>	<p>grado 9º del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra Santander</p> <p>Determinar cómo influye el uso de la herramienta digital GeoGebra en el mejoramiento de la capacidad para resolver problemas de función lineal en estudiantes de grado 9º del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra Santander.</p>	<p>Señora de la Candelaria de Cimitarra Santander</p> <p>El uso de la herramienta digital GeoGebra influye en el mejoramiento de la capacidad para resolver problemas de función lineal en estudiantes de grado 9º del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra Santander.</p>		<p>Pendiente de la recta e intercepto "y"</p> <p>Solución de problemas sobre función lineal.</p>	<p>Determina el conjunto de valores que puede tomar una variable en una función lineal y af</p> <p>Interpreta y calcula la pendiente o coeficiente de proporcionalidad de la recta</p> <p>Describe las características de la función lineal y afín de acuerdo la variación de la pendiente.</p> <p>Interpreta y calcula la ordenada en el origen o intercepto "y"</p> <p>Formula la ecuación de la recta conocidos un punto y la pendiente.</p> <p>Formula la ecuación de la recta conocidos dos puntos.</p> <p>Establece relaciones entre las pendientes de rectas paralelas y perpendiculares</p> <p>Análisis, formulación de problemas y simulación de situaciones sobre función lineal.</p>
--	---	--	--	--	---

			Variable Dependiente: Aprendizaje de la función lineal	
			Aprendizaje de la función lineal (Y)	Reconocimiento y gráfica de la función lineal. (Y1)
				Reconoce situaciones de variación que corresponden a una función lineal o afín.
				Emplea representaciones tabulares, gráficas y algebraicas de la función lineal.
				Determina el conjunto de valores que puede tomar una variable en una función lineal y af
				Pendiente de la recta e intercepto "y" (Y2)
				Interpreta y calcula la pendiente o coeficiente de proporcionalidad de la recta
				Describe las características de la función lineal y afín de acuerdo la variación de la pendiente.
				Interpreta y calcula la ordenada en el origen o intercepto "y"
				Solución de problemas sobre función lineal. (Y3)
				Formula la ecuación de la recta conocidos un punto y la pendiente.
				Formula la ecuación de la recta conocidos dos puntos.
				Establece relaciones entre las pendientes de rectas paralelas y perpendiculares

						Análisis, formulación de problemas y simulación de situaciones sobre función lineal.																				
MÉTODO Y DISEÑO		POBLACIÓN			TÉCNICAS E INSTRUMENTOS	MÉTODO DE ANÁLISIS DE DATOS																				
<p>Tipo de investigación: Aplicada</p> <p>Alcance: Explicativo</p> <p>Diseño: Experimental</p> <p>Nivel: Cuasi-experimental</p> <p>Enfoque: Cuantitativo</p> <p>Fase I: Diseño y Validación del instrumento pre-test con el propósito de diagnosticar el nivel de competencias matemáticas y medir las destrezas en resolución de problemas con aplicación funciones lineales de los estudiantes de noveno grado.</p> <p>Fase II: Aplicación de 13 sesiones de clase sobre función lineal mediante la utilización de la herramienta digital Geogebra a los estudiantes del grupo experimental 9°C</p>		<p>Población: 138 estudiantes del grado 9º del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="4">MUESTRA</th> </tr> <tr> <th>NOVENO</th> <th>H</th> <th>M</th> <th>TOTAL</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td>13</td> <td>21</td> <td>34</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>19</td> <td>17</td> <td>36</td> </tr> <tr> <td>TOTAL MUESTRA</td> <td>32</td> <td>28</td> <td>70</td> </tr> </tbody> </table> <p>Fuente: programa académico institucional</p> <p>Total muestra: 70</p>			MUESTRA				NOVENO	H	M	TOTAL	A	13	21	34	C	19	17	36	TOTAL MUESTRA	32	28	70	<p>Las técnicas e instrumentos de recolección de datos utilizados en la investigación son las siguientes:</p> <p>Teoría e Instrumentos: pre-test y post-test</p> <p>Niveles de desempeño</p> <p>Nivel insuficiente 10 – 39</p> <p>Nivel Mínimo 40 – 69</p> <p>Nivel Satisfactorio 70 - 89</p> <p>Nivel Avanzado 90 - 100</p>	<p>El método de la presente tesis de investigación es:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Codificación - Calificación - Tabulación - Interpretación
MUESTRA																										
NOVENO	H	M	TOTAL																							
A	13	21	34																							
C	19	17	36																							
TOTAL MUESTRA	32	28	70																							

<p>Fase III Aplicación del instrumento post-test con el objetivo de evaluar los resultados obtenidos mediante la aplicación de las clases</p> <p>Fase IV Tabulación, organización, presentación y discusión de los resultados obtenidos.</p>			
--	--	--	--

Anexo 2: Instrumento

UNIVERSIDAD NORBERT WIENER DEL PERÚ



**PRE-TEST PARA DETERMINAR NIVEL DE CONOCIMIENTO SOBRE
FUNCION LINEAL Y AFÍN EN EL GRADO NOVENO DEL COLEGIO NUESTRA
SEÑORA DE LA CANDELARIA DE CIMITARRA SANTANDER.**

Estimado Estudiante: Tómate los primeros minutos de la clase para alistar los útiles necesarios para la realización de la prueba (lápiz, esfero, borrador, regla), relájate y concéntrate.

Nombre _____ Grado: _____

Lee detenidamente cada enunciado y selecciona la respuesta que consideres correcta de acuerdo a tu conocimiento sobre función lineal.

1. De las siguientes expresiones, la que corresponde a una función lineal es:

- A. $y = x^2 + 2x - 1$
- B. $y = x^3 + 1$
- C. $y = x^2$
- D. $y = -5x$

2. De las siguientes expresiones, la que corresponde a una función Afín es:

- A. $y = 4x^2 - 1$
- B. $y = 2x - 1$

C. $y = x^3 + 4x^2 - 1$

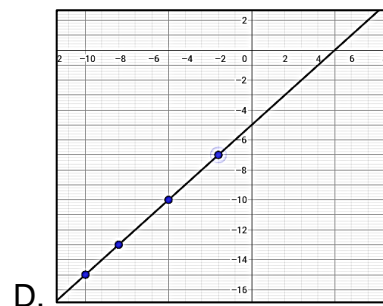
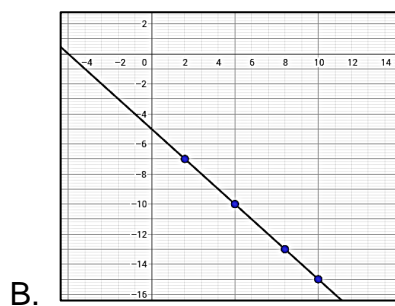
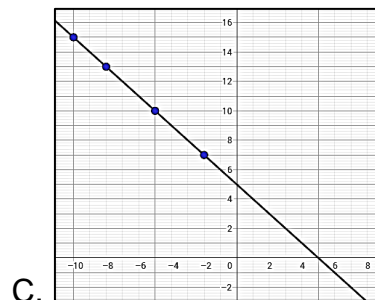
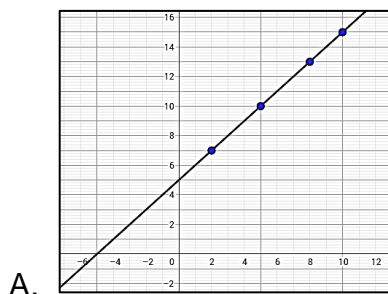
D. $-3x$

Contesta la siguiente pregunta con base en la siguiente información

En la siguiente tabla “y” corresponde al costo a pagar en miles de pesos en un parqueadero por “x” cantidad de días que se deja parqueada una motocicleta

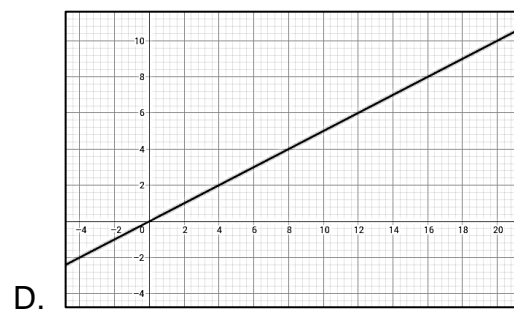
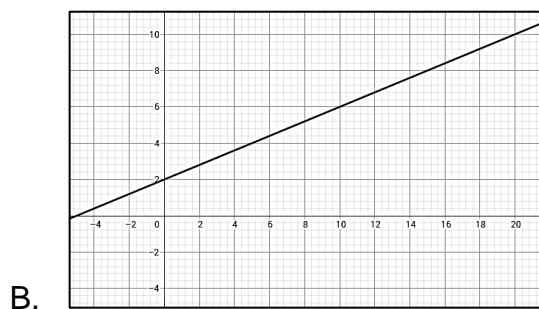
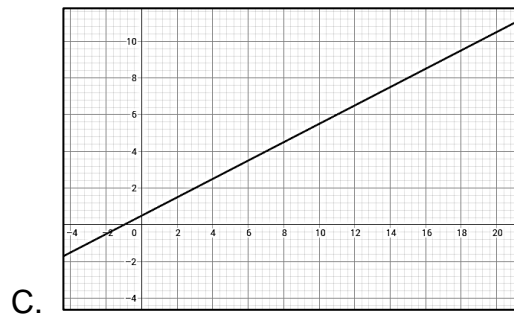
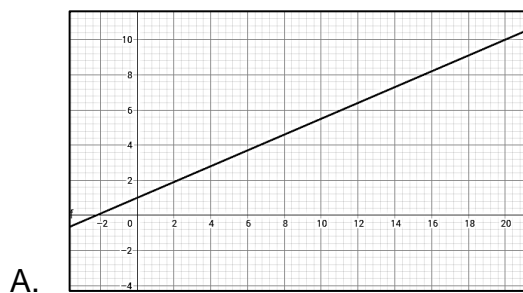
X(días)	Y(costo a pagar)	(x , y)
2	7000	(2 , 7)
5	10000	(5 , 10)
8	13000	(8 , 13)
10	15000	(10 , 15)

3. ¿Cuál de las siguientes gráficas representa la función de la tabla de valores?



4. La calificación de una prueba de matemáticas que contiene 20 preguntas, se obtiene mediante la aplicación de la función $y = 1 + 0,45x$, donde “y” es la calificación y “x” es el número de aciertos.

La gráfica que representa correctamente la situación anterior es:



5. Respecto de la función $y = 2x - 4$, ¿Cuál o cuáles de las cinco afirmaciones, que aparecen a continuación con correctas?

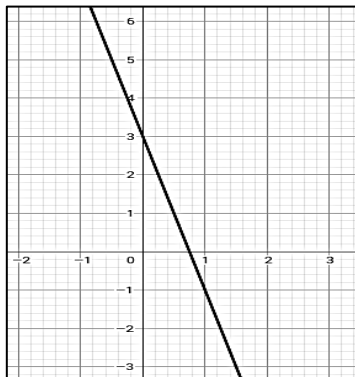
1. Es una función decreciente.
2. Su ordenada en el origen es -4 .
3. Es una función afín
4. Pasa por el punto $(2, -4)$
5. No pasa por el origen de coordenadas.

- A. Solo la afirmación 1 es verdadera
 B. Son verdaderas las afirmaciones 1, 2, y 5
 C. Son verdaderas las afirmaciones 3 y 4
 D. Son verdaderas las afirmaciones 2, 3 y 5

6. La recta cuya ecuación general es $6x - 3y + 1 = 0$, tiene pendiente igual a:

- A. -2
- B. $-\frac{1}{2}$
- C. $\frac{1}{2}$
- D. 2

Responde las preguntas 7 y 8 con base en la siguiente gráfica de una función afín



7. La pendiente de la recta de a la gráfica es:

- A. -4
- B. $-\frac{1}{4}$
- C. 4
- D. 3

8. La ecuación de la recta representada en la gráfica es:

- A. $y = 3x + 3$
- B. $y = 4x + 3$
- C. $y = -4x + 3$
- D. $y = -4x - 3$

Responde las preguntas 9 y 10 con base en la siguiente información

Una empresa de telefonía móvil cobra \$500 por una llamada de 5 minutos y por 8 minutos cobra \$680

9. Si el cobro de la factura se ajusta a un modelo lineal o afín, ¿Cuál es el costo que se cobra por minuto?

- A. \$60
- B. \$90
- C. \$100
- D. \$85

10. ¿Cuál es el costo fijo que deben pagar los usuarios?

- A. \$800
- B. \$60
- C. \$200
- D. \$0

11. En una función afín, La ordenada en el origen, conocida también como intercepto “y” o coeficiente de posición, nos indica:

- A. El punto donde la recta corta el eje “y” o de las ordenadas
- B. La inclinación de la recta
- C. El punto donde la recta corta el eje x o de las abscisas
- D. El punto donde se cortan los ejes los ejes de coordenadas “X” y “Y”

12. La ordenada en el origen o intercepto y en la función $y = 2x + 4$ es:

- A. (0 , 2)
- B. (0 ,-4)

- C. (0 , 0)
- D. (0 , 4)

Responde las preguntas 13, 14 y 15 con base en la siguiente información

En Bucaramanga un taxista cobra a sus usuarios una tarifa de \$3100 de banderazo más \$54 por cada unidad de distancia recorrida.

13. La función que nos permite calcular el costo (y) del servicio, en función del número (x) de unidades de distancia recorridos es:

- A. $y = 54 + 3100x$
- B. $y = 54x - 3100$
- C. $y = 3100 + 54x$
- D. $y = 3154x$

14. Un usuario cuyo recorrido en un taxi fue de 280 unidades, deberá pagar un total de:

- A. \$12.020
- B. \$18.220
- C. \$15.120
- D. \$30.434

15. Si un pasajero pagó a un taxista en total \$8500 por el servicio, significa que recorrió:

- A. 84 unidades
- B. 214 unidades
- C. 158 unidades
- D. 100 unidades

Responde las preguntas 16 y 17 con base en la siguiente información

Desde el principio del mes de julio, la Represa de "**HIDROSIGAMOSO**" ha perdido agua a una tasa constante debido a la evaporación del agua por el fuerte verano. El día 12 la represa tenía 200 millones de litros de agua; el día 21 tenía 164 millones de litros.

16. ¿Cuál de las siguientes funciones permite calcular el nivel de agua (y) en un momento (t)?

- A. $y = -4t + 164$
- B. $y = 12t + 248$
- C. $y = -4t + 248$
- D. $y = 4t$

17. La Represa "**HIDROSOGAMOSO**" sigue perdiendo agua cada día. Teniendo en cuenta el modelo lineal que representa la situación es posible afirmar, que en el día 8 de julio la cantidad de agua que había en la represa es:

- A. 240 millones de litros
- B. 240 millones de litros
- C. 216 millones de litros
- D. 100 millones de litros

18. La ecuación general de la recta que tiene pendiente $m = 5$ y que pasa por el punto $(3,2)$, es:

- A. $5x - y + 6 = 0$
- B. $5x - y - 13 = 0$
- C. $3x + y + 13 = 0$
- D. $y = 5x + 13$

19. Al graficar en el plano cartesiano las funciones $y = 3x - 1$ y $y = -\frac{1}{3}x - 1$ se obtienen:

- A. Dos rectas perpendiculares que se cortan en el punto (0,1)
- B. Dos rectas paralelas que se cruzan en el punto (0,1)
- C. Dos rectas paralelas que no se cruzan en ningún punto
- D. Dos rectas perpendiculares que se cruzan en el punto (1,0)

20. La ecuación explícita de la recta que corta al eje y en el punto (0, -5) y es perpendicular a la recta de ecuación $4x - 2y + 6 = 0$, es:

- A. $y = -\frac{1}{2}x + 5$
- B. $y = \frac{1}{2}x - 5$
- C. $y = -\frac{1}{2}x - 5$
- D. $y = 2x - 5$

Anexo 3: DATOS PARA CÁLCULO DE CONFIABILIDAD DEL INSTRUMENTO

	ITEM_1	ITEM_2	ITEM_3	ITEM_4	ITEM_5	ITEM_6	ITEM_7	ITEM_8	ITEM_9	ITEM_10	ITEM_11	ITEM_12	ITEM_13	ITEM_14	ITEM_15	ITEM_16	ITEM_17	ITEM_18	ITEM_19	ITEM_20
EST_1	4	3	4	4	3	4	3	2	3	2	2	3	2	4	1	2	2	1	2	3
EST_2	4	3	4	1	4	1	3	2	3	2	1	2	3	4	1	2	1	1	3	2
EST_3	4	3	1	4	2	3	4	3	1	1	1	3	4	1	4	4	1	2	1	3
EST_4	4	1	3	3	1	4	2	1	3	4	1	2	4	3	2	1	3	2	4	3
EST_5	4	1	3	2	3	4	4	1	1	2	1	1	3	1	3	2	3	2	3	3
EST_6	4	1	3	4	3	1	3	3	3	2	3	4	4	4	4	1	2	2	3	1
EST_7	4	2	3	3	4	2	1	2	1	3	1	1	1	4	3	2	1	2	1	3
EST_8	4	2	3	3	4	2	1	2	1	3	1	1	3	4	3	2	1	3	4	3
EST_9	4	1	3	3	4	1	1	2	3	1	2	3	3	2	4	2	3	2	1	4
EST_10	4	1	3	4	3	1	1	2	3	1	1	3	4	4	3	3	4	1	3	1
EST_11	4	1	3	4	3	1	1	2	3	1	1	3	4	4	4	3	4	1	3	2
EST_12	2	2	3	3	4	2	1	3	3	2	1	3	2	3	3	2	4	3	2	2
EST_13	3	3	3	4	1	1	2	1	3	1	1	4	3	4	3	1	1	2	4	1
EST_14	4	3	4	3	1	1	1	2	3	2	2	3	3	3	1	2	3	4	3	4
EST_15	4	2	3	3	4	2	1	2	1	3	1	1	1	4	3	1	1	2	1	3
EST_16	4	1	3	1	4	4	3	4	3	1	2	3	3	3	3	2	2	2	3	2
EST_17	4	1	3	4	4	2	1	1	1	2	1	3	2	4	1	2	4	2	3	1
EST_18	2	3	3	3	2	4	4	1	4	3	1	4	4	1	1	4	3	2	3	2
EST_19	4	2	3	1	3	1	3	3	3	1	4	1	4	3	2	1	2	4	1	3
EST_20	4	3	4	1	4	2	3	1	4	1	1	4	3	4	3	2	1	4	1	4
EST_21	4	3	4	3	2	1	1	2	2	2	2	2	3	3	1	2	3	4	1	2
EST_22	4	3	4	3	3	1	1	2	2	2	2	2	3	3	1	2	3	4	1	2
EST_23	4	1	3	4	3	2	1	4	3	3	1	4	2	4	3	2	3	2	3	4
EST_24	4	3	4	2	2	1	3	1	2	3	1	4	1	1	2	2	3	1	3	2
EST_25	4	1	3	3	1	4	2	1	2	2	2	2	3	3	1	2	4	2	3	1
EST_26	4	1	3	4	3	1	3	3	3	2	2	3	3	3	3	2	2	2	3	2
EST_27	4	3	4	4	3	4	3	2	3	2	1	4	3	4	3	2	1	4	1	4
EST_28	4	2	3	3	4	2	1	2	2	2	2	2	3	3	1	2	3	4	1	2
EST_29	4	3	4	3	2	1	1	2	3	3	1	4	2	4	1	2	3	4	1	2
EST_30	4	3	3	4	1	3	2	3	1	4	1	4	3	4	1	2	3	4	1	2
EST_31	4	4	3	2	3	2	3	2	3	1	2	1	3	2	4	1	2	2	4	2
EST_32	1	3	1	3	4	2	1	2	4	1	3	1	2	3	3	2	3	2	3	3
EST_33	4	2	3	4	3	4	3	2	3	1	1	3	3	4	1	2	4	1	3	4
EST_34	4	1	3	3	3	4	2	1	4	2	1	1	3	2	3	4	3	3	1	2
EST_35	4	1	3	2	3	2	1	2	3	2	4	1	3	4	3	4	2	4	2	2
EST_36	4	1	3	1	3	4	3	3	3	2	4	4	3	3	1	2	1	2	1	4

EST_37	4	1	3	1	2	4	3	2	4	2	1	1	3	3	3	4	4	2	2	1
EST_38	4	1	3	1	1	4	3	3	3	2	1	1	3	3	3	4	4	2	2	2
EST_39	4	1	3	1	2	4	3	2	4	2	1	1	3	3	3	4	4	2	2	3
EST_40	3	1	2	3	2	1	1	3	3	1	4	1	4	4	4	2	1	4	4	3
EST_41	4	3	3	3	2	4	3	3	3	4	2	1	2	1	2	3	2	4	1	3
EST_42	4	1	2	2	1	3	3	2	3	1	3	1	3	3	4	2	1	4	1	1
EST_43	3	1	2	2	3	4	2	2	2	3	1	2	4	2	3	4	3	1	4	2
EST_44	4	2	4	3	4	2	1	2	2	3	2	1	1	2	1	2	1	3	3	2
EST_45	4	3	3	4	3	3	1	3	1	2	1	2	3	3	3	4	2	2	3	3
EST_46	4	1	3	1	2	4	3	3	4	1	1	1	3	3	3	4	3	4	2	1
EST_47	4	1	3	1	3	4	3	3	4	1	1	1	3	3	3	2	3	4	2	1
EST_48	1	1	2	2	3	4	3	3	1	3	4	1	1	2	4	2	3	3	2	4
EST_49	4	2	3	2	3	1	3	2	1	1	3	4	3	1	3	4	3	2	1	2
EST_50	1	1	2	2	3	4	3	2	1	1	4	1	4	2	4	2	3	3	2	4
EST_51	4	4	3	1	2	4	1	3	3	3	1	1	3	3	1	2	3	2	1	3
EST_52	4	3	4	1	3	2	1	4	3	2	2	2	1	3	2	4	2	4	2	1
EST_53	4	3	3	1	2	4	2	3	1	2	3	4	1	3	2	1	3	2	4	1
EST_54	3	3	1	2	4	1	2	1	4	4	2	3	4	3	1	2	3	1	4	2
EST_55	4	1	3	1	2	3	3	4	1	2	1	1	3	2	1	4	3	2	3	1
EST_56	4	1	3	3	4	3	2	2	3	2	4	2	4	4	4	2	1	2	1	4
EST_57	4	1	3	3	3	3	4	4	3	1	1	3	3	4	3	2	1	4	1	2
EST_58	4	3	1	2	2	1	3	3	3	4	1	1	2	4	3	2	3	3	2	4
EST_59	4	1	3	1	2	1	2	1	4	4	2	3	1	2	4	2	3	2	4	1
EST_60	4	1	3	3	3	4	1	2	4	1	3	1	2	2	4	2	3	3	2	4
EST_61	2	1	1	4	2	1	2	3	2	4	4	4	2	4	3	3	1	3	2	2
EST_62	3	3	1	1	3	3	3	3	3	4	2	2	3	3	4	1	3	3	2	3
EST_63	1	3	2	3	3	2	4	3	4	3	4	3	4	3	4	3	2	4	2	3
EST_64	1	4	2	3	2	1	4	2	1	3	1	2	3	3	1	1	4	2	3	2
EST_65	3	3	4	3	4	2	2	4	2	1	3	4	1	4	1	2	2	3	2	1
EST_66	4	3	1	2	3	1	1	3	1	2	3	4	3	2	1	2	2	3	4	4
EST_67	2	3	2	4	3	4	2	1	1	3	3	1	1	4	3	3	3	2	4	3
EST_68	1	4	4	3	1	2	4	4	3	1	1	1	4	3	3	3	2	2	2	3
EST_69	1	4	1	3	2	1	2	2	3	3	3	1	2	1	4	3	4	2	4	4
EST_70	3	1	3	4	3	3	1	1	3	3	3	3	3	3	3	1	3	4	4	1

Anexo 4: Resultados Pre-test grupo Control

PRE TEST GRUPO CONTROL																					
	ITEM1	ITEM2	ITEM3	ITEM4	ITEM5	ITEM6	ITEM7	ITEM8	ITEM9	ITEM10	ITEM11	ITEM12	ITEM13	ITEM14	ITEM15	ITEM16	ITEM17	ITEM18	ITEM19	ITEM20	NOTA
ESTUDIANTE_1	0	5	0	0	5	0	5	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	5	5	0	30
ESTUDIANTE_2	5	0	5	5	5	5	5	0	0	0	5	0	0	0	5	0	0	0	0	5	45
ESTUDIANTE_3	5	0	0	0	5	0	0	5	0	5	0	5	0	0	0	5	0	0	0	0	30
ESTUDIANTE_4	5	0	5	0	0	0	5	0	0	0	5	5	5	5	0	0	0	0	0	0	35
ESTUDIANTE_5	5	0	5	0	5	0	0	0	0	5	5	0	0	0	5	0	0	0	0	0	30
ESTUDIANTE_6	5	0	5	0	5	5	0	5	0	5	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	35
ESTUDIANTE_7	5	0	5	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	5	0	0	0	0	0	20
ESTUDIANTE_8	5	0	5	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	5	0	0	0	0	0	20
ESTUDIANTE_9	5	0	5	0	0	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	25
ESTUDIANTE_10	5	0	0	0	5	5	0	0	0	0	0	0	5	0	5	0	5	5	0	0	35
ESTUDIANTE_11	5	0	5	0	5	5	0	0	0	0	5	0	5	0	0	0	5	5	0	0	40
ESTUDIANTE_12	5	0	0	0	0	0	0	5	0	5	0	0	0	5	5	0	5	0	5	0	35
ESTUDIANTE_13	5	5	5	0	0	0	5	0	0	0	5	0	0	0	5	0	0	0	0	0	30
ESTUDIANTE_14	5	5	0	0	0	5	0	0	0	5	0	5	0	5	0	0	0	0	0	5	35
ESTUDIANTE_15	5	0	5	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	5	0	0	0	0	0	20
ESTUDIANTE_16	5	0	5	5	0	0	0	0	0	5	0	0	0	5	5	0	0	0	0	0	30
ESTUDIANTE_17	5	0	5	0	0	0	0	0	0	5	5	0	0	0	0	0	5	0	0	0	25
ESTUDIANTE_18	0	5	5	0	0	0	0	0	5	0	5	0	5	0	0	0	0	0	0	0	25
ESTUDIANTE_19	5	0	0	5	5	5	0	5	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	30
ESTUDIANTE_20	5	5	0	5	0	0	0	0	5	5	0	0	0	0	5	0	0	0	0	5	35
ESTUDIANTE_21	5	5	0	0	0	5	0	0	0	5	0	5	0	5	0	0	0	0	0	0	30
ESTUDIANTE_22	5	5	0	0	5	5	0	0	0	5	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	30
ESTUDIANTE_23	5	0	5	0	5	0	0	0	0	0	5	0	0	0	5	0	0	0	0	5	30
ESTUDIANTE_24	5	5	0	0	0	5	0	0	0	0	5	0	0	0	0	5	0	5	0	0	30
ESTUDIANTE_25	5	0	5	0	0	0	5	0	0	5	0	5	0	5	0	0	5	0	0	0	35
ESTUDIANTE_26	5	0	5	0	5	5	0	5	0	5	0	0	0	5	5	0	0	0	0	0	40
ESTUDIANTE_27	5	5	0	0	5	0	0	0	0	5	5	0	0	0	5	0	0	0	0	5	35
ESTUDIANTE_28	5	0	5	0	0	0	0	0	0	5	0	5	0	5	0	0	0	0	0	0	25
ESTUDIANTE_29	5	5	0	0	0	5	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20
ESTUDIANTE_30	5	5	5	0	0	0	5	5	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	30
ESTUDIANTE_31	5	0	5	0	5	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20
ESTUDIANTE_32	0	5	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	5	5	0	0	0	0	0	20
ESTUDIANTE_33	5	5	5	0	5	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	5	5	0	5	40
ESTUDIANTE_34	5	0	5	0	5	0	5	0	5	5	5	0	0	0	5	0	0	0	0	0	40

Anexo 6: Post-test Grupo Control

	PREGUNTA_1	PREGUNTA_2	PREGUNTA_3	PREGUNTA_4	PREGUNTA_5	PREGUNTA_6	PREGUNTA_7	PREGUNTA_8	PREGUNTA_9	PREGUNTA_10	PREGUNTA_11	PREGUNTA_12	PREGUNTA_13	PREGUNTA_14	PREGUNTA_15	PREGUNTA_16	PREGUNTA_17	PREGUNTA_18	PREGUNTA_19	PREGUNTA_20	NOTA
ESTUDIANTE_1	5	5	0	5	0	0	5	0	5	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	30
ESTUDIANTE_2	5	5	0	5	5	5	5	0	0	5	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	40
ESTUDIANTE_3	5	5	0	5	5	5	5	0	0	5	0	0	5	5	0	0	5	0	0	0	50
ESTUDIANTE_4	5	5	0	5	5	5	5	0	0	5	0	0	5	5	0	5	0	0	0	0	50
ESTUDIANTE_5	5	5	5	5	5	5	5	5	0	5	0	0	5	0	0	5	0	0	0	0	55
ESTUDIANTE_6	5	0	5	5	5	5	0	0	0	5	5	0	5	0	0	5	0	0	0	0	45
ESTUDIANTE_7	5	5	5	0	0	5	0	0	0	5	0	0	5	0	0	5	0	0	0	5	40
ESTUDIANTE_8	0	5	5	0	5	5	5	5	0	5	0	0	5	5	5	5	5	5	0	0	65
ESTUDIANTE_9	5	5	5	5	5	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	35
ESTUDIANTE_10	0	5	5	5	5	5	5	0	0	5	5	0	5	5	5	0	5	0	0	0	60
ESTUDIANTE_11	5	5	5	0	5	5	0	5	0	5	0	0	5	0	5	5	0	0	0	5	55
ESTUDIANTE_12	5	5	5	5	5	5	0	0	5	5	0	0	5	0	0	5	0	0	0	0	50
ESTUDIANTE_13	5	0	5	5	5	5	5	5	0	5	5	5	5	0	5	0	0	5	0	0	65
ESTUDIANTE_14	0	5	5	5	5	5	5	5	5	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	45
ESTUDIANTE_15	5	5	5	0	5	0	5	0	0	5	0	0	5	5	0	5	0	0	0	0	45
ESTUDIANTE_16	5	5	5	5	5	5	5	0	0	5	5	0	5	0	0	5	0	0	5	0	60
ESTUDIANTE_17	5	5	0	0	0	5	5	5	5	5	0	5	5	5	0	0	5	0	0	0	55
ESTUDIANTE_18	5	5	5	0	0	5	5	5	0	5	0	5	5	0	0	5	0	0	5	0	55
ESTUDIANTE_19	0	5	5	5	5	0	0	5	0	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	35
ESTUDIANTE_20	5	5	0	5	5	5	5	0	5	5	5	5	5	5	0	5	5	0	0	5	75
ESTUDIANTE_21	0	5	0	5	0	5	5	0	5	0	5	5	0	5	0	5	0	5	5	0	55
ESTUDIANTE_22	5	5	5	0	5	5	5	5	5	5	5	0	5	0	5	5	0	0	0	5	70
ESTUDIANTE_23	5	0	0	5	5	5	0	5	0	5	5	5	5	5	0	5	0	5	0	0	60
ESTUDIANTE_24	5	0	5	0	5	5	5	5	0	5	5	0	5	0	0	5	5	0	0	5	60
ESTUDIANTE_25	0	5	5	5	5	0	0	5	5	5	5	5	5	5	0	5	0	5	0	0	65
ESTUDIANTE_26	0	0	5	5	5	5	5	5	5	5	5	0	5	0	5	5	0	0	0	0	60
ESTUDIANTE_27	5	0	0		0	5	5	5	0	0	5	5	5	5	5	5	0	0	0	0	50
ESTUDIANTE_28	0	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	0	5	0	0	0	0	70
ESTUDIANTE_29	5	0	5	0	5	5	5	5	5	5	5	5	5	0	5	5	0	5	0	0	70
ESTUDIANTE_30	5	0	5	5	5	5	5	5	0	5	5	5	5	0	0	5	5	0	5	0	70
ESTUDIANTE_31	5	5	5	5	5	5	0	0	0	5	5	0	5	5	0	5	0	0	0	0	55
ESTUDIANTE_32	5	0	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	0	0	5	5	0	5	0	75
ESTUDIANTE_33	0	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	0	5	5	0	5	0	0	0	0	65
ESTUDIANTE_34	5	5	5	5	5	5	5	0	0	5	0	0	5	0	0	5	0	5	0	0	55

Anexo 7: Post-test Grupo Experimental

	PREGUNTA_1	PREGUNTA_2	PREGUNTA_3	PREGUNTA_4	PREGUNTA_5	PREGUNTA_6	PREGUNTA_7	PREGUNTA_8	PREGUNTA_9	PREGUNTA_10	PREGUNTA_11	PREGUNTA_12	PREGUNTA_13	PREGUNTA_14	PREGUNTA_15	PREGUNTA_16	PREGUNTA_17	PREGUNTA_18	PREGUNTA_19	PREGUNTA_20	CALIFICACION
ALUMNO_1	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	0	0	0	0	85
ALUMNO_2	5	5	5	5	0	5	5	5	0	5	0	5	5	0	0	5	5	0	0	0	60
ALUMNO_3	5	5	5	5	5	0	5	0	5	5	5	5	5	5	0	5	0	0	5	0	70
ALUMNO_4	5	5	5	5	5	5	5	5	0	5	5	0	5	0	0	5	5	0	0	5	70
ALUMNO_5	5	5	5	5	5	5	5	0	5	5	0	0	5	0	0	0	0	5	0	0	55
ALUMNO_6	5	5	5	5	5	5	0	0	0	5	0	0	5	0	0	5	0	0	0	0	45
ALUMNO_7	5	5	5	5	5	5	5	5	0	5	0	0	5	0	5	5	5	0	0	0	65
ALUMNO_8	5	5	5	5	5	5	0	5	0	5	5	5	0	0	0	5	0	5	0	5	65
ALUMNO_9	5	5	5	5	5	5	0	0	0	5	0	0	5	0	5	5	0	0	0	0	50
ALUMNO_10	5	5	5	5	5	5	0	0	5	5	5	5	5	5	0	5	0	0	0	0	65
ALUMNO_11	5	5	5	5	5	5	0	0	0	5	0	0	5	0	0	5	0	0	0	0	45
ALUMNO_12	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	0	0	5	5	0	0	0	0	0	5	65
ALUMNO_13	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	0	5	5	0	5	5	0	0	5	5	80
ALUMNO_14	5	5	5	5	5	5	0	0	5	5	5	5	5	0	5	5	5	0	5	5	80
ALUMNO_15	5	5	5	5	5	5	5	0	5	5	5	0	5	0	0	5	5	0	0	0	65
ALUMNO_16	5	5	5	5	5	5	0	5	0	5	0	0	5	0	0	5	0	0	0	0	50
ALUMNO_17	5	5	5	5	5	5	5	5	0	5	0	0	5	0	0	5	0	0	0	0	55
ALUMNO_18	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	0	0	5	0	0	0	0	70
ALUMNO_19	5	5	5	5	5	5	0	0	0	5	0	5	5	5	0	5	0	0	0	0	55
ALUMNO_20	5	5	5	5	5	5	5	5	5	0	0	0	5	0	5	5	5	5	0	0	70
ALUMNO_21	5	5	5	5	5	5	5	5	0	5	5	5	5	0	0	5	0	0	0	0	65
ALUMNO_22	5	5	5	5	5	5	5	0	5	5	5	5	5	0	0	5	0	0	0	5	70
ALUMNO_23	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	0	5	5	0	0	0	0	75
ALUMNO_24	5	5	5	5	5	5	5	5	0	5	5	5	5	0	0	0	0	0	0	0	60
ALUMNO_25	5	5	5	5	5	5	5	0	0	5	5	5	5	0	5	5	0	0	0	0	65
ALUMNO_26	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	0	0	5	0	0	0	0	70
ALUMNO_27	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	0	5	5	5	5	0	90
ALUMNO_28	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	0	5	5	0	0	5	5	0	0	0	70
ALUMNO_29	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	0	0	5	5	0	0	0	75
ALUMNO_30	5	5	5	5	5	5	5	5	0	5	5	0	5	0	0	5	0	5	5	0	70
ALUMNO_31	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	55
ALUMNO_32	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	0	0	5	0	5	0	0	75
ALUMNO_33	5	5	5	5	5	5	0	5	0	5	5	0	5	5	5	5	0	0	0	0	65
ALUMNO_34	5	5	5	5	5	5	5	0	0	5	5	5	5	0	5	5	0	5	0	0	70
ALUMNO_35	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	0	0	0	85
ALUMNO_36	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	0	0	5	0	0	0	5	75

Anexo 8: Resultados para prueba de hipótesis específicas Grupo Control

	PUTNAJE GLOBAL	H1. Reconocimiento y gráfica de la función lineal	H2. Pendiente de la recta e intercepto "y" de la función lineal.	H3. Solución de problemas sobre función lineal
Estudiante_1	30	15	10	5
Estudiante_2	40	15	20	5
Estudiante_3	50	15	20	15
Estudiante_4	50	15	20	15
Estudiante_5	55	20	25	10
Estudiante_6	45	15	20	10
Estudiante_7	40	15	10	15
Estudiante_8	65	10	25	30
Estudiante_9	35	20	15	0
Estudiante_10	60	15	25	20
Estudiante_11	55	15	20	20
Estudiante_12	60	20	20	10
Estudiante_13	65	15	35	15
Estudiante_14	45	15	25	5
Estudiante_15	45	15	15	15
Estudiante_16	60	20	25	15
Estudiante_17	55	10	30	15
Estudiante_18	55	15	25	15
Estudiante_19	35	15	20	0
Estudiante_20	75	15	35	25
Estudiante_21	55	10	25	20
Estudiante_22	70	15	35	20
Estudiante_23	60	10	30	20
Estudiante_24	60	10	30	20
Estudiante_25	65	15	30	20
Estudiante_26	60	10	35	15
Estudiante_27	50	5	25	20
Estudiante_28	70	15	40	15
Estudiante_29	50	10	40	20
Estudiante_30	70	15	35	20
Estudiante_31	55	20	20	15
Estudiante_32	75	15	40	20
Estudiante_33	65	15	35	15
Estudiante_34	55	20	20	15

Anexo 9: Resultados para prueba de hipótesis Grupo Experimental

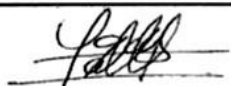
	PUNTAJE GLBAL	H1. Reconocimiento y gráfica de la función lineal.	H2. Pendiente de la recta e intercepto "y" de la función lineal.	H3. Solución de problemas sobre función lineal
Estudiante_1	85	15	35	35
Estudiante_2	75	15	25	35
Estudiante_3	75	15	30	30
Estudiante_4	80	15	35	30
Estudiante_5	55	20	20	15
Estudiante_6	85	20	35	30
Estudiante_7	80	15	30	35
Estudiante_8	60	20	15	25
Estudiante_9	100	20	40	40
Estudiante_10	65	10	30	25
Estudiante_11	90	20	35	35
Estudiante_12	95	20	40	35
Estudiante_13	80	20	30	30
Estudiante_14	80	15	30	35
Estudiante_15	65	15	25	25
Estudiante_16	85	20	35	30
Estudiante_17	90	20	35	35
Estudiante_18	70	20	25	25
Estudiante_19	95	20	40	35
Estudiante_20	70	15	25	30
Estudiante_21	65	15	30	20
Estudiante_22	80	20	35	25
Estudiante_23	75	15	30	30
Estudiante_24	60	15	25	20
Estudiante_25	90	20	35	35
Estudiante_26	70	15	30	25
Estudiante_27	90	20	40	30
Estudiante_28	85	15	40	30
Estudiante_29	75	15	25	35
Estudiante_30	70	15	20	35
Estudiante_31	95	20	35	40
Estudiante_32	75	15	40	20
Estudiante_33	65	15	25	25
Estudiante_34	80	15	35	30
Estudiante_35	85	20	30	35
Estudiante_36	75	15	35	25

Anexo 10: Certificado de Validación de instrumento Juez 1

Certificado de Validez de Contenido de Instrumento que mide el Aprendizaje de la Función Lineal y Afin – Opinión de expertos							
Título de la Investigación: Aplicación de la Herramienta digital Geogebra en el proceso de Aprendizaje de la Función Lineal en el Grado Noveno del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra Santander. Nombre del Instrumento de Investigación: Prueba de conocimientos y competencias sobre función lineal y afin Autor del Instrumento de Investigación: JORGE HERNÁN SALAZAR BARRERA							
Dimensiones/ítems	CRITERIOS A EVALUAR						Observaciones (Si debe eliminarse o modificarse un ítem por favor indique)
	Pertinencia		Relevancia		Claridad		
	Si	No	Si	No	Si	No	
D1	Reconocimiento y Gráfica de la función lineal						
	1	X		X		X	
	2	X		X		X	
	3	X		X		X	
	4	X		X		X	
D2	Pendiente de la recta y ordenada en el origen						
	5	X		X		X	
	6	X		X		X	
	7	X		X		X	
	8	X		X		X	
	9	X		X		X	
	10	X		X		X	
	11	X		X		X	
D3	Solución de problemas sobre función lineal						
	13	X		X		X	
	14	X		X		X	
	15	X		X		X	
	16	X		X		X	
	17	X		X		X	
	18	X		X		X	
	19	X		X		X	
20	X		X		X		
ASPECTOS GENERALES						Si	No
El instrumento contiene instrucciones claras y precisas para responder la prueba						X	
Los ítems permiten el logro del objetivo de la investigación						X	
Los ítems están distribuidos en forma lógica y secuencial						X	
El número de ítems es suficiente para recoger la información. En caso de ser negativa su respuesta sugiera los ítems a añadir						X	


VALIDEZ							
APLICABLE	X	NO APLICABLE		APLICABLE ATENDIENDO A LAS OBSERVACIONES			
ROBINSON HERRERA ACELAS	Magister en Gestión de la Tecnología Educativa.			316 867 5512	24	08	2018
NOMBRE DEL EXPERTO VALIDADOR	ESPECIALIDAD DEL EXPERTO			TELEFONO	FECHA		
FIRMA DEL EXPERTO VALIDADOR			13.543.287	rhpositivo65@hotmail.com			
			CC. No.	EMAIL			

Anexo 11: Certificado de Validación de instrumento Juez 2

Certificado de Validez de Contenido de Instrumento que mide el Aprendizaje de la Función Lineal y Afín – Opinión de expertos							
Título de la Investigación: Aplicación de la Herramienta digital Geogebra en el proceso de Aprendizaje de la Función Lineal en el Grado Noveno del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra Santander. Nombre del Instrumento de Investigación: Prueba de conocimientos y competencias sobre función lineal y afín Autor del Instrumento de Investigación: JORGE HERNÁN SALAZAR BARRERA							
Dimensiones/items	CRITERIOS A EVALUAR						Observaciones (Si debe eliminarse o modificarse un ítem por favor indique)
	Pertinencia		Relevancia		Claridad		
	Si	No	Si	No	Si	No	
D1	Reconocimiento y Gráfica de la función lineal						
	1						
	2						
	3						
D2	Pendiente de la recta y ordenada en el origen						
	4						
	5						
	6						
	7						
	8						
D3	Solución de problemas sobre función lineal						
	9						
	10						
	11						
	12						
	13						
	14						
	15						
ASPECTOS GENERALES					Si	No	xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx
El instrumento contiene instrucciones claras y precisas para responder la prueba							
Los ítems permiten el logro del objetivo de la investigación							
Los ítems están distribuidos en forma lógica y secuencial							
El número de ítems es suficiente para recoger la información. En caso de ser negativa su respuesta sugiera los ítems a añadir							
VALIDEZ							
APLICABLE		NO APLICABLE		APLICABLE ATENDIENDO A LAS OBSERVACIONES			
YANETH GOMEZ GOMEZ		Máster en Pedagogía Lic. En Matemáticas y computación		3126818356	25	08	2018
NOMBRE DEL EXPERTO VALIDADOR		ESPECIALIDAD DEL EXPERTO		TELEFONO	FECHA		
		63.459.3.13		gg.yaneth@gmail.com			
FIRMA DEL EXPERTO VALIDADOR		CC. No.		EMAIL			

Anexo 12: Certificado de Validación instrumento Juez 3

Certificado de Validez de Contenido de Instrumento que mide el Aprendizaje de la Función Lineal y Afín – Opinión de expertos								
<p>Título de la Investigación: Aplicación de la Herramienta digital Geogebra en el proceso de Aprendizaje de la Función Lineal en el Grado Noveno del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra Santander.</p> <p>Nombre del Instrumento de Investigación: Prueba de conocimientos y competencias sobre función lineal y afín</p> <p>Autor del Instrumento de Investigación: JORGE HERNÁN SALAZAR BARRERA</p>								
Dimensiones/items	CRITERIOS A EVALUAR						Observaciones (Si debe eliminarse o modificarse un ítem por favor indique)	
	Pertinencia		Relevancia		Claridad			
	Si	No	Si	No	Si	No		
D1	Reconocimiento y Gráfica de la función lineal							
	1	X		X		X		
	2	X		X		X		
	3	X		X		X		
D2	Pendiente de la recta y ordenada en el origen							
	4	X		X		X		
	5	X		X		X		
	6	X		X		X		
	7	X		X		X		
	8	X		X		X		
	9	X		X		X		
D3	Solución de problemas sobre función lineal							
	10	X		X		X		
	11	X		X		X		
	12	X		X		X		
	13	X		X		X		
	14	X		X		X		
	15	X		X		X		
	16	X		X		X		
ASPECTOS GENERALES						Si	No	XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
El instrumento contiene instrucciones claras y precisas para responder la prueba						X		
Los ítems permiten el logro del objetivo de la investigación						X		
Los ítems están distribuidos en forma lógica y secuencial						X		
El número de ítems es suficiente para recoger la información. En caso de ser negativa su respuesta sugiera los ítems a añadir						X		

VALIDEZ						
APLICABLE	<input checked="" type="checkbox"/>	NO APLICABLE		APLICABLE ATENDIENDO A LAS OBSERVACIONES		
WILLIAM JAVIER DURÁN GOMEZ		Magister en Educación con Especialización en Educación Virtual	315 927 2303	24	08	2018
NOMBRE DEL EXPERTO VALIDADOR		ESPECIALIDAD DEL EXPERTO	TELEFONO	FECHA		
		91.532.391	willydugo24@hotmail.com			
FIRMA DEL EXPERTO VALIDADOR		CC. No.	EMAIL			

Anexo 13: Talleres

TALLER 1. Conociendo el programa de GeoGebra

Sesiones 1 y 2:

Usar correctamente las herramientas básicas de GeoGebra a través de la construcción de elementos básicos de la geometría: punto, recta, plano, polígonos, círculos etc y realizar cálculos

Metodología:

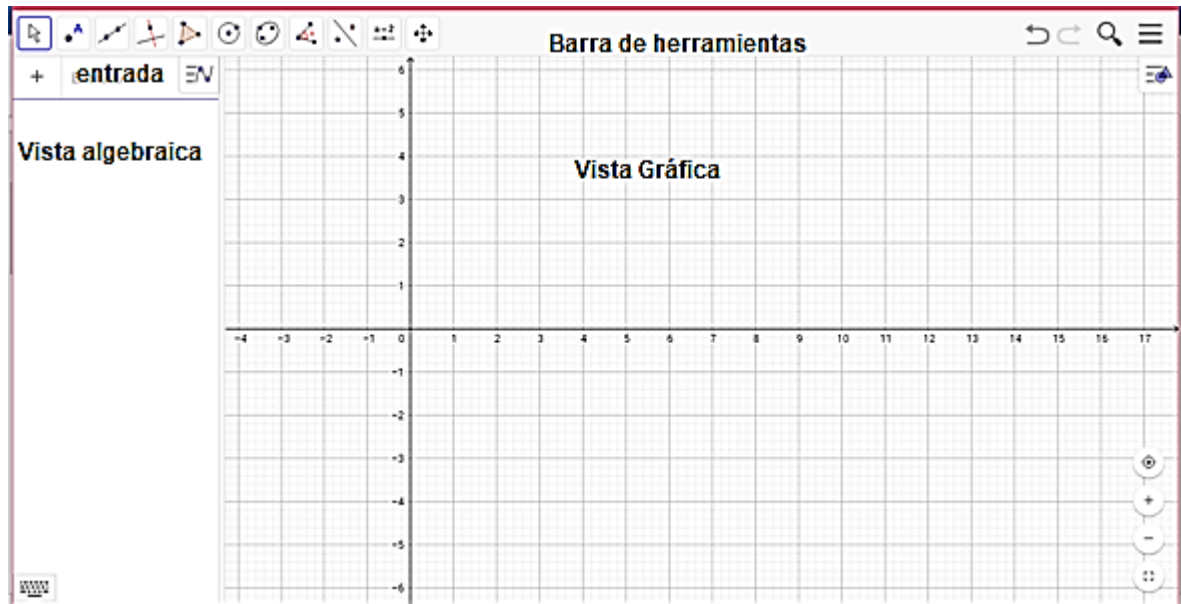
- Proyección y socialización del video de Geogebra, sobre la exploración de las diferentes herramientas.
- Utilización de la herramienta Geogebra para desarrollar las actividades propuestas en la guía de trabajo, orientada por el docente en forma grupal (parejas) e individual.
- Responder a las preguntas sobre el trabajo realizado con el objetivo de Afianzar lo aprendido.
- Socialización de las actividades desarrolladas por parte de los estudiantes.
- Cada pareja debe copiar el pantallazo de cada construcción y pegarla en el documento y llenar los espacios en blanco en la hoja impresa con los datos solicitados.

Conoce GeoGebra.

GeoGebra: GeoGebra es una herramienta simple pero muy potente que los estudiantes pueden utilizar para entender conceptos matemáticos, como ayudar a resolver problemas y comprobar soluciones.

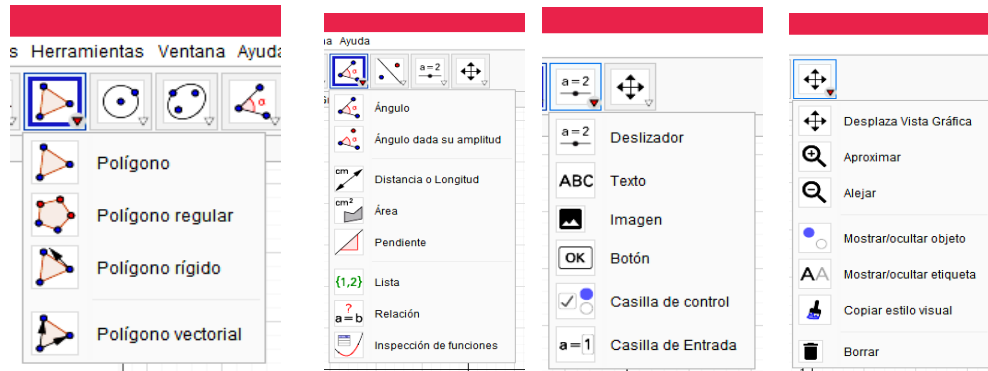
el programa es increíblemente intuitivo. La mejor manera de aprender es abrir el programa y experimentar.

Al abrir el GeoGebra aparece una ventana en la cual se pueden identificar cuatro secciones: Barra de herramientas, Vista algebraica, vista gráfica y Campo de entradas. Además encontramos la vista hoja de cálculo y la barra de menús






Principales herramientas de GeoGebra (Explicación de cada una de las herramientas)







Actividad A

1. Dibuja los siguientes puntos en el plano cartesiano (ventana gráfica). Para eso da clic en la herramienta punto  y luego da clic en el sitio donde lo vas a colocar. $A=(2,6)$, $B=(-4, 3)$, $C=(-5,-2)$, $D=(1, -4)$
2. Traza los segmentos de recta \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} , \overline{DA} , para ello da clic en la herramienta  y luego da clic en los dos puntos a unir. Repite el procedimiento para cada par de puntos.
¿Qué figura obtuviste? _____
3. Determina la longitud de cada segmento de recta de la figura, para ello selecciona la herramienta  y luego da clic en cada uno de los puntos del segmento que deseas medir.
Escribe las longitudes encontradas: $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$, $\overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$, $\overline{CD} = \underline{\hspace{2cm}}$, $\overline{DA} = \underline{\hspace{2cm}}$

Actividad B

1. Crea una recta usando la herramienta recta que pasa por dos puntos 
2. Crea otra recta que intersecte a la recta anterior y en la intersección agrega un punto de intersección 
3. Otra recta DE que interseque a la recta anterior en un punto C .

4. El segmento AE

Actividad C



1. En una nueva ventana (en el menú archivo) dibuje:




- Un segmento AB de 6 unidades de longitud
- Una recta g : perpendicular a AB por B
- El punto medio M de AB
- Un punto C que no pertenezca a AB
- Una recta h : que contenga a C y sea perpendicular a AB
- Una recta i : paralela a AB que contenga a C
- Un punto de intersección F en donde se cortan las rectas
- Un polígono (cuadrilátero) cuyos vértices sean los puntos de cortes de las rectas.
- Mueve los puntos de las esquinas del cuadrilátero, ¿Qué observas? ¿Qué observas que sucede en la vista algebraica?

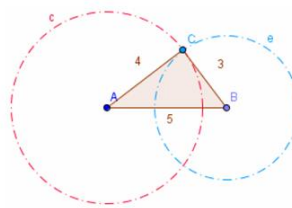
Actividad D

1. **Construcción de un triángulo conocidos los tres lados $a= 4$ unit; $b= 3$ unit y $c= 5$ unit**

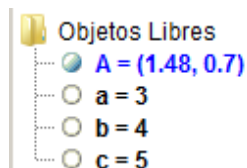
Introducir los tres valores uno por uno en el campo de entradas: $a=4$;
 $b=3$ y $c=5$

-  Dibujar un lado dibujando el vértice y darle la longitud " c " (en el paso anterior hemos especificado que vale 5 unit)
-  Dibujar una circunferencia centrada en uno de los vértices del lado dibujado en el paso anterior y cuyo radio vale " b "

-  Dibujar una circunferencia centrada en el otro vértices del lado dibujado en el 1º paso y cuyo radio vale "a"
-  Hallar el punto de intersección de las dos circunferencias dibujadas.
-  Dibujar el triángulo uniendo los tres vértices



- Cambiar las propiedades de cada objeto, hasta adecuarlos al diseño propuesto.



En la ventana algebraica da clic sobre los valores de los lados introducidos para exponer los objetos, estos se convertirán en deslizadores (cambiar las propiedades) y así podremos conseguir triángulos con lados de longitud diferente.

TALLER 2: Introducción al Concepto de Función Lineal**SESION 3:**

Indicadores:

- Identificar funciones mediante la vista algebraica de GeoGebra
- Representar funciones mediante la caja de entrada de Geogebra:

1. Ingresa las siguientes expresiones en la caja de entrada de Geogebra, observa sus gráficas y con base en ellas contesta las siguientes preguntas.

A. $y = x$

B. $y = x^2 - 2$

C. $y = x + 1$

D. $f(x) = x^3$

E. $y = -4x$

F. $y = 1/x$

G. $x = y^2$

J. $y = (-1/2)x + 2$

I. $f(x) = 2x - 4$

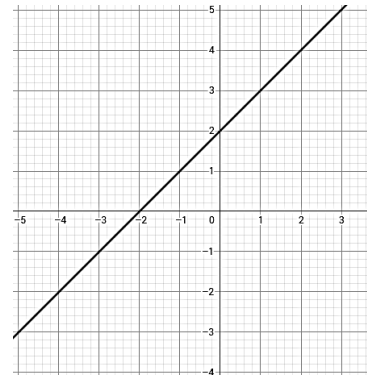
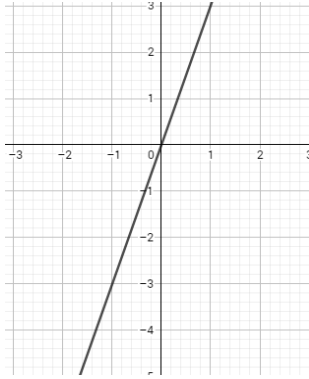
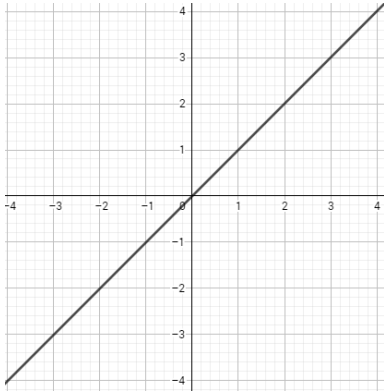
J. $f(x) = 3x$

2. Escribe sobre la línea la letra que corresponde a la gráfica de cada una de las expresiones.

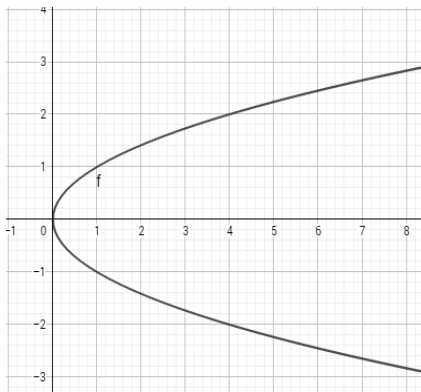
Gráfica _____

Grafica _____

Grafica _____

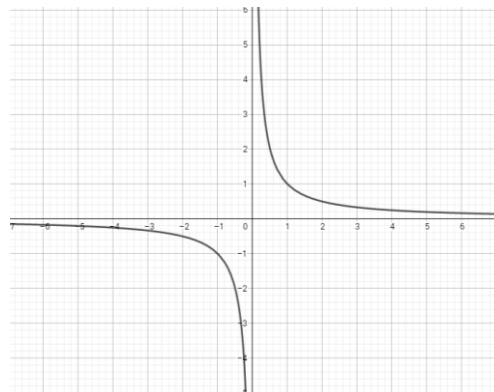


Grafica ____



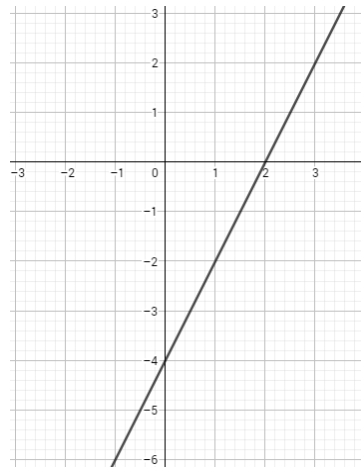
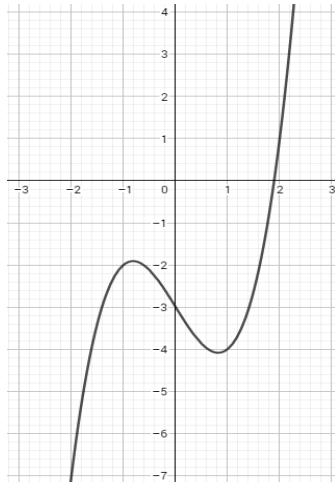
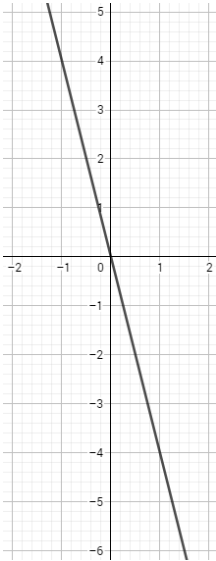
Grafica ____

Gráfica ____



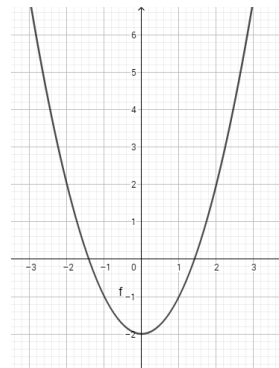
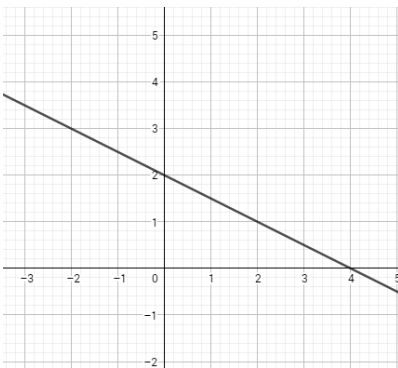
Grafica ____

Gráfica ____



Gráfica _____

Gráfica _____



a. ¿Cuáles de las anteriores gráficas corresponden a funciones?

b. Observa en la ventana de Geogebra la vista algebraica, ¿Cuáles expresiones son de primer grado?

c. Identifiquemos características comunes entre algunos gráficos, contesta

- ¿Qué gráficas corresponden a una línea recta?
-

- ¿Cuáles gráficas corresponden a curvas?
-

- ¿Qué gráficas pasan por el origen del plano cartesiano?
-

3. Llena el cuadro teniendo en cuenta el o los puntos en los que cada gráfica corta el eje de las abcisas y el eje de las ordenadas.

Ejes \ Gráficas	Gráficas									
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
ABCISAS (X)	0									
ORDENADAS (Y)	0									

4. Teniendo en cuenta las gráficas de la actividad 2 que corresponden a una línea recta, responde:

- a. ¿Cuáles de estas pasan por el origen del plano cartesiano y cuales no?
-

- b. Si los gráficos representaran las ganancias de un negocio día a día durante un mes, ¿Cuál sería la gráfica de tu negocio favorito? ¿Por qué?
-

5. Completa las siguientes tablas de valores colocando los valores de “x” e “y” y realiza las operaciones indicadas en la tercera columna.

GRAFICA A		
X	y	$\frac{x}{y}$

Taller 3 **Concepto de Función Lineal**

Sesión No. 4

- **Comprende el concepto de función lineal**
- **Identifica la gráfica de la función lineal**

Actividades

1. Abre GeoGebra y realiza lo siguiente:
 - Ubica los puntos $A=(1,1)$ y $B=(-3,-3)$
 - Crea una recta que pase por los puntos A y B
 - En la vista algebraica da clic derecho sobre la expresión de la función y observa las diferentes formas de expresión, selecciona la expresión $y=mx+b$ o $y=ax+b$
2. Responde:

a. ¿Que características tiene la gráfica que creaste?

b. Escribe las diferentes formas de expresión de la función de la gráfica que acabas de crear

c. ¿En qué punto la gráfica de la función corta el eje x? _____

d. ¿En qué punto la gráfica de la función corta el eje y? _____

e. Desplaza la vista gráfica hacia la derecha e izquierda, Observa el eje x, ¿existe algún valor de x que no tenga pareja en y?, ¿se interrumpe en algún punto la recta de la función? _____

f. Construye una tabla de valores con algunos pares ordenados que pertenezcan a la recta.

x	f(x)

Aprende:

Una función lineal es aquella cuya expresión algebraica es de la forma $f(x) = mx$, o $y = mx$ siendo m , un número real diferente de 0

“y” es la variable dependiente y “x” es la variable independiente

Algunas características de la función lineal $f(x) = mx$ son las siguientes:

- Su gráfica es una línea recta que pasa por el origen (0,0)

- El valor de m se llama constante de proporcionalidad. Si $m > 0$ la función
 - es creciente y si $m < 0$ la función es decreciente.
- Su dominio y su rango coinciden con el conjunto \mathbb{R} .
- Es una función continua.

Practica:


3. Ingresa en la caja de entrada las siguientes funciones y determina en cada una la constante de proporcionalidad

$$Y = 3x \quad m = \underline{\quad} \quad y = -2x \quad m = \underline{\quad} \quad y = (-1/2)x \quad m = \underline{\quad} \quad y = (3/4)x \quad m = \underline{\quad}$$

$$Y = -6x \quad m = \underline{\quad} \quad y = -x \quad m = \underline{\quad} \quad y = x \quad m = \underline{\quad} \quad y = 4x \quad m = \underline{\quad}$$

Escribe dos conclusiones que obtengas al observar la relación que existe entre cada expresión y su gráfica correspondiente.

4. Realiza la siguiente secuencia de comandos en Geogebra

- Crea un deslizador  y cámbia su nombre por m
- Introduce en la caja de entrada la expresión $y = mx$
- Cambia de color la recta que aparece
- Mueve el punto del deslizador hacia adelante y hacia atrás y observa el comportamiento de la recta.

Responde:

- a. ¿Qué sucede cuando $m > 0$? ¿Enre qué cuadrantes del plano cartesiano está la grafica?

- b. ¿Qué sucede cuando $m < 0$? ¿Entre qué cuandranes del plano cartesiano está la gráfica?

- c. ¿Qué sucede cuando $m = 0$ _____

Taller 4: **Función afin**

Sesión 5

Indicadores

- Comprende el concepto de función Afin
- Comprender las diferentes formas de expresión de la función lineal o afin
- Identificar la gráfica de la gráfica de la función a fin

Actividades

1. Abre el programa GeoGebra

- Ingresa en la caja de entrada la función $y=3x$
- Ingresa en la caja de entrada la función $y=3x + 2$
- Ingresa en la caja de entrada la función $y=3x - 2$
- Cambia de color las gráficas para que se diferencien entre sí
- En cada una de las expresiones de la vista algebraica da clic derecho y selecciona la forma $y=ax+b$

2. Responde:

a. ¿En que se parecen las gráficas de las funciones anteriores?

b. ¿En que se diferencias las gráficas de estas funciones?

c. En que se parecen las expresiones de las funciones $y=3x+2$ y $y=3x-2$ con la expresión de la función $y=3x$

d. ahora en la vista algebraica cambia nuevamente la expresión de cada función a la forma $ax+by+c=0$. ¿Qué le sucede a la recta? _____

e. Expresa cada una de las anteriores funciones en las diferentes formas de expresión

FUNCION	$Y= mx + b$	$ax + by + c = 0$	$ax + by = c$
$Y=3x$			
$Y=3x+2$			
$Y=3x-2$			

Aprende:

Una función afín es aquella cuya expresión algebraica es de la forma $f(x) = mx + b$, siendo m y b números reales distintos de 0

Las principales características de la función afín $f(x) = mx + b$ son:

- Su gráfica es una línea recta que pasa por el punto $(0, b)$. Este se denomina punto de corte con el eje de ordenadas, intercepto “y” o coeficiente de posición.
- El número m se llama constante de proporcionalidad. Si $m > 0$ la función es creciente y si $m < 0$ la función es decreciente.
- Su dominio y su rango coinciden con el conjunto R .
- Es una función continua

3. abre una nueva ventana de GeoGebra y haz lo siguiente

- Crea un nuevo deslizador y cámbiale el nombre por “m”
- Crea un nuevo deslizador y cámbiale el nombre por “b”
- Escribe en la caja de entrada la expresión $y = mx + b$
- Mueve el botón del deslizador creado hacia adelante y hacia atrás

¿Qué le sucede a la gráfica a medida que el deslizador aumenta?

¿Qué sucede a la gráfica cuando el deslizador disminuye?

¿Qué sucede cuando el deslizador es cero?

Practica:

4. Realiza el gráfico de las siguientes funciones utilizando geogebra, Debe incluir una imagen del gráfico mediante un recorte y pegarlo debajo de su respectiva función, posteriormente responder las preguntas planteadas en este mismo documento. Consideremos la función lineal como $f(x) = ax$

a) $f(x) = 5x + 8$

b) $f(x) = -5x + 8$

c) $f(x) = -0,9x - 6$

d) $f(x) = 0,9x - 6$

e) $f(x) = 3x$

f) $f(x) = -3x$

g) $f(x) = \frac{3}{5}x$

5. responde:

- ¿Cómo se comporta la gráfica de la función para los valores de $a > 0$?
(positivos) _____
- ¿Cómo se comporta la gráfica de la función para los valores de $a < 0$?
(negativos) _____
- ¿Qué sucede con las gráficas de las funciones cuando la constante de proporcionalidad es una fracción o número decimal? _____

- ¿Qué diferencias y similitudes existen entre la función $f(x) = 3x$ y la función $f(x) = -3x$? Explique _____

Taller 5: Gráfica de una función lineal y Afín**Sesión 6****Indicadores:**

- Comprende la gráfica de la función lineal o Afín
 - Grafica funciones lineales o Afín a partir tablas de valores y sin ellas
1. La siguiente es la tabla de valores para la función $y = (1/2)x + 4$

X	$Y=(1/2)x + 4$
-2	3
-1	$7/2$
0	4
1	$7/2$
2	5
4	6

Construye su gráfica con la ayuda de GeoGebra, para ello abre una ventana de GeoGebra y realiza lo siguiente:

- Crea los puntos con las parejas ordenadas obtenidas en la tabla de valores
- Crea una recta que pase por los anteriores puntos

¿ Quedó algún punto por fuera de la recta? Explica por qué (Revisa la tabla de valores)

2. Grafique las funciones que se presentan a continuación, inserte el grafico obtenido debajo de su respectiva función y responda las preguntas que aparecen más abajo.

a. $f(x) = 2x$

b. $f(x) = 2x + 6$

c. $f(x) = 2x + 8$

d. $f(x) = 2x - 5$

e. $f(x) = 2x - 10$

- ¿Qué conclusiones se pueden obtener al observar las gráficas de las funciones? _____

- ¿Qué relación existe entre las gráficas y su respectivo coeficiente de posición? ¿Ocurrirá lo mismo siempre? Justifique. _____

- ¿Qué relación existe entre las funciones que el coeficiente de posición es positivo? ¿Ocurrirá lo mismo con las de coeficiente de posición negativo? Justifique. _____

La gráfica de una función Afín $f(x) = mx + b$, se obtiene al desplazar gráfica de la función lineal $f(x) = mx$.

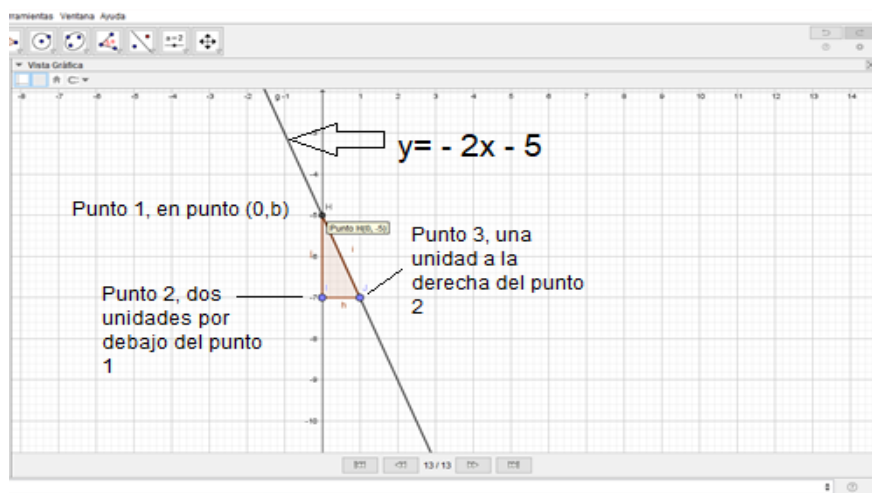
Si $b > 0$, el desplazamiento es hacia arriba

Si $b < 0$, el desplazamiento es hacia abajo

Grafica de una función Afín sin hacer tabla de valores

Por ejemplo Graficar la función $y = -2x - 5$ así:

En GeoGebra dibuja un triángulo, ubica el primer punto en b , llamado coeficiente de ubicación, el cual equivale a -5 . Como la constante de proporcionalidad es -2 o $(2/1)$ entonces El segundo punto lo debes ubicar dos unidades por debajo del primer punto. El tercer punto lo debes ubicar a una unidad a la derecha del segundo punto y luego une este con el primero. La gráfica de la función será la recta que pasa por los puntos 1 y 3.



3. Siguiendo el procedimiento anterior grafica en el software las siguientes funciones sin realizar la tabla de valores. Copia y pega el pantallazo debajo de cada una

a. $y = (3/4)x - 1$

b. $y = (-1/3)x + 3$

c. $y = 6x + 1$

d. $y = x + 3$

e. $y = -7x$

f. $y = (-1/4)x$

4. Cree dos deslizadores y nómbralos “m” y “b”, respectivamente, cambie los intervalos a entero y que vayan desde -10 hasta el 10 en cada uno de ellos. Luego escriba en la caja de entrada la función $f(x)=mx+b$ y oprima ENTER. Luego vaya moviendo cada uno de los botones y sobre las líneas describa los movimientos que se generan en la gráfica. (anexar tres gráficos con diferentes posiciones)

5. con la ayuda de Geogebra representa en un mismo plano las siguientes las siguientes funciones y para cada una determina la constante de proporcionalidad y el punto de corte con el eje de ordenadas

Función	m	b
$f(x) = -2x + 7$		
$g(x) = 4 - 7x$		
$h(x) = -3(x+5)$		
$j(x) = -x + 10$		
$k(x) = -4x + 5$		
$t(x) = 5 - 3x$		

Sesión 7

Indicadores

- Dada una función lineal relaciona la constante de proporcionalidad con la pendiente de la recta que representa.
- Calcula el valor de la pendiente de una recta conocidos dos puntos que pertenecen a esta.

1. Abre GeoGebra y realiza lo siguiente

- Crea dos deslizadores y nómbralos como m y b respectivamente.
- Haz clic donde quieras que quede el deslizador
- Escribe en la caja de entrada la función $y=mx+b$
- Mueve el botón del deslizador m hacia la izquierda y hacia la derecha. ¿Qué ocurre con la gráfica de esta función?

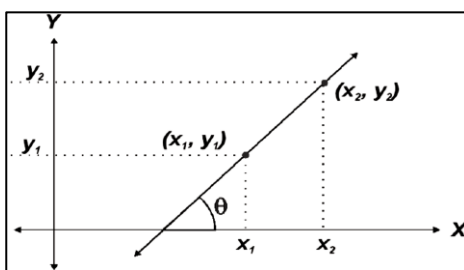
Ahora haz clic en la casilla que dice “Recta que pasa por dos puntos y trazan la recta de tal manera que pase por el origen del plano.

- Para calcular la pendiente de esa recta, haz clic en la casilla que dice “Angulo” y selecciona la opción “Pendiente” y haz clic en uno de los puntos de la recta.
- Mueve la recta de distintas maneras desde el punto donde está la representación de la pendiente. ¿Qué sucede con la gráfica? ¿y con la pendiente?

¿Qué características comunes tienen estas dos gráficas con respecto a sus pendientes?

Aprende:

La pendiente de la recta, llamada también coeficiente de proporcionalidad o coeficiente angular, cuyo símbolo es (m), es la inclinación de la recta con respecto al eje X o también, $m = \tan\theta$ la cual indica una variación de Y con respecto a X, o una razón de cambio entre dos variables. Observemos la justificación gráfica:



Calculo de la pendiente de la recta, La pendiente de una recta es la tangente del ángulo que forma la recta con la dirección positiva del eje de abscisas. Sean $P1(x_1, y_1)$ y $P2(x_2, y_2)$ dos puntos de una recta, no paralela al eje Y, la pendiente se calcula mediante la expresión:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Si $m > 0$ se dice que la pendiente es positiva, la función es creciente y la gráfica va desde el tercer al primer cuadrante.

Si $m < 0$ se dice que la pendiente es negativa, la función es decreciente y su gráfica va desde el segundo al cuarto cuadrante.

Si $m = 0$ la recta es paralela al eje (x) del plano cartesiano, y

Si la pendiente es indefinida la recta es paralela al eje (y) del plano cartesiano

Practica

2. Abre una nueva ventana de GeoGebra y haz lo siguiente:

- Crea un deslizador y nómbralo con la letra m.
- Ingresas la función $y = 3x - 4$
- Selecciona la herramienta pendiente y calcula la pendiente de la recta en cualquier punto que elijas, si lo prefieras hazlo en distintos puntos
- En la función de la vista algebraica cambia 3 por m
- Mueve el botón del deslizador hacia la izquierda y hacia la derecha.

a. Ubica el deslizador en valores mayores a 0. ¿que le sucede a la recta?

b. ¿Qué sucede cuando se ubica en valores menores que 0?

c. ¿Ubica el deslizador en 0, ¿Qué sucede?

3. Abre la nueva versión de GeoGebra 6.0,

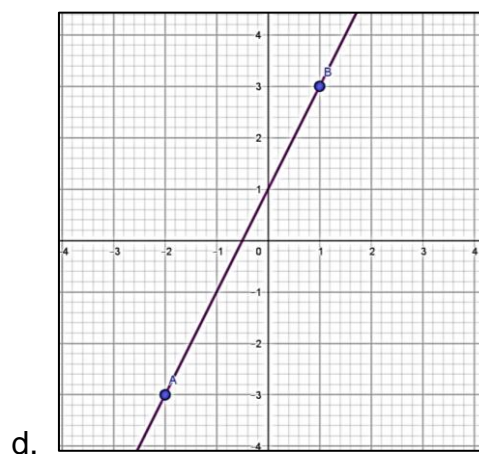
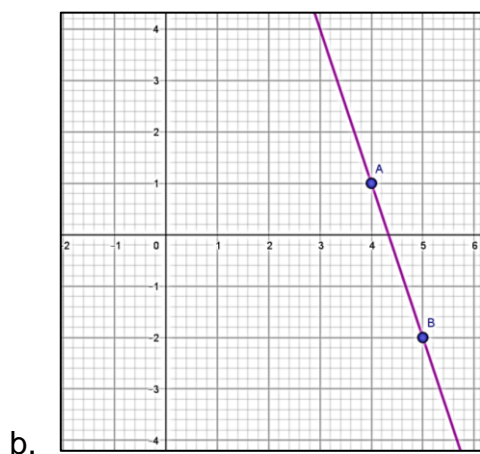
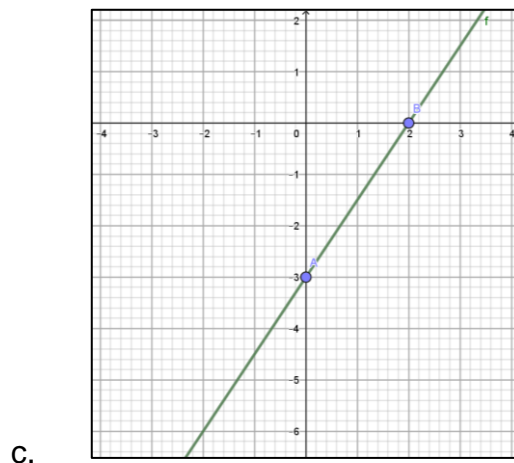
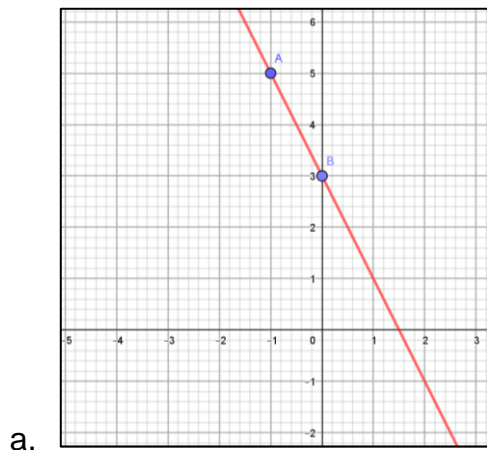
- Introduce en la caja de entrada las parejas (x_1, y_1) y (x_2, y_2)
- Cambia el color a los deslizadores de tal forma que los de x queden de un color y los de y de otro color
- En la caja de entrada ingresa la fórmula para el cálculo de la pendiente, es decir

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1},$$

- Introduce en la caja de entrada la una función lineal o afín, por ejemplo $2x+1$
- Sobre la recta da clic y luego en configuración seleccionas objeto fijo
- Mueve los deslizadores de coordenadas de cada punto, a dos puntos que pertenezcan a la recta y observa el resultado del cálculo de la pendiente.

¿Qué concluyes? _____

4. Con la ayuda de GeoGebra halla la pendiente de cada una de las siguientes rectas.



5. Encuentra la pendiente de la recta que pasa por los puntos: (ayúdate con GeoGebra 6.0)

- $(-1,0)$ y $(0,1)$
- $(0,1)$ y $(1,0)$
- $(-1,4)$ y $(2,4)$
- $(-6,4)$ y $(5,-2)$

Taller 7: Ordenada en el origen, Intercepto “y” o Coeficiente de posición

Sesión 8

Indicador:

Determina el coeficiente de posición de una función afín

1. Abre GeoGebra y realiza lo siguiente:

- Ingresas la función $y = 2x - 5$
- Cámbiale de color a la recta por el color de tu preferencia
- Crea un nuevo deslizador
- Cámbiale el nombre y colócale de nombre b
- En la vista algebraica, vaya a la función y reemplaza el -5 por b
- Mueve el botón del deslizador por números negativos y números positivos, observando lo que sucede a la gráfica y a la expresión algebraica.

2. Responde:

a. ¿Qué características presenta la gráfica cuando $b = 0$? _____

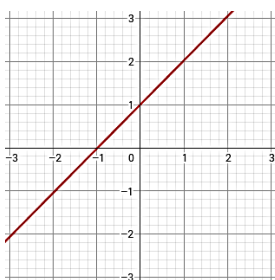
b. ¿Qué sucede con la expresión algebraica de la función cuando $b = 0$? _____

c. ¿Qué características presenta la gráfica y la expresión algebraica de la función cuando $b < 0$? _____

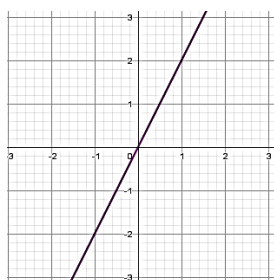
d. ¿Qué características presenta la gráfica y la expresión algebraica de la función cuando $b > 0$? _____

El coeficiente de posición o intercepto “y” se denomina b y su valor indica la intersección de la recta con el eje “y”.

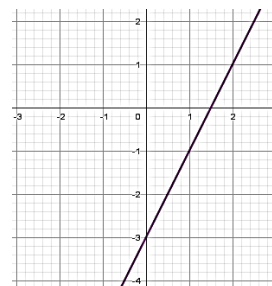
En toda ecuación de recta $y = mx + b$, la gráfica intercepta al eje Y en el punto $(0,b)$. Veamos a continuación algunos ejemplos de interpretación de m y b :



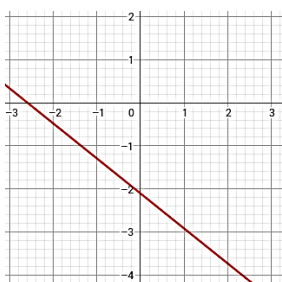
$m > 0$; $b > 0$



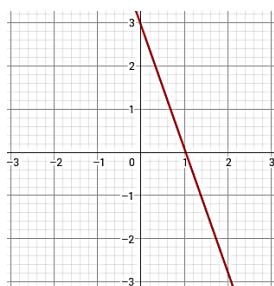
$m > 0$; $b = 0$



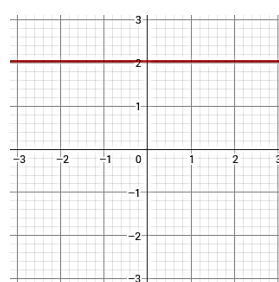
$m > 0$; $b < 0$



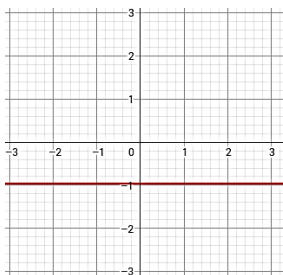
$m < 0$; $b < 0$



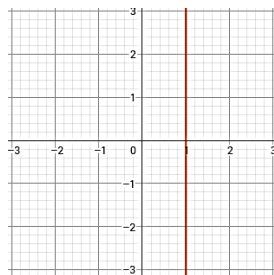
$m < 0$; $b > 0$



$m = 0$; $b > 0$



$$m=0; b<0$$



no existe valor de m , ni valor de b

Practica:

3. Grafica en Geogebra la recta que pase por cada par de puntos. Luego escribe el coeficiente de posición o intercepto y de cada una de ellas

a. $A=(3,-1); B=(2,-5)$ $b:y=$ _____

b. $C=(-3,-4) D=(4,0)$ $b:y=$ _____

c. $E=(0,0) F=(3,3)$ $b:y=$ _____

d. $G=(0,-3) H=(1,-1)$ $b:y=$ _____

e. $I=(0,2) J=(2,0)$ $b:y=$ _____

Taller 8: Ecuación General y Explícita de la Recta

Sesión 9

Indicador: Convierte la ecuación general de la función lineal a la forma explícita y viceversa

1. Actividad de construcción del aprendizaje

- Abre GeoGebra
- Crea un deslizador y nómbralo m (será la pendiente)
- Crea un deslizador y nómbralo n (será el intercepto)
- Crea un deslizador y nómbralo a
- Crea un deslizador y nómbralo b
- Crea un deslizador y nómbralo c
- Crea la operación $m_1=a/b$
- Crea la operación $m_1=c/b$
- Ingresa la ecuación $y=mx+n$
- Ingresa la ecuación $ax+by+c=0$
- Cambia de color las dos rectas para que se diferencien
- Mueve los deslizadores de m y n hasta obtener una recta de tu preferencia
- Ahora mueve los deslizadores de a , b y c hasta que la recta coincida con la anterior

Observa y compara en la vista algebraica los valores de m y m_1 ¿Qué observas? _____

Observa y compara en la vista algebraica los valores de n y n_1 , ¿Qué observas? _____

Conversión de ecuación general a ecuación explícita de la recta

$$ax + by + c = 0 \dots\dots\dots \text{Ecuación general}$$

$$by = -ax - c \dots\dots\dots \text{Transponiendo } ax \text{ y } c$$

$$y = -\frac{a}{b} - \frac{c}{b} \dots\dots\dots \text{Transponiendo } b$$

Por ejemplo, convertir la ecuación general de la recta $3x + 6y + 15 = 0$ a su forma explícita.

$$6y = -3x - 15$$

$$y = -\frac{3}{6}x - \frac{15}{6}$$

$$y = -\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$$

Convertir la función $y=3x-5$ a su forma general

$$y = 3x - 5$$

$$y - 3x + 5 = 0$$

$$-3x + y + 5 = 0$$

2. Utilizando la construcción que realizaste en GeoGebra y el procedimiento algebraico explicado convierte las siguientes funciones en forma explícita a su forma general y viceversa.

a. $y = 2x - 5$ _____

b. $y = 4x + 2$ _____

c. $y = -5x - 5$ _____

d. $y = \frac{1}{2}x + 1$ _____

e. $4x - 2y + 6 = 0$ _____

f. $\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}y - 1 = 0$ _____

g. $x - y - 5 = 0$

h. $3x + y + 3 = 0$

i. $y = -5x - 5$

j. $y = x - 1$

Taller 9: Ecuación de la Recta conocidos la pendiente y un punto

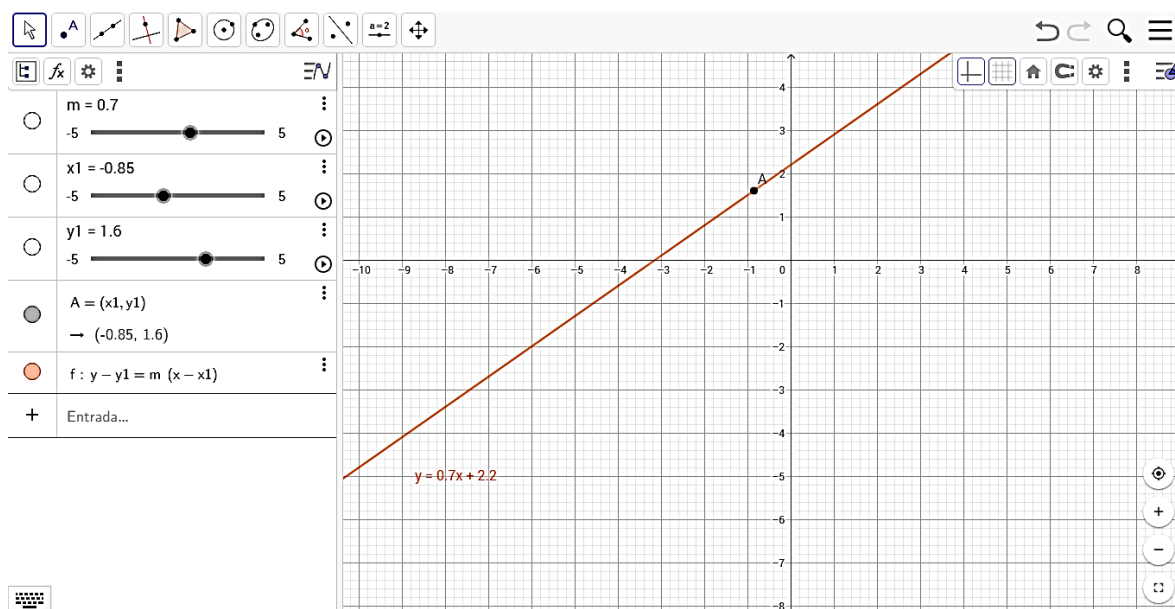
Sesión 10

Indicador: Halla la ecuación de la recta cuando se conocen la pendiente y un punto de la recta.

1. Actividades de construcción del aprendizaje

Abre GeoGebra y haz lo siguiente:

- Crea un deslizador y nómbralo m (pendiente)
- Crea dos deslizadores simultáneos mediante el ingreso del par ordenado (x_1, y_1)
- Ingresa en la caja de entrada la ecuación punto-pendiente $y - y_1 = m(x - x_1)$
- Haz clic sobre la recta y en el panel de configuración selecciona etiqueta visible valor, para que se vea la ecuación de la recta junto a esta.
- Mueve los deslizadores a diferentes puntos y el de la pendiente a varios valores y observa la ecuación que se obtiene.



Procedimiento algebraico para hallar la ecuación de la recta conocidos la pendiente y un punto que pasa por ella.

Por ejemplo. hallar la ecuación de la recta que de pendiente 5 y pasa por el punto (-3,2)

Ecuación punto pendiente $y - y_1 = m(x - x_1)$

Reemplazando x_1 y y_1 $y - 2 = 5(x - (-3))$

Transponiendo términos $y = 5(x + 3) + 2$

Propiedad distributiva de multiplicación $y = 5x + 15 + 2$

Términos semejantes (Ecuac. Explícita) $y = 5x + 17$

Ecuación general $-5x + y - 17 = 0$

Practica

2. Escribe la ecuación de la recta que se obtiene cuando los deslizadores de la pendiente m y las coordenadas x_1 y y_1 están en los siguientes valores

M	x_1	y_1	Ecuación explícita	Ecuación general
-3	-2	0		
-4	3	-2		
-1	5	5		
2	-1	-1		
6	0	0		
10	-3	-1		
4	6	2		
5	-4	3		

3. Para cada uno de los ejercicios del punto anterior realiza el procedimiento algebraico para hallar la ecuación de la recta que tiene la pendiente y pasa por los puntos mencionados en la tabla.

Taller 10: Ecuación de recta conocidos dos puntos

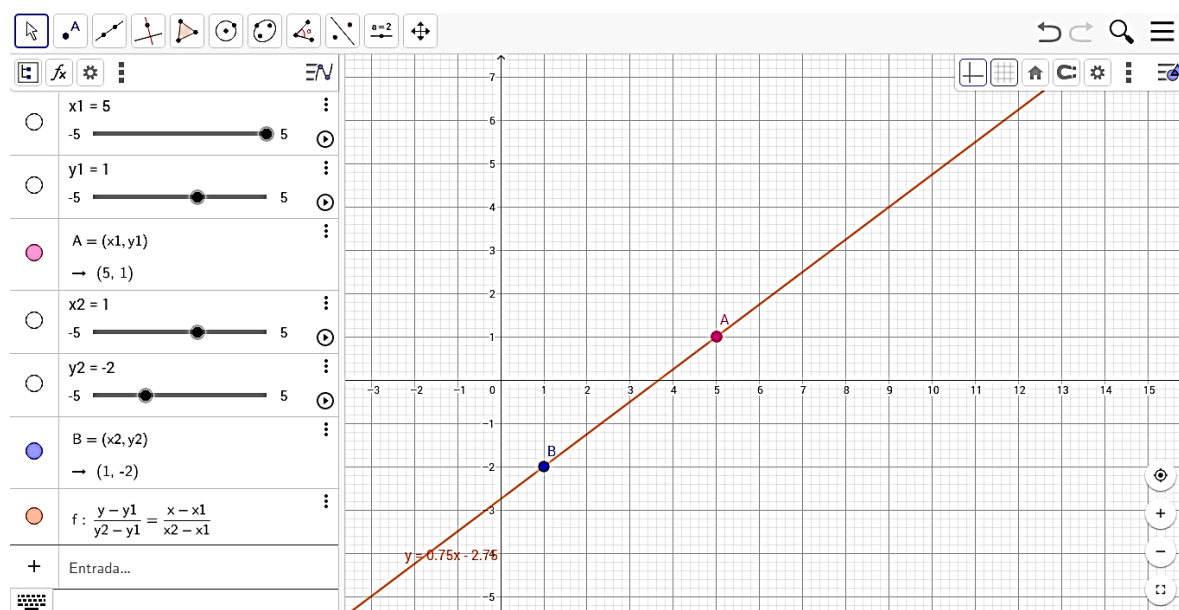
Sesión 11

Indicador: Halla la ecuación de la recta a partir de dos puntos que pertenecen a ella.

1. Actividad de construcción del aprendizaje:

Abre GeoGebra y haz lo siguiente:

- Crea los deslizadores con las coordenadas (x_1, y_1)
- Crea los deslizadores con las coordenadas (x_2, y_2)
- Ingresa la ecuación dos puntos: $\frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{x-x_1}{x_2-x_1}$
- Configura la recta para que visualice la etiqueta valor junto a esta.
- Usa el botón pendiente para calcular la pendiente de la recta
- Ubica los deslizadores en diferentes puntos y observa la ecuación que se obtiene.



2. Aprende

Ecuación dos puntos

Dados dos puntos de la recta (x_1, y_1) y (x_2, y_2) entonces la ecuación de la recta está dada por la expresión:

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

Esta expresión se conoce como ecuación continua de la recta.

Por ejemplo, hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(-3, 2)$ y $(1, 1)$

Ecuación dos puntos

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

Reemplazando coordenadas

$$\frac{y - 2}{1 - 2} = \frac{x - (-3)}{1 - (-3)}$$

Destruyendo paréntesis

$$\frac{y - 2}{-1} = \frac{x + 3}{4}$$

Extremos igual a medios

$$4(y - 2) = -1(x + 3)$$

Propiedad distributiva de la multiplicación

$$4y - 8 = -x - 3$$

Transposición de términos

$$x + 4y - 8 + 3 = 0$$

Ecuación general de la recta

$$x + 4y - 5 = 0$$

Ecuación explícita

$$y = -\frac{1}{4}x + \frac{5}{4}$$

3. Responde

¿Qué ecuación se obtiene cuando ubicas los deslizadores en los puntos

a. $(3, 2)$ y $(-1, 4)$ Ecuación _____

b. $(-1, 0)$ y $(0, -4)$ Ecuación _____

c. $(1, 2)$ y $(1, 4)$ Ecuación _____

- d. $(-3,5)$ y $(3,3)$ Ecuación _____
- e. $(-4,2)$ y $(0,-3)$ Ecuación _____

4. Para cada uno de los ítem del punto anterior realice el proceso algebraico para hallar la ecuación de la recta.

Taller 11: Relación entre las pendientes de rectas paralelas y perpendiculares

Sesión 12:

Indicador: Halla la ecuación de una recta paralela o perpendicular a otra recta dada.

1. Actividad de construcción del aprendizaje

- Abre GeoGebra
- Crea un deslizador y nómbralo m_1
- Crea un deslizador y nómbralo b_1
- Crea la recta $y = m_1x + b_1$
- Colorear
- Con la herramienta pendiente calcula la pendiente de la recta dibujada
- En configuración de la recta activa vista de valor
- Crea un deslizador y nómbralo m_2
- Crea un deslizador y nómbralo b_2
- Crea la recta $y = m_2x + b_2$
- En configuración activa sobre la recta la vista valor
- Colorear
- Usa la herramienta pendiente para visualizar la pendiente de esta recta
- Crea el producto $P = m_1 * m_2$
- Selecciona la herramienta ángulo y calcula el ángulo que forman las dos rectas en el punto donde se cortan las rectas $y = m_1x + b_1$ y $y = m_2x + b_2$

2. Responde con base en tus observaciones

- a. En la vista algebraica ¿cuál es el valor P del producto entre las pendientes m_1 y m_2 cuando el ángulo entre las dos rectas es 90° ? _____

- b. ¿Qué posición relativa tienen estas dos rectas en cuando el ángulo entre las dos rectas es 90° _____
- c. ¿Qué relación existe entre las pendientes m_1 y m_2 cuando el ángulo entre las dos rectas es de 90° ? _____

- d. ¿Qué relación hay entre las dos rectas cuando las pendientes son iguales? _____
- e. Ubica los deslizadores m_1 y m_2 en el mismo valor, que ¿observas en las rectas? _____ da clic en ángulo y selecciona la herramienta distancia o longitud y luego da clic en cada recta para calcular la distancia entre las dos rectas. Haz lo mismo en otros puntos de la recta. ¿Qué concluyes? _____

- ¿Cómo se llaman las rectas que presentan estas características? _____

3. Aprende

Sean las rectas l_1 y l_2 cuyas pendientes son respectivamente m_1 y m_2 , entonces:

$$l_1 \parallel l_2 \leftrightarrow m_1 = m_2$$

$$l_1 \perp l_2 \leftrightarrow m_1 \times m_2 = -1$$

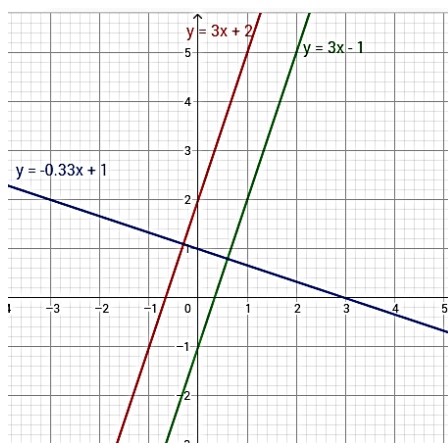
Dos rectas son paralelas si sus pendientes son iguales

Por ejemplo, las rectas $y=3x+2$, y $y = 3x - 1$ son paralelas ya que las dos tienen la misma pendiente la cual es $m=3$

Dos rectas son perpendiculares si el producto entre sus pendientes es igual a -1

Cualquier recta perpendicular a la recta $y = 3x + 2$ debe tener como pendiente

$m = -\frac{1}{3}$ ya que $3\left(-\frac{1}{3}\right) = -1$, por tanto una recta perpendicular a $y = 3x + 2$ puede ser $y = -\frac{1}{3}x - 1$ ya que el producto de las pendientes es -1



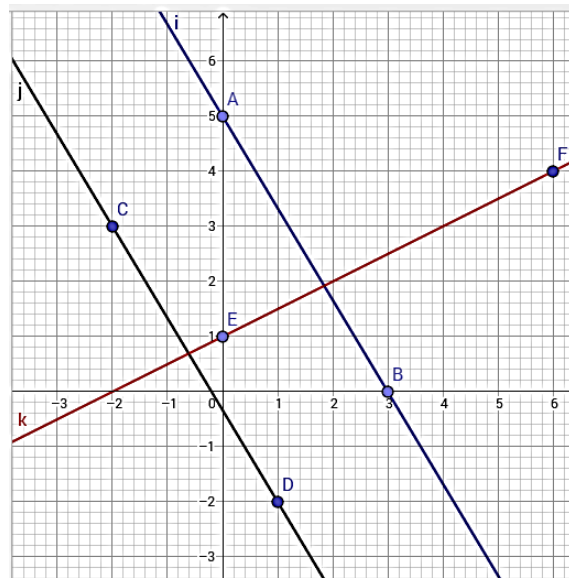
4. Determina si las siguientes rectas son paralelas o perpendiculares

- $y = 2x + 4$ y $y - 2x = 3$
- $-5x = y + 3$ y $x = 5y$
- $3x - 5 = 4y$ y $y = -4x + 1$

5. Halla la ecuación de la recta, en cada caso

- Paralela a $x + 2y = 5$ y pasa por $(0,0)$
- Perpendicular a $x + 2y = 5$ y pasa por $(1,2)$
- Paralela a $y = \frac{3}{5}x$ y pasa por $(0,-2)$

6. Con la ayuda de Geogebra determina la ecuación de cada una de las rectas de la siguiente figura e indica qué relación existe entre ellas.



Taller 12: Solución Problemas con el uso de función lineal y afín

Sesión 13

Indicador: analiza y formula problemas sobre función lineal y afín

Problemas resueltos

1. La función $y = 7,8x$ establece la relación entre el numero de calorías quemadas por una persona de 50 kg de peso y la práctica de la natación durante un tiempo x .
 - a. Haz la tabla que muestre la relación entre la cantidad de calorías quemadas en diferentes tiempos.

X	$y=7,8x$	(x,y)
0	0	(0,0)
5	39	(5,39)
10	78	(10,78)
15	117	(15,117)
20	156	(20,156)
25	195	(25,195)

- b. Representa la gráfica de la función.



c. ¿Cuál es la constante de proporcionalidad?

La pendiente o constante de proporcionalidad es 7,8

d. ¿Cuál es el punto de corte con el eje Y?

El punto de corte con y o coeficiente de posición es (0,0) es decir $y=0$

e. ¿Cuál es la pendiente de la función?

La pendiente de la función es 7,8

2. La factura del consumo de agua relaciona la cantidad de agua consumida en metros cúbicos con su costo. En este caso el valor unitario de cada metro cubico es \$0,31



- a. Determina la ecuación que nos permite hallar el costo de la factura por x número de metros cúbicos de consumo

$$Y=0,31x$$

- b. ¿Cuál es la pendiente de la función?

La pendiente de la función es 0,31

c. ¿Cuántos metros cúbicos gastó Juan si en su factura debió pagar \$46,5

$$46,5 = 0,31x$$

$$x = 46,5 / 0,31$$

$$x = 150$$

Juan gastó 150 metros cúbicos de agua.

3. Problemas propuestos

3.1 Una empresa discográfica realiza una inversión inicial de \$5.000 para preparar las canciones de un álbum musical. El costo de fabricación y grabación de cada disco es de \$4. Además, la discográfica debe pagar al cantante \$1 por cada disco por derechos de autor. Se decide que el precio de venta del disco sea \$15.

Se pide:

- La función de beneficios (ganancias menos gastos) de la empresa en función del número de discos vendidos. Representar su gráfica.
- El número de discos que deben venderse para que la empresa tenga unas ganancias de \$100.000.
- ¿Cuáles son los beneficios si se venden sólo 200 discos?

3.2 Antonio va a comprarse un teléfono móvil y está estudiando la oferta de dos compañías distintas:

La compañía A le ofrece pagar \$20 por el establecimiento de la llamada y \$15 por cada minuto de llamada.

La compañía B le ofrece pagar \$50 por el establecimiento de la llamada y \$5 por cada minuto de llamada.

Se pide:

- Representar la función del costo de una llamada por t minutos en cada una de las compañías.
- Calcular cuándo es más recomendable una compañía u otra en función del tiempo de duración de una llamada.
- Antonio sabe que, aproximadamente, realiza 100 llamadas mensuales que suman un total de 350 minutos. ¿Qué compañía le conviene?

3.3 Midiendo la temperatura a diferentes alturas se han obtenido los datos de la tabla:

Altura (m)	0	360	720	990
Temperatura °C)	10	8	6	4,5

- Representar la temperatura en función de la altura.
- Obtener su expresión algebraica.
- ¿A partir de qué altura la temperatura será menor de 0°C ?

3.4 La tarifa de una empresa de mensajería con entrega domiciliaria es de 12 € por tasa fija más 5 € por cada kg.

- Hallar la expresión analítica de la función "Precio del envío" en función de su peso en kg.
- Representarla gráficamente.
- ¿Cuánto costará enviar un paquete de 750 g?

- d. Si disponemos sólo de un billete de 50 €, ¿cuál es el peso máximo que podremos enviar?

3.5 Una empresa de fotografía cobra, por el revelado de un rollo, un precio fijo de \$5000 y por cada foto \$500

- a. Representar la función "Costo del revelado" en función del n° de fotos. Indicar su expresión algebraica.
- b. ¿Cuánto costará revelar un carrete de 36 fotografías?
- c. ¿Cuántas fotos podremos revelar con \$25000?

3.6 Por el alquiler de un auto Chevrolet Aveo sedan sin conductor, se cobran \$70.000 diarios, más \$50 por cada kilómetro recorrido.

- a. Hallar la función lineal que relaciona el costo diario del alquiler con el número de kilómetros.
- b. Representala en el plano cartesiano
- c. Si en un día se recorren 300 kilómetros, ¿Cuánto debe pagarse por el alquiler?
- d. Jorge está de vacaciones en la ciudad y destinó \$105000 para alquiler de un auto. ¿Cuántos kilómetros podrá recorrer con ese dinero?

3.7. Una empresa que transporta maletas establece sus tarifas de la siguiente manera: \$10 por kilómetro recorrido y \$15 por cada maleta transportada.

- a. ¿Cuánto costará trasladarse 100 km con una maleta?

- b. ¿Cuánto costará trasladarse 200 km con una maleta?
- c. Completa la tabla considerando que se lleva una sola maleta

Distancia en km(x)	100	150	250	300
Precio en pesos(y)				

- d. Expresa la fórmula de la función que relaciona la distancia en kilómetros y el valor del traslado de una sola maleta.

3.8 En una ciudad dos parqueaderos A y B tienen diferentes tarifas. El parqueadero A tiene un costo de afiliación de \$20000 con el fin de obtener una tarifa preferencial de \$2000 el día. El parqueadero B tiene un costo de afiliación de \$5000 y una tarifa preferencial de \$3000 diarios.

- a. Representa cada situación como una función lineal.
- b. Si Juan guarda su carro 10 días, ¿en qué parqueadero es más económico?
- c. ¿Es correcto afirmar que el parqueadero B es más económico?
- d. ¿En cuál de los dos parqueaderos se ahorra dinero guardando el automóvil 40 días?
- e. Carolina guardará su automóvil por 15 días. ¿Qué parqueadero le conviene más?
- f. Explica cada caso usando las gráficas de las funciones.
- g. Si Alberto pago en el parqueadero A un total de \$200000, ¿Cuánto tiempo dejó su auto guardado?